Karl Menger

Bericht über neueste Ergebnisse der metrischen Geometrie

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 5, 116--117

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121251

Bericht über neueste Ergebnisse der metrischen Geometrie.

Karl Menger, Wien.

Der Vortragende behandelte mehrere nach Erscheinen seines Berichtes über metrische Geometrie[1]) publizierte Resultate dieses neuen Zweiges der Geometrie, die vorwiegend dem Wiener mathematischen Kolloquium entstammen.

Eine erste Gruppe bezieht sich auf eine Kennzeichnung des n-dimensionalen komplexen Raumes der analytischen Geometrie[2]), sowie der n-dimensionalen reellen Koordinatenräume, deren Abstand durch eine *indefinite* quadratische Form[3]) gegeben ist (wie z. B. in der speziellen Relativitätstheorie) unter den allgemeinen Räumen. Zu diesem Zwecke mußten allerdings die Begriffe des metrischen und auch des halbmetrischen Raumes durch Zulassung komplexer Abstände und isotroper Mengen zunächst noch verallgemeinert werden.[4])

Eine zweite Gruppe von Resultaten bezieht sich auf die Kennzeichnung des n-dimensionalen *sphärischen* Raumes[5]), sowie auf eingehendere Untersuchung metrischer Räume mit Hilfe der durch die früheren Arbeiten über metrische Geometrie zu Tage geförderten Begriffe[6]).

---

[1]) Jahresber. d. D. M. V. *40*, 1931, S. 201.

[2]) Über den Fall $n = 1{,}2$ vgl. Menger, Ergebnisse eines mathematischen Kolloquium (im Folgenden kurz als „Erg. math. Koll.“ zitiert), *2*, S. 36. Das allgemeine Theorem bei Wald, Erg. math. Koll. *5*, S. 32, wo auch die Wiener Dissertation von Flexer zitiert wird.

[3]) Nach der Erledigung des euklidischen Falles (des Falles einer positiv-definiten quadratischen Form) bei Menger, Math. Ann. *100*, vgl. auch Am. Journ. of math. *53*, S. 722, und des Falles einer negativ-definiten quadratischen Form (Menger, Tohoku Journ. *37*, S. 475), wurde der allgemeine Fall mit vielfach neuen Methoden von Wald, Erg. math. Koll. *5*, S. 36 erledigt.

[4]) Nach der Einführung des Komplexen in die allgemeine Metrik (vgl. Menger, Erg. math. Koll. *5*, S. 34) und beliebiger Gruppenelemente als Metrisationsmittel (vgl. Menger, Math. Ztschr. *33*, S. 396) vgl. über komplexmetrische Räume insbesondre Wald, Erg. math. Koll. *5*, S. 32, ferner über Metrisationen mit Hilfe abstrakter Körper Taussky, Erg. math. Koll. *6*, wobei der Begriff der reellen Körper im Artin-Schreierschen Sinn eine Rolle spielt.

[5]) Vgl. L. M. Blumenthal und G. A. Garett, Amer. Journ. of Math. *55*, S. 619, Klanfer, Erg. math. Koll. *4*, S. 43, L. M. Blumenthal, Amer. Journ. of Math. *57*.

[6]) W. A. Wilson, Amer. Journ. of Math. *54*, S. 505, beweist, daß jeder separable vollständige konvexe und nach außen konvexe Raum, von dem je vier Punkte mit vier Punkten des R_3 kongruent sind, mit einem

Eine dritte Gruppe von Resultaten bezieht sich auf die vom Vortragenden vorgeschlagene, aber nur für den eindimensionalen Fall etwas näher durchgeführte[7]) Anwendung der metrischen Methoden auf die lokalen metrischen Eigenschaften der Räume, also auf das Programm einer *koordinatenlosen Differentialgeometrie.* Es ist nun insbesondre der zweidimensionale Fall in Angriff genommen und eine *Flächenkrümmung* definiert, die im Falle, daß der Raum durch dreimal stetig differenzierbare Funktionen gegeben ist, mit der Gaußschen Krümmung übereinstimmt.[8])

---

euklidischen Raum oder mit dem Hilbertschen Raum kongruent ist. Aronszajn, Erg. math. Koll. *6*, gibt einen Beweis der Existenz von Strecken zwischen je zwei Punkten eines vollständigen konvexen Raumes ohne Verwendung transfiniter Induktion. Erwähnt werde noch ein durch die Resultate der metrischen Geometrie ermöglichter Aufbau der Vektoralgebra, der bloß das innere Produkt zweier Vektoren gegeben annimmt, hingegen Addition von Vektoren und Multiplikation mit Skalaren definiert, vgl. Menger, Erg. math. Koll. *5*, S. 27, sowie Anwendungen metrischer Sätze auf Determinanten von L. M. Blumenthal, Bull. Amer. Math. Soc. *37, 38* und Amer. Journ. of Math. *56*.

[7]) Vgl. Menger, Math. Ann. *103*.

[8]) Vgl. Wald, Erg. math. Koll. *6*, sowie eine Arbeit, die in Erg. math. Koll. *7* erscheinen wird.