Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 34 (1905), No. 2, 147--160

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120947

$$-1 < \cos\vartheta < +1, \qquad |\sigma - x| < r < |\sigma + x|$$

následuje pro absolutní hodnotu integrálu:

$$\left|\frac{\partial V}{\partial x}\right| < |\mu| \int_0^\sigma \frac{d\omega}{(\sigma - x)^2}$$

a integrujeme-li dle proměnné φ:

$$\left|\frac{\partial V}{\partial x}\right| < \frac{2\pi|\mu|}{D} \int_0^\sigma \frac{\sigma^2}{(\sigma - x)^2} [1 + \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{D^2} + \ldots] d\sigma.$$

Prvý člen řady rovná se

$$\sigma + 2x \lg\left(1 - \frac{\sigma}{x}\right) - x\frac{\sigma}{\sigma - x}$$

a hledaná limita bude tedy menší než

$$\frac{2\pi|\mu|}{D}\sigma,$$

ježto ostatní integrály jsou vyššího řádu, jak jsme se již dříve o tom přesvědčili partielní integrací. Derivace potenciálu hmotné plochy zůstává tudíž spojitou v každém směru v okolí jejího singulárního bodu.

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Výroční zpráva c. k. vyšší reálky v Jičíně za školní rok 1903—4. O lineární závislosti kapillárního napjetí na teplotě. Thermodynamická studie. Napsal *Dr. Arnošt Dittrich.* V Jičíně, 1904 (10 str.).

Účel uvedené práce jest mnohem dalekosáhlejší, než z nadpisu lze souditi. P. autor applikuje tu zákony thermodynamiky na zjevy kapillární, aby odvodil theoretickou závislost kapillární konstanty na teplotě, při čemž výsledek jeho úvah má ukázati neúplnost základních vět thermodynamiky. Systém, jejž si za tím účelem zvolil, skládá se z tekutinové lamelly připjaté ke čtyřem drátům; na jednom z nich, posuvném, visí závaží držící právě rovnováhu kapillárním silám, vlivem jichž blána by se stáhla. Nad tekutinou nachází se nasycená pára. Za neodvisle proměnné volena absolutní temperatura t, množství tekutiny x a povrch lamelly ω. Za obvyklé supposice, že totiž tlak nasycených par nad lamellou závisí *jen* na temperatuře, vede applikace vět thermodynamických na tento systém k výsledku skutečnosti odporujícímu, že totiž kapillární konstanta jest lineárnou funkcí teploty. Hledá tedy p. autor v druhé části své práce podmínky, kdy tato závislost není dána lineárnou funkcí, a ukazuje, že v tom případě buď specifické teplo uvažovaného systému, nebo tlak nasycených par nad lamellou, nebo konečně objem systému musí záviseti na povrchu lamelly. Tento důsledek zdá se pak p. autorovi tak nemožným, že žádá za doplnění formulace thermodynamických vět.

Konkluse p. autorovy nejsou však docela přesné. V celé práci činí p. autor mlčky ničím neodůvodněný předpoklad, že kapillární konstanta závisí jen na temperatuře, ačkoliv není nejmenší pochybnosti, že závisí i na jiných proměnných, na př. na tlaku. Supponuje-li tedy p. autor, že tlak nasycených par nad lamellou jest funkcí všech tří proměnných, musí o kapillární konstantě činiti týž předpoklad, čímž ovšem úvahy jeho padají. Ostatně již *W. Thomson* ukázal, že kapillární konstanta jest závislá na tloušťce lamelly, a snad i supposice, že kapillární konstanta závisí na velikosti povrchu lamelly, není tak odvážná, jako zamítnutí thermodynamických vět.

