

## Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 48 (1919), No. 1-2, 140--144,144a--144b

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121126>

### Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1919

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

13. 19<sup>h</sup> konjunkce Saturna s Měsícem.  
 16. J. I. k. 12<sup>h</sup> 45·2<sup>m</sup>  
 18. J. I. k. 8<sup>h</sup> 14·2<sup>m</sup>  
 19. J. II. k. 7<sup>h</sup> 54·0<sup>m</sup>, J. III. z. 9<sup>h</sup> 36·0<sup>m</sup>, k. 12<sup>h</sup> 57·1<sup>m</sup>  
 21. 3<sup>h</sup> Merkur v největší východní elongaci 18° 35' —  
 5<sup>h</sup> rovnodennost jarní: začátek jara.  
 22. J. IV. z. 4<sup>h</sup> 16·9<sup>m</sup>, k. 7<sup>h</sup> 25·9<sup>m</sup>; Sl. zap. 6<sup>h</sup> 14<sup>m</sup> — min.  
 Algolu 15·8<sup>h</sup>  
 24.  
 25. J. I. k. 10<sup>h</sup> 9·9<sup>m</sup> — min. Algolu 12·6<sup>h</sup>  
 26. J. II. 10<sup>h</sup> 29·4<sup>m</sup> — J. III. z. 13<sup>h</sup> 36·4<sup>m</sup>, k. 16<sup>h</sup> 58·3<sup>m</sup>  
 27. J. I. k. 4<sup>h</sup> 38·7<sup>m</sup>  
 28. min. Algolu k. 9·5<sup>h</sup>  
 31. S.

## Úlohy.

### a) Z matematiky.

1.

Jakým podmínkám musí vyhovovati strany trojúhelníku, aby bylo možno z jeho výšek jako stran sestrojiti nový trojúhelník? Jaký trojúhelník dostaneme opakujeme-li tuto konstrukci dvakráte?

Dr. Marian Haas.

2.

V rovnoramenném lichoběžníku jest průsečík úhlopříček souměrný se středem kruhu opsaného vzhledem k větší půdici.

a) Jest dokázati, že mezi stranami je tento vztah:

$$\left(\frac{a+c}{a}\right)^2 + \left(\frac{a-c}{b}\right)^2 = 4.$$

b) Mezi vnitřním úhlem a úhlem sevřenýmúhl opříčnicami je vztah  $\omega = \alpha + 90^\circ$ .

c) Poloměr jest dán formulí  $4r^2 = a^2 + b^2$ .

† Prof. R. Hruša.

3.

Stanoviti racionálné trojúhelníky, v nichž  $\alpha = 2\beta + \gamma$ .

Prof. Jan Kroupa.

4.

Sestrojiti ellipsu, jsou-li dány její sdružené průměry, které jsou stejně dlouhé.

Prof. Jan Kroupa.

5.

Body vzniklé tím, že spustíme s pat výšek kolmice na druhé dvě výšky a průsečíky kružnic opsaných nad úseky výšek ode stran až k výškovému bodu, leží na třech přímkách, které omezují trojúhelník podobný a podobně položený s trojúhelníkem daným! Jaký jest jejich poměr podobnosti? Kdy ony tři přímky protínají se v jednom bodě?

*Karel Koutský.*

6.

Které jsou ostré úhly pravouhlého trojúhelníku, svírá-li přepona jeho s centrálou kružnice vepsané a opsané úhel  $\varphi$ ? (Zvláště pro  $\varphi = 45^\circ$ .)

*Prof. Ant. Lochmann.*

7.

Sestrojte parabolu, dány-li dva póly s příslušnými polárami.

*Prof. Ant. Lochmann.*

8.

Která normála ellipsy  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  omezuje nejmenší úseč? Napište rovnici této normály a vyčtěte z ní řešení téže úlohy pro parabolu.

† *Prof. Jaroslav Pílnáček.*

9.

Dokažte, že všechny trojúhelníky, jež jsou vepsány do ellipsy o poloosách  $a$ ,  $b$  a jež mají střed kružnice vepsané totožný se středem ellipsy, mají stejný poloměr vepsané kružnice, totiž  $\varrho = \frac{ab}{a+b}$ .

† *Prof. Jaroslav Pílnáček.*

10.

Do daného polokruhu vepište největší ellipsu! (Jedna její osa nechť co do polohy splývá s osou souměrnosti daného polokruhu.) Vyjádřete plochu této ellipsy a její poměr ku ploše polokruhu!

