Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Svoboda

O infinitesimální počet na gymnasiích

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D91--D93

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120986

Dr. V. Ryšavý, O speciálním principu relativnosti, 52 (Rozhledy), 98—106.
Dr. A. Dittrich, Lze Lorentzovu transformaci ovládnouti názorem, 53 (Rozhledy), 155—169.
Dr. A. Dittrich, Rozhovor o fysikálních vlastnostech prostoru, 54 (Rozhledy), 99—112.

O infinitesimální počet na gymnasiích.

Antonín Svoboda, Kralupy n. Vlt.

Výběr učebné látky na střední škole je dán v první řadě úkolem střední školy (t. j. poskytnouti všeobecné vzdělání), v druhé řadě tím, že střední škola má připraviti žáky ke studiu na školách vysokých. Při volbě látky dlužno tudíž míti na mysli oba zřetele.

Matematika má mezi předměty poskytujícími všeobecné vzdělání zvláštní postavení, neboť zdařilé absolvování jakékoliv partie předpokládá znalosti všech partií předchozích. Věci jednou probrané nalézají aplikaci v různých formách ve všech následujících třídách. Ještě jiné okolnosti staví matematiku a to zvláště na vyšším stupni na místo výjimečné. Je nástrojem v předmětech jiných, ve fysice, chemii a deskriptivní geometrii. Tak otvírá nové možnosti, šíří obzor, dovoluje různé pojmy a zjevy postihnouti ze všeobecného hlediska. Matematická formulace přírodních zákonů činí je teprve průhlednými. V aplikaci tkví tedy další význam matematiky. Proto jest bezpochyby správné říditi se při výběru učebné látky také tímto hlediskem: vybrati ony partie matematiky, které mohou přinésti ve svých aplikacích co největší užitek a co největší usnadnění a zhospodárnění práce. Jedním z těchto oborů jest beze sporu počet diferenciální a integrální. Po restrikci hodin matematiky na gymnasiích všech typů*) byla tato partie vůbec odstraněna. Podotýkám hned, že s tímto krokem nesouhlasím; uvedu několik důvodů ze školní prakse mluvících pro zmíněný obor a pokusím se ukázati, jak jej rehabilitovati.

Všimněme si nejdříve několika případů, v nichž je počet infinitesimální produktivním a ekonomickým činitelem ve školské práci. V páté třídě končí se stereometrie výklady o částech plochy kulové a koule. Odvozování výrazu pro povrch a objem kvintánskými prostředky je tak obtížné pro žáky, že učitel, který si byl jist, že bude ve vyšší třídě probírán integrální počet, tuto partii jednoduše posunul do oné třídy. Myslím, že učinil velmi správně, neboť výsledek těchto výkladů v kvintě — měřený vynaloženou prací — je prostě minimální a většina žáků vezme za vděk hotovými vzorci. Výklad

*) S výjimkou reformních reálných gymnasií. *(Poznámka redakce.)*

tak jako tak je založen na pojmech infinitesimálních a při kvintánských prostředcích jest ovšem velmi násilný. Svého účelu — uvésti do matematického myšlení — tento způsob pro své přibližnosti určitě nedosáhne. Oč snazší, pochopitelnější a instruktivnější jest odvození zmíněných vzorců počtem integrálním, nemusím zvláště vypisovati. Fysikové na gymnasiích všech typů postrádají infinitesimálního počtu velmi citelně v obou nejvyšších třídách. Jen namátkou uvedu několik případů. Hned v mechanice dovoluje učiniti rozdíl mezi průměrnou a okamžitou rychlostí. Této druhé způsobem velmi samozřejmým dává směr tečny ke dráze, čehož s výhodou použijeme u pohybu rovnoměrného kruhového, stejně jako usnadňuje odvoditi výrazy pro dostředivé zrychlení. Dovoluje skutečně počítati jednoduché momenty setrvačnosti. V elektrostatice pak umožňuje určiti jednoduchým způsobem potenciál v elektrickém poli. Je jistě i mnoho jiných příležitostí k podobným aplikacím, které mají tu výhodu, že činí pojmy jasné a pochopitelné a uspoří vždy mnoho času, který jest pro přírodní vědy velmi omezen.

Problémem je, kam základy infinitesimálního počtu vsunouti a jak se tohoto úkolu metodicky zhostiti.