Systém v práci uvažovaný není ostatně rovnovážným, poněvadž tlak nasycených par nad lamellou není ve všech místech stejný. Blána musí míti totiž nutně při krajích povrch zakřivený, má-li se udržeti vlivem jen kapillárních sil — síly jiné nebere pan autor v úvahu — poněvadž v tom případě je nutno, aby krajní úhel, jejž tvoří s pevnou stěnou, byl ostrý, jinak se blána nemůže na drátu zachytiti a vůbec vytvořiti. Jest tedy křivost blány v různých místech různá, a s ní se mění i tlak nasycených par nad lamellou, poněvadž je funkcí zakřivení povrchu. Tuto závislost usoudil *W. Thomson**) z principií thermodynamiky, avšak prof. *Koláček***) ukázal, že totéž plyne i ze základních vět hydrostatiky a kapillarity, tedy *nezávisle* na thermo-

---

*) *W. Thomson*, Phil. Mag. *42* (4), p. 448, 1871; též *E. Warburg*, *Wied. Ann. 28*, pag. 394, 1886.

**) *F. Koláček*, Wied. Ann. *29*, pag. 350, 1886. Změna tlaku nad povrchem zakřiveným jest velmi nepatrná, takže přímo dokázati se nedá. Tak na př. u kulové kapky o průměru 0·001 *mm* jest tlak nasycených par jen o 0·1% menší, než nad povrchem rovinným. Některé zjevy však přece nasvědčují její existenci. Viz na př. *Cl. Maxwell*, Wärme, přel. *F. Neesen*, pag. 327, nebo *R. Helmholtz*, Wied. Ann. *27*, pag. 525, 1886.

dynamice. Abstrahujeme-li tedy od tíže, jest jediným rovnovážným útvarem kulová kapka. Mimo to blána sama v sobě jest jistě útvar velmi složitý.

Konečně není snad nikterak nemožnou představa, že specifické teplo uvažovaného systému, nebo tlak nasycených par nad povrchem rovinným jest funkcí velikosti povrchu. Pokud se týče tepla specifického, vede k tomu jednoduchá úvaha. P. autor definuje spec. teplo uvažovaného systému jako ono množství tepla, jež třeba dodati, aby teplota vzrostla o jeden stupeň; ani množství tekutiny ani povrch její se při tom nezmění. Poslední věta není úplně správná, neboť od roztahování tekutiny teplem abstrahovati nelze, a proto nutno při změně povrchu rozeznávati změnu dvojí: jedna je způsobená zvýšením teploty, ta závisí na tvaru a velikosti povrchu, druhá je libovolná. Tuto libovolnou změnu vylučujeme při definici specifického tepla, změnu způsobenou teplotou nemůžeme vyloučiti. Vyžaduje tedy zvýšení teploty náklad kapillární práce, a ve výrazu pro specifické teplo jest jistě člen závisející na povrchu.

Z menších nedopatření budiž mi dovoleno vytknouti, že teploměrná škála, jíž v thermodynamice užíváme, není škála Celsiova, nýbrž Thomsonova škála absolutní; ovšem obě škály liší se velmi málo.

Ze svého rozboru soudí recensent, že konkluse p. autorova, že by formulace základních vět thermodynamických potřebovaly doplnění, nejeví se touto prací dostatečně odůvodněnou.

Dr. Frant. Záviška.

B. Recense knih.

Základové měřictví v rovině. Pro nižší třídy středních škol sepsal *F. Hoza.* Se 148 obrazy v textu. Třetí, zkrácené vydání. V Praze. Nákladem české grafické společnosti „Unie". 1904. Cena 1 K 70 h. (Schváleno vynesením vys. c. k. ministerstva k. a vyuč. ze dne 15. září 1903, č. 28.253 všeobecně).

O druhém vydání této učebnice geometrie bylo referováno v tomto Časopise na str. 298—300, roč. XVII.; od tohoto vydání liší se vydání třetí hlavně dosti značnou redukcí učiva, což jest patrno z toho, že nyní kniha obsahuje 104 strany, kdežto dříve byla o 194 stránkách. Tato redukce učiva stala se nutnou, když novou učebnou osnovou pro školy reálné ze dne 23. dubna 1898 zmenšen byl počet hodin, určených geometrii ve třídě II. a III., o jednu hodinu týdně.