† *Prof. Jaroslav Pílnáček.*

11.

Bodem  $O$  uvnitř trojúhelníku  $ABC$  vrhnouti kouli proti straně  $BC$  tak, aby po odrazu na této straně a pak po odrazu na  $AB$  a pak na  $AC$  dospěla k témuž bodu na straně  $BC$ , kde poprvé narazila.

*Prof. Pleskot.*

12.

Řešiti soustavu rovnic

$$\begin{aligned}\sin x (1 + \sin x) + \cos y (1 + \cos y) &= a \\ \sin (x + y) + \sin (x - y) &= b.\end{aligned}$$

(Speciálně pro  $a = \frac{1}{2}(3 + 2\sqrt{3})$ ,  $b = \frac{8}{2}$ ).

Prof. Ed. Pleva.

13.

V ellipse vedena tečna, jež utíná na ose hlavní úsek  $m$  a na vedlejší  $n$ . Vrcholem  $A(C)$  ellipsy vedená rovnoběžka utíná na ose vedlejší (hlavní) úsek  $q_2(q_1)$ ; jest ukázati analyticky, že platí vztah:

$$m^2 = q_1^2 + a^2, \quad n^2 = q_2^2 + b^2,$$

kdež  $a, b$  jsou poloosy ellipsy.

Prof. Ed. Pleva.

14.

Ze všech ellips, v nichž průvodič dané délky ze středu vedený svírá s křivkou daný úhel, určete ellipsu s extrémní výstředností a) lineární, b) číselnou. Které jsou plochy obou?

Prof. J. Schuster.

15.

Vepište do pravouhlého rovnoběžnostěnu přímý eliptický válec největšího obsahu, jehož osou je tělesná úhlopříčka, a hrany podstav se dotýkají hran trojhranů, jež vyběhají od konců úhlopříčky.

Prof. J. Schuster.

### b) Z deskriptivní geometrie.

1.

V nárysně dána kružnice. Proložiti touto kužel tak, by byl protat půdorysnou v rovnoosé hyperbole a jinou, k nárysně nakloněnou rovinou v kružnici.

Dr. Josef Klíma.

2.

Dána rotační plocha válcová, přímka  $p$  a rovina  $\tau$  rovnoběžně s povrchovými přímkami dané plochy. Stanoviti rotační plochu válcovou, jež přímku  $p$  obsahuje, roviny  $\tau$  se dotýká a danou plochu púli.

Prof. Ed. Pleva.

3.

Jest sestrojiti krychli, která jest dána osou třetího řádu a středem hrany s ní mimoběžné.

Boh. Starosta.

## c) Z fyziky.

1.

Těleso vážící 1 *kg* jest připevněno na obvodu vertikálního kola, poloměru 2 *m*, které se otáčí 100krát za minutu kolem osy horizontální. Odtrhne-li se náhodně v některém místě, do jaké výšky vystoupí? Do které vzdálenosti dopadne na rovině horizontální, dva metry pod středem kola ležící? Jaká jest jeho energie v joulech? (Zrychlení zem. tíže jest 981 *cm/sec*<sup>2</sup>.) *K*.

2.

Platinová dutá koule vnějšího poloměru 1 *cm* jest v rovnováze, ponoří-li se celá do rtuti. Jak tlusté má stěny, je-li spec. hmota platiny 21·5, rtuti 13·5 *g/cm*<sup>3</sup>. Jak tlusté musí býti stěny, má-li do rtuti zapadati pouze polovinou svého objemu? Vztlak ve vzduchu v prvém přiblížení zanedbejte. *K*.

3.

Barometrická nahoře uzavřená trubice jest spodním koncem ponořena do rtuti, nad níž vyčnívá do výše 1 metru. Rtuť dosahuje v ní do výše 50 *cm*, ostatek vyplněn jest suchým vzduchem. Skloníme-li ji o 60° od vertikály, jak dlouhý bude v ní sloupec rtuťový, je-li vnější tlak barometrický neustále roven 760 *mm*? *K*.

4.