Abychom rozhodli první otázku, stačí uvážiti, jaké předpoklady tato partie činí a kde dochází svého uplatnění. Shledáváme, že tato partie jest vlastně velmi nenáročná, neboť vyžaduje z planimetrie znalosti zobrazování v rovině pomocí souřadnic, pojem sečny a tečny, z goniometrie pojem základních funkcí, z aritmetiky pak pouze pojem jednoduché funkce a znalosti počítání mocninami. Použití počtu infinitesimálního nastává počátkem sedmé třídy. Z toho je patrno, že se tato partie hodí buď do druhé poloviny šesté třídy, která má matematiky 3 hodiny týdně a v aritmetice předepsány soustavy kvadratických rovnic (vzhledem k řešení úloh analytické geometrie ve třídě sedmé), řady a jich aplikace na úrokování, nebo — jako za starých osnov — hned na počátek sedmé třídy, která má předepsanou kombinatoriku, pravděpodobnost a pojišťování (jen na reformním reálném gymnasiu).

Podle mého názoru bylo by lépe vrátiti se ke dřívějším poměrům a opět vsunouti tuto partii na počátek septimy. Čekám oprávněnou námitku, že přidávám látky. Nastává tu případ výběru mezi dvěma partiemi: stávající kombinatorikou a touto novou partií. Význam kombinatoriky jak pro všeobecné vzdělání, tak pro přípravu k vysokoškolskému studiu pokládám za podprůměrný. Uvážíme-li, kdy nám v praktickém životě přichází příležitost použíti permutací a variací, můžeme tento názor přijmouti. A přece je jedním ze základních požadavků, kladených na střední školu, aby vychovávala pro život. Snad můžeme z tohoto tvrzení vyjmouti kombinace vzhledem k jich významu v binomické větě. Kdyby tedy měly vzniknouti obavy, že by pro rozšířenou látku nevystačil čas, nerozpakoval bych se navrhnouti, aby kombinatorika byla pro svůj menší význam vypuštěna vůbec a na takto uvolněné místo vložen počet infinitesimální. Jeho přednosti jsem již uvedl.

Zbývá ještě metodická stránka. Je třeba předeslati pojem spojité funkce, neboť spojitost je tu nutnou podmínkou. Zdá se býti pro středoškolské studenty nejpřístupnější a nejnázornější definovati derivaci jako meznou polohu směrnice sečny. Vztahu $y' = \lim_{\Delta x = 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ dá se použíti pro odvození derivací všech v úvahu přicházejících funkcí. Ovšem jest třeba důrazně varovati před pouhým mechanickým nacvičením derivování bez jakéhokoliv hlubšího podkladu. Určování extrémních hodnot funkcí jest tu záhodno prováděti také na jejich analytickém zobrazení. V aplikacích setkáme se s mnoha příklady, které dobře osvětlí pravý pojem funkce, závislé a nezávislé proměnné.

Obvyklý způsob uvádění neurčitého integrálu jako primitivní funkce či inversní operace k derivování, myslím, úplně vyhovuje. Pro nás na střední škole má ovšem význam podružný, neboť k našim účelům hodí se integrál určitý. Tento pojem dá se dobře odvoditi jako součet infinitesimálních rovnoběžníků $y \,.\, dx$, vepsaných křivce, zobrazujících danou funkci. Při tom také vynikne význam mezí. Důležité jest ukázati souvislost integrálu určitého s neurčitým, aby bylo jasno, proč se používá stejného postupu, jako při hledání primitivní funkce a dále, proč se odčítají výsledky po dosazení mezí.

Pro středoškolskou praxi a k účelu, pro jaký tento počet vyžadujeme, úplně postačí, znají-li žáci integrály mocnin a mnohočlenů. Výsledku bude dosaženo, jestliže žáci pochopí, že integrování v daných mezích je sčítání geometrických útvarů, t. j. ploch a těles, jichž jeden rozměr je infinitesimálně malý a to právě ve směru tohoto. Pak tedy kvadratura záleží v sečítání obdélníků o rozměrech $y \,.\, dx$ ve směru souřadnice x, kubatura rotačních těles pak ve sčítání válců o podstavách kruhových s poloměrem y (tedy πy^2) a výškou dx (nebo opačně).

Je patrno, že i pouhé základy počtu infinitesimálního, jak ostatně starší zkušenosti dokázaly, jsou nástrojem velmi všestranným, a i se stanoviska matematického myšlení velmi cenným.

Poznámka redakce. Redakce otiskuje bez poznámek názor p. autora na svrchu uvedenou otázku, ač je jí dobře známo, že matematičtí odborníci reformní komise při sestavování Návrhu učebných osnov v roce 1933 i Zatímních učebných osnov v roce 1939 důkladně zmíněnou otázku zkoumali a z vážných důvodů infinitesimální počet do osnov gymnasií a reálných gymnasií nedali.