Na rozvržení učiva nebylo mnoho měněno; pouze část „o místech měřických" následuje nyní hned po části prvé „o útvarech shodných", jak toho vyžadují nové instrukce. V části třetí pojednává se pak „o útvarech obsahem rovných", v části čtvrté „o útvarech podobných“, v části páté „o užívání algebry“ a konečně v části šesté „o ellipse, parabole a hyperbole“. Tato poslední část určena jest geometrickému rýsování ve třídě IV. a měla vlastně dle nového učebného plánu býti vynechána, poněvadž v něm nečiní se zmínky o kuželosečkách. Že p. spisovatel se rozhodl podržeti ve své učebnici tuto část, v tom souhlasiti s ním budou asi všichni učitelé geometrie; mohl tak učiniti tím spíše, poněvadž se aspoň v instrukcích doporučuje (na str. 211.), aby se z počátku škol. roku probíralo eventuálně sestrojování kuželoseček. Nelze totiž upříti, že žák, který pokračuje ve svých studiích na reálce, bude lépe připraven pro deskriptivní geometrii, pozná-li již ve IV. třídě hlavní vlastnosti ellipsy, hyperboly a paraboly, sestrojení těchto křivek a tečen k nim vedených; na žáku pak, který opustí nižší reálku, může se žádati, aby s těmito důležitými křivkami aspoň poněkud byl obeznámen.

Nížepsaný referent dovoluje si p. spisovatele upozorniti, nebylo-li by výhodno, připojiti k planimetrii také základy stereometrie, jež předepsány jsou pro třídu IV.; žáci by pak nepotřebovali v této třídě dvou učebnic geometrie a vystačili by ve třídách II.—IV. s knihou jedinou.

Nové vydání Hozovy učebnice vyniká všemi přednostmi, jež p. prof. Sucharda uvedl ve své recensi vydání druhého; jsouť to zejména: přehledné uspořádání celé látky, správný postup v jednotlivých oddílech, přesnost a jednoduchost vět, důkazů a dodatků, pečlivý výběr úkolů k opakování a cvičení, mluva stručná a přesná, obrazce úhledné a vkusné. Místy jest snad kniha až příliš stručná; tak uvedeny jsou mezi dodatky k některým větám geometrickým mnohé jiné věty, jež i na tomto stupni učení musí býti odůvodněny, nemá-li tím trpěti exaktnost výkladu. Tak na př. v § 24. (str. 16.) dokázána jest věta: „Jsou-li přímky sečené rovnoběžné, jsou úhly střídavé stejné“; další věty 2.—4. v tomto § se vyskytující nelze pokládati jenom za důsledky této věty, nýbrž musí býti dokázány a důkazy ty bylo v učebnici aspoň naznačiti. Podobně v § 22. (str. 15.), § 23. (str. 16.), § 29. (str. 19.), § 30. (str. 19.), § 41. (str. 25.) atd.

Nedopatření v textu učebném, jež vytkl již p. recensent u vydání druhého, vloudila se také do vydání třetího; k nim připojuje nížepsaný ještě tyto poznámky:

V § 79. (str. 42.) čteme: „U rovnoběžníka pravoúhlého slove půdice délkou a výška šířkou“, v § 84. 1. (str. 44.) však: „Větší strana (obdélníka) slove délka a menší šířka“.

U různoběžníka souměrného (§. 91., str. 46.) mohlo býti podotčeno, že slove také deltoidem.

Mezi § 105. a § 106. (na str. 53.) bylo vsunouti aspoň poznámku o měřickém místě všech bodů, které mají ode dvou daných přímek stejnou vzdálenost.