Skleněný kulový balon objemu *V* s válcovitou trubicí délky *l* a průřezu *q* jest naplněn vzduchem barometrického tlaku *b*. Obrátíme jej trubicí dolů tak, aby její spodní konec právě se dotknul hladiny rtuťové. Kolik bude vážit vzduch, který z něho unikne, zvýší-li se původní teplota 0° na *t*° Celsia a do jaké výšky vystoupí rtuť, uvedeme-li zase vše na teplotu původní 0°. Roztaživost skla zanedbejte. Vypočtete číselné výsledky, je-li *V* = 25 litrů, *l* = 100 *cm*, *q* = 2 *cm*<sup>2</sup>, *b* = 760 *mm* a *t* = 100° *C*. Specif. hmota vzduchu za normálních poměrů jest 0·001293 *g/m*<sup>3</sup>. *K*.

Horizontální planparallelní skleněná deštička tloušťky  $5\text{ mm}$  jest na své svrchní straně pokryta tenoučkou vrstvou fotograficky citlivou a přikryta tenoučkou vrstvou neprůhledného staniolu, v níž se nachází jediný hrotem jehly vpíchnutý malý otvor. Vystavíme-li deštičku difusnímu (rozptýlenému) světlu, nalezneme po vyvolání místo malinké černé skvrny, otvoru odpovídající, ostře ohraničenou kruhovou skvrnu kolem ní.

Při druhém pokusu necháme spodní stranu deštičky dotýkati se povrchu vodního. Výsledek pokusu je podobný, jenž kroužek má větší poloměr.

Vysvětlete tento zjev a vypočtete index lomu skla a vody, byl-li poloměr kruhové skvrny poprvé  $8.7\text{ mm}$ , podruhé  $18.1\text{ mm}$ .  
K.

---

### Řešení úloh.

Řešení úloh buďtež zaslána nejpozději do **20. dubna 1919** na adresu: S. doc. Dr. *K. Rychlík* na Král. Vinohradech, Slezská ul. 66.

Páni řešitelé se žádají, aby řešení každé úlohy bylo napsáno *zvlášť* na jednu nebo několik čtvrtek papíru obyčejného formátu. V čele každého řešení budiž uvedeno číslo úlohy (text úlohy není nutno psáti), jméno řešitele a ústavu, na němž studuje. Řešení buďtež seřazena dle čísel, a jsou-li zasílána v obalu menšího formátu než čtvrtkového, jako celek složena. Zároveň uveďte páni řešitelé při poslední zásilce na zvláštním lístku papíru seznam všech řešení, která vůbec zaslali.

Mímo to je nutno, aby páni řešitelé uvedli přesnou adresu svou, aby mohly býti ceny správně rozeslány.

*Neopomeňte zásilky dostatečně frankovati: do 20 gr. 20 hal., za každých dalších 20 gr. 5 hal.*

---

## Seznam řešitelů úloh.

Pánové: *Balada František*, Pardubice, math. 1, 11, d. geom. 1, 2, fys. 1, 2, 3, 4; *Bukovský Frant.*, j. d. I. děl. pl., VIII. gymn. Praha III., math. 1—4, 6, 7, 10, 12—14, fys. 1—5; *Čížek Václav*, VI. r. Praha I., f. 1, 2; *Čumpelik*, VIIa reál. gymn. v Praze, v Křemencové ulici m. 1—4, 6, 7, 10—15, d. 1, 2, 3; *Erlebach Jan*, VIa reál. gymn. Jilemnice, m. 4, d. 1, 2, fys. 1, 2, 3, 4, 5; *Fišer Emil*, V. I. r. Plzeň, m. 2 b), 2 c), d. 3, f. 2; *Fuchs Jaroslav*, VII. reál. gymn. Náchod, m. 1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 13, d. 1, 2, 3, fys. 1, 2, 3, 4; *Holeček V.*, VII. r. Kutná Hora, m. 1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, d. 1, 2, 3, f. 2, 3, 4, 5; *Honzík E.*, VIa r. Písek, f. 2, 3; *Kalivoda Vlastimil*, VII. gymn. Žižkov, f. 2, 3, 4; *Kapitán Jiří*, VII. r. Praha III., m. 1, 2, 3, 7, d. 1, 3, f. 1, 3, 4, 5; *Kodat Bohuslav*, VIa r. Č. Budějovice, m. 12; *Kuba Bohumil*, VI. r. Příbram, m. 1, 2, 3, 4, 12, d. 1, 2, 3; *Kubín Václav*, VII. r. Jičín, m. 1, 12; *Kyryan Frant.*, VI. r. Písek, f. 2; sl. *Laštovičková Blažena*, VIb r. Louny, m. 2, 12; p. *Mašl Karel*, VIII. reál. gymn. Kolín, m. 13, f. 1, 2, 3, 4; sl. *Maternová Eugenie*, reál. gymn. Vinohrady, m. 1—4, 6—14, f. 1—4; p. *Mauer Alois*, VII. gymn. Kroměříž, f. 1, 2, 3, 4, 5; *Mrkos Jaroslav*, VIII. gymn. Praha III., m. 1—4, 6—8, 10, 12—14, f. 1—4; *Navara Frant.*, VII. r. Telč, Morava, f. 1—4; sl. *Nechanická Zdeňka*, VI. r. Telč, m. 4, d. 1, 2, 3; p. *Nekola Miloslav*, V. r. I. Plzeň, m. 2, d. 3, f. 2; *Novotný Vladimír*, VII. r. g. Litovel, m. 2, 13; sl. *Pechmannová L.*, VI. r. g. Plzeň, m. 1. 11, 12; p. *Petratur Frant.*, VII. gymn. Strážnice, m. 3, 12; *Proněk Jan*, VI. gymn. Hradec Králové, m. 2; *Rod Rudolf*, VII. r. g. Kolín, m. 12, f. 1, 2, 3, 5; *Ruml Václav*, VIIb r. Vršovice, m. 4, 6, 9, 12, 13, d. 2, 3; *Slaný Jar.*, Plzeň, m. 1, 2, d. 3, f. 2, 3, 4; *Špaček V.*, V. r. Hradec Králové, m. 1, 2, 5, 6, 10—15, d. 2, 3; *Šrejtr Jos.*, VII. r. Kostelec n. Orli., d. 1, 3; *Štěpánek Jos.*, V. I. r. Plzeň, m. 2 b), 2 c), d. 3, f. 2; *Trhal Jos.*, VIb r. Písek, m. 1, 2, 3, 4, 7, 10, 12; *Valenta Vladimír*, IVb r. Žižkov, f. 1, 2, 3; *Zeman Frant.*, VIII. g. Benešov u Prahy, m. 12.

---

### Udělení cen.

Redakce úloh přibližuje nejen k počtu, ale i k jakosti řešení, prisoudila těmto řešitelům ceny, vypsané výborem »Jednoty českých matematiků a fysiků.

#### Z matematiky.

Ceny první:

- Pan *Frant. Bukovský*, j. d. I. děl. pl., stud. VIII. gymn. v Praze III.  
 > *Čumpelík*, stud. VIIa r. g. v Praze v Křemencové ul.  
 Sl. *Eugenie Maternová*, stud. dív. r. g. na Král. Vinohradech.  
 Pan *Jaroslav Mrkos*, stud. VIII. gymn. v Praze III.

Ceny druhé:

- Pan *Jaroslav Fuchs*, stud. VII. r. g. v Náchodě.  
 > *V. Holeček*, stud. VII. r. v Kutné Hoře.

Ceny třetí:

- Pan *V. Špaček*, stud. V. r. v Hradci Králové.  
 > *Jos. Trhal*, stud. VIIb r. v Písku.

Ceny z **fondy Jaromíra Mareše** obdrželi pánové: *Frant. Bukovský* a *Jaroslav Mrkos*, stud. VIII. gymn. v Praze III.

#### Z deskriptivní geometrie.

Ceny první:

- Pan *Jaroslav Fuchs*, stud. VII. r. g. v Náchodě.  
 > *V. Holeček*, stud. VII. r. v Kutné Hoře.

Ceny druhé:

- Pan *Frant. Balada*, stud. VIa r. v Pardubicích.  
 > *Václav Ruml*, stud. VIIb r. ve Vršovcích.

#### Z fysiky.

Ceny první:

- Pan *František Bukovský*, stud. VIII. g. v Praze III.  
 > *Alois Mauer*, stud. VII. g. v Kroměříži.

Ceny druhé:

- Pan *František Balada*, stud. VIa r. v Pardubicích.  
 > *Jan Erlebach*, stud. VIa r. v Jilemnici.  
 > *Jaroslav Fuchs*, stud. VII. r. g. v Náchodě.  
 > *Karel Mašl*, stud. r. g. v Kolíně.  
 Sl. *Eugenie Maternová*, stud. dívč. r. g. na Král. Vinohradech.