

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Augustin Žáček

Odvození Kaufmannovy podmínky stability

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 45 (1916), No. 1, 62--66

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121026>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1916

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

sledek. Za to neobyčejně rozsáhlé je studium vlastní struktury krystallů pomocí ohybových zjevů ať formy Friedrich-Knippingovy nebo Braggovy; zde jsou Roentgenovy paprsky mineralogii neobyčejně cennou pomůckou.

Odvození Kaufmannovy podmínky stability.

August Žáček.

Vodivou dráhu charakterisujeme nejvhodněji závislostí napětí na koncích dráhy na protékajícím proudu. Tuto závislost, jež nejčastěji bývá dána graficky, nazýváme elektrickou *charakteristikou* vodivé dráhy.

Tento pojem prokázal fysice již velmi cenné služby: tak Kaufmann ¹⁾ mohl vyložit řadu zvláštností výboje v plynech z tvaru charakteristiky této dráhy, Simon ²⁾ užil charakteristik k studiu elektrického oblouku, případy pak hlavně se stanoviska elektrotechnického důležité studoval ve své zajímavé dissertaci Busch. ³⁾

Fundamentální problém, o jehož řešení ve všech těchto případech jde, jest rozhodnouti, zda elektrický stav definovaný určitým bodem charakteristiky jest stabilní či labilní. Podmínku stability v případě konstantního napětí zdroje a konstantního předraženého odporu odvodil Kaufmann ve své již citované klasické práci.

V následujícím chci na základě věty o zachování energie podati elementární odvození Kaufmannovy podmínky stability pro všeobecný případ, kdy jak napětí zdroje tak velikost předraženého odporu jest funkcí intenzity proudové; vedle toho také naznačíme geometrickou interpretaci Kaufmannovy podmínky od obvyklé interpretace poněkud odchylnou.

Nejprve pojednejme o případě, kdy napětí zdroje E jest konstantní: napětí na konci studované dráhy budiž dáno charakteristikou

$$\tilde{e}_1 = e_1(J),$$

¹⁾ Kaufmann: *Drud. Ann. d. Phys.* 2. 158. 1900. Kučera: *Čas. pro pěst. math. a fys.* XLII. 315. 1913.

²⁾ Simon: *Phys. Zs.* 6. 297. 1905.

³⁾ Busch: *Stabilität, Labilität und Pendlungen in der Elektrotechnik. Dissertace. Göttingen 1911.* Vyšla také knižně u Hirzela v Lipsku.

napětí na koncích proměnlivého předraženého odporu $w(J)$ budiž dáno jeho charakteristikou

$$e_2 = e_2(J).$$

Při tom jest pro rovnovážný stav

$$E = e_1(J_0) + e_2(J_0). \quad (1)$$

Energie, již zdroj v čase dt vydá, resp. obě vodivé dráhy spotřebují, jest dána výrazem

$$E J_0 dt = [e_1(J_0) + e_2(J_0)] J_0 dt.$$

Představme si nyní, že bychom změnili J_0 na $J_0 + \delta J$, pak relace (1) všeobecně již neplatí. Energie, již generátor v tomto případě vydá, jest rovna

$$E \cdot (J_0 + \delta J) dt = [e_1(J_0) + e_2(J_0)] (J_0 + \delta J) dt,$$

kdežto oba vodiče spotřebují při proudu $J_0 + \delta J$ za čas dt energie

$$[e_1(J_0 + \delta J) + e_2(J_0 + \delta J)] (J_0 + \delta J) dt.$$

Elektrický stav se nezmění, jak jest přirozeno, sám od sebe v tom směru, aby oběma vodiči za nového stavu spotřebovaná energie byla větší, než může generátor dodat, t. j. pro stabilitu dostáváme vztah

$$\begin{aligned} & [e_1(J_0 + \delta J) + e_2(J_0 + \delta J)] (J_0 + \delta J) dt \\ & > [e_1(J_0) + e_2(J_0)] (J_0 + \delta J) dt. \end{aligned}$$

Rozvinutím výrazů

$$e_1(J_0 + \delta J), \quad e_2(J_0 + \delta J),$$

podle Taylorovy věty a po jednoduché úpravě dostáváme pro stabilní rovnováhu definitivní podmínku

$$\frac{de_1}{dJ} + \frac{de_2}{dJ} > 0,$$

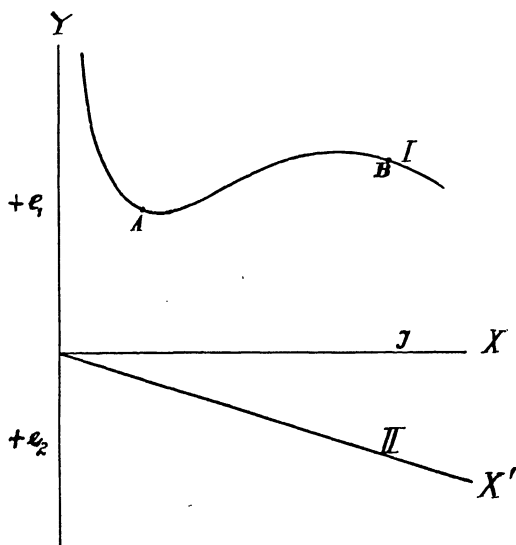
resp.

$$\frac{d(e_1 + e_2)}{dJ} > 0.$$

Jest tedy elektrický stav v bodě J_0 , E charakteristiky stabilní, když vzrostu proudu přísluší také vzrost celkového napětí, jinak řečeno:

stabilní jsou jen ony hodnoty proudu, jimž přísluší stoupající části charakteristiky celkového systému.

Nejpohodlněji dá se provést vyšetření stability v případě, že obě charakteristiky jsou dány graficky. Poněvadž v odvozené podmínce přichází součet napětí $e_1 + e_2$, nanášíme jednu charakteristiku nad a druhou pod osu úseček, jak to vidíme na obrázku, kde křivka *I* jest charakteristika Nernstova tělíska, křivka *II* pak charakteristika konstantního předraženého odporu. Vzdálenost obou křivek měřená na přímkách rovnoběžných s osou ordinát



udává přímo hodnoty $e_1 + e_2$. Z obrázku vidíme, že pro část charakteristiky mezi body A a B vzrostu proudu odpovídá také vzrost vzdálenosti obou křivek $e_1 + e_2$, t. j. v těchto bodech hoří Nernstovo tělísko stabilně.

V případě konstantního předraženého odporu můžeme celou věc také pojmáti jinak. Uvažujeme-li charakteristiku v klinogonálním systému $X'Y$, kde osa X' jest tvořena charakteristikou předraženého odporu pod osu úseček nanášenou, tu ordináty křivky I jsou dány hodnotami $e_1 + e_2$. I můžeme říci, že body, v nichž charakteristika uvažovaná v klinogonálním systému $X'Y$ jest stoupající, jsou stabilní.

Ku konci odvodíme podmínku stability týmž způsobem, jako jsme to učinili v případě konstantního napětí zdroje, i pro případ docela všeobecný.

Ke svorkám generátoru, jehož napětí jest dáno jako funkce intenzity proudu „charakteristikou generátoru“

$$E = E(J),$$

jest připojen celý systém vodičů o charakteristikách:

$$e_1(J), \quad e_2(J), \quad \dots$$

Napětí na koncových svorkách tohoto systému jest dáno charakteristikou systému

$$e(J) = e_1(J) + e_2(J) + \dots$$

Za rovnováhy jest

$$E(J_0) = e(J_0), \quad (2)$$

a generátor dodává energii $E_0 J_0 dt$, již systém spotřebuje. Změňme zase proud z J_0 na $J_0 + \delta J$. Pak neplatí již relace (2). S touto změnou proudu jest také spojen vzrost energie dodávané generátorem v obnosu

$$\begin{aligned} \delta(EJ) dt &= \left[E_0 + \left(\frac{dE}{dJ} \right)_0 \delta J \right] (J_0 + \delta J) dt - E_0 J_0 dt \\ &= \left(\frac{dE}{dJ} \right)_0 J_0 \delta J dt + E_0 \delta J dt \end{aligned}$$

a vzrost energie systémem spotřebované

$$\begin{aligned} \delta(eJ) dt &= \left[e_0 + \left(\frac{de}{dJ} \right)_0 \delta J \right] (J_0 + \delta J) dt - e_0 J_0 dt \\ &= \left(\frac{de}{dJ} \right)_0 J_0 \delta J dt + e_0 \delta J dt. \end{aligned}$$

Systém patrně nezmění sám od sebe svůj stav v tom směru, aby konsumoval v novém stavu více energie, než může generátor dodat, t. j. jako podmínku stability dostáváme nyní:

$$\left(\frac{de}{dJ} \right)_0 J_0 \delta J dt + e_0 \delta J dt > \left(\frac{dE}{dJ} \right)_0 J_0 \delta J dt + E_0 \delta J dt.$$

Ježto dle (2)

$$e_0 = E_0,$$

dostáváme definitivně podmínku stability pro nejvšeobecnější případ:

$$\left(\frac{de}{dJ} \right)_0 > \left(\frac{dE}{dJ} \right)_0,$$

t. j. jen ony body mohou býti stabilní, v nichž charakteristika spotřebního systému, probíhá strměji vzhledem k ose J než charakteristika generátoru.

Pro aplikace těchto kriterií na jednotlivé, fyzikálně zajímavé příklady odkazují k citovaným pojednáním.

Věstník literární.

Recense knih.

Sammlung Vieweg. Tagesfragen aus den Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik.

Cíle nakladatelství Viewegovo v Brunšviku podjalo se nového záslužného úkolu seznamovati jak odborníky tak i širší kruhy zájímavíci se o přírodní vědy a jejich aplikace se současným stavem jednotlivých otázek vědeckých, jež nejsou sice ještě definitivně řešeny, ale jichž řešení dosavadními pracemi jednotlivých badatelů dospělo do určitého stadia, na němž dále budovati bude úkolem badatelů příštích. Zastoupeny budou v této nové sbírce monografií obory tyto: fysika, kosmická fysika, chemie, různé odbory technické a biologie. Redakce prací fysikálních svěřena jest prof. Dru Karlu Scheelovi z fysikálního a technického říšského ústavu v Charlottenburce, redakci prací z fysiky kosmické vedl prof. Dr. Rudolf Assmann z aeronautické observatoře v Lindenberce, prací chemických prof. Dr. B. Neumann z techniky ve Vratislavi, prací technických Dr. Ing. Fritz Emde z techniky ve Stuttgartě a prací biologických prof. Dr. Karel Oppenheimer z Berlína.

Budiž dovoleno těmito řádky upozorniti čtenáře našeho „Časopisu“ na ty svazky nové této Viewegovy sbírky, jež pro odborníky fysiky jsou zvláště důležitý a zájímavý. Jsou to z prvních osmnácti svazků díla tato:

1. Dr. R. Pohl-Dr. P. Pringsheim: **Die lichtelektrischen Erscheinungen.** Sammlung Vieweg 1. Mit 36 Textabbildungen. Brunšvík 1914. Str. VI + 114, cena 3 M.

Povzbuzen pokusy Hertzovým z r. 1887. o vlivu záření ultrafialového na disruptivní výboj elektriny objevil roku následujícího W. Hallwachs, že kovy ozářené světlem nabíjejí se kladnou elektrinou, kterýžto zjev nazván byl po něm „zjevem Hallwachsovým“ nebo „zjevem fotoelektrickým“. Jeho výklad emisí elektronů účinkem absorpce světla v atomech podali Lenard a J. J. Thomson r. 1899. Studium zjevu toho oddalo se v poslední době mnoho