V §§ 129., 141., 142., 179. atd. bylo označiti všechna čísla neúplná obvyklým způsobem (tečkami položenými za číslo), aby se lišila od čísel úplných.

V úl. 15., § 181. (str. 91.) má býti „mají" místo „má".

P. spisovatel užívá obvyklé, nyní skoro ve všech učebnicích geometrie zavedené terminologie; jenom místo „přímka obojstředná" (§ 45.) stačilo by snad říci „středná", místo „části souhlasné" (shodných trojúhelníků) lépe „části stejnolehlé" (jako u trojúhelníků podobných v § 160.), místo „hyperbola rovnoramenná" (§ 191.) lépe „hyperbola rovnoosá". Konečně by bylo uvážiti, zdali by nebylo vhodno, zavésti obecně místo ne příliš pěkného slova „půdice" slovo „základna". *Ant. Libický.*

Miloslav Valouch (Litomyšl): **Přehled mathematiky.** Tabulky a vzorce mathematické. (Sborníku příruček pro učit. a studentstvo, redigovaného J. Kranichem, svazek 4.) Olomouc, R. Promberger. 1904. Str. 342, s 11 obrazci. Cena 3·50 K.

U příruček tohoto druhu záleží hlavně na výběru látky, jejím uspořádání a spolehlivosti obsahu. Volba obsahu, ač poněkud individuální, musí hověti potřebě a dávati přednost věcem důležitějším, sestavení pak má býti co nejvíce přehledné; zde značné váhy jest úprava typografická. Spolehlivosti dosáhne se pečlivostí autora i korektora tisku.

Příručka Valouchova vyhovuje požadavkům těmto slušnou měrou. Obsahuje tabulky s návodem (64 strany) a vzorce i poučky z elementární algebry (184 str.) a geometrie (90 stránek). Tabulky jsou voleny vhodně. Hlavní obsah spisku není šťastně rozdělen na algebru a geometrii, do oné zahrnuty i části arithmetiky a analyse. Celkem pak, zvláště v oddíle prvním, je látky příliš mnoho; na př. řady konečné, čísla obrazcová, kombinatorika a příbuzné partie nejsou tak důležité ani obecně zajímavé, jaká pozornost jim věnována. Výběr vzorců mohl tedy býti přísnější. Zkoumati správnost všech formulí a vět při obsahu tak bohatém není ovšem krátkou prací, a bude nejlépe provedena při skutečném užívání sbírky. — Pokud se týče uspořádání, mohlo býti provedeno s vyššího hlediska; uvésti však na př. sem tam (str. 68., § 37.) některou zásadu, nemá dobrého smyslu. O vnitřní stránce úpravy jest říci, že výraz slovný volen pečlivě, sloh je stručný a srozumitelný; jen některé maličkosti: názvy v závorkách i jinde (na př. po t. j. str. 253. ř. 3. zd.) by neměly býti všude v nominativě, nýbrž souhlasiti v pádě s vazbou věty, je to takto až rušivé někde; výrazy neb sloh ne zcela přesný jsou na př. na str. 77. ř. 2. sh., ř. 8 9. sh., str. 134. ř. 5. sh., 211. ř. 14. zd., 254. ř. 27. sh., 283. začátek § 46. (lépe uspořádati, mnohé, co uvedeno o válci kruhovém, platí o válci vůbec) a j.; příliš stručný je na str. 136. ř. 15. sh., 272. ř. 21. zd., 314. ř. 1. sh., 333. ř. 17. sh.; málo srozumitelný na str. 73. ř. 10. sh., 105. ř. 2. sh. (znak k[u]), 112. (pod tabulkou 6 řádků, sloh!), 137. ř. 17. sh. a pod. — Velmi důležitá je vnější úprava; ač nutno s uznáním vytknouti, že tisk knihy dal mnoho namáhavé práce, přece nevypadl bezvadně. Je ovšem málo vhodná výtka, že je tisk malý — byly tu jistě ohledy vážné. Měl však tisk býti rozmanitější tak, aby docíleno bylo ještě větší přehlednosti, množství látky mohlo tak býti typograficky rozlišeno na části více a méně důležité, na definice, hlavní a odvozené věty a pod.; některé odstavce obsahují mnoho různých vět, souvisle tištěných bez rozlišovacího znaménka (na př. na str. 262. ř. 4—26. 12 vět). Z jednotlivostí budiž uvedeno jenom: na str. 4—7. hodily by se nápisy, § 7. celý (str. 74.) nadepsán mnohem slaběji než jeho pododdělení na str. 80. (zlomky řetězové). Tiskových chyb, jichž zvl. zde má býti co nejméně, není vskutku — jak se zdá — mnoho; zde některé neopravené: str. 71. ř. 18 shora, 73. ř. 14. sh. (míra je $= a$), 76. ř. 3. a 4. zdola, 78. ř. 9. sh., 83. ř. 8. sh., 96. ř. 4. zd., 99. ř. 5. zd., 105. ř. 2. zd., 113. ř. 1. a 8. zd., 114. ř. 4. sh., 138. ř. 4. a 9. sh., 139. ř. 26. sh., 140. ř. 1. sh., 153. ř. 2. a 3. sh., ř. 11. sh., 161. ř. 5. zd., 169. ř. 13. zd., 172. ř. 13. zd. ($r = \infty$), 192. ř. 10. sh., 193. ř. 8. a 11. sh., 201. ř. 5. zd., 209. ř. 10. a 12. zd., 210. ř. 4. zd., 219. ř. 4. zd., 254. ř. 6. zd., 267. ř. 21. sh. (kosočtverec sluje rhombus, ne rhomboid), 269. ř. 19. sh., 317. ř. 2. sh. —

Úhrnem tedy může příručka tato při rozvážnějším výběru a přehlednější úpravě státi se milou pomůckou v elementární mathematice. *Dr. J. Vojtěch.*

Federigo Enriques, **Lezioni di geometria proiettiva**, Bologna, Zanichelli, 1898, str. V + 371, 8°; 2. vydání rozšířené 1904, pp. VIII + 409, cena 10 L.

Vorlesungen über projektive geometrie, deutsche Ausgabe von H. Fleischer, mit einem Einführungswort von Felix Klein, Leipzig, Teubner 1903, pp. X + 367, cena 8 M.

Po předchozích kritických úvahách o základech projektivní geometrie z r. 1894 podává zde Enriques ve svých přednáškách na universitě v Bologni od té doby didakticky vypracované elementy této nauky ve smyslu Staudtově; přijímaje z názoru skupinu visuelních axiomů, výslovně ji činí základem, z něhož možno celou nauku logicky vyvoditi, přes to však připouští i v dalším názor, ač přesný výklad v podstatných bodech provádí bez něho.

Rozlišiv geometrické vlastnosti visuelní (zrakem zjišťované, proprietà grafiche, obyč. zvané vlastnostmi polohy) od metrických (kde přichází pojem velikosti úsečky a úhlu), požaduje pro projektivní geometrii jako studium vlastností visuelních, aby její axiomy a důkazy vět byly prosty vztahů metrických. Základy geometrie projektivní podány jsou v prvních 5 kapit.: od nejelementárnějších vět vedou k důkazu základní věty projektivnosti. Seskupením základních prvků (bodů, přímek, rovin) vznikají základní útvary trojího řádu: řada bodová a svazek rovin, rovinná soustava bodová a přímková atd. (celkem 9 útvarů zákl., prostorový systém přímek vyloučen). Důležité je zavedení prvků v nekonečnu (nevlastních). Celou geometrii projektivní vyvozuje pak z šesti axiomů: První skupina (axiomy příslušnosti vzájemné bodů, přímek a rovin): I. V útvaru 3. řádu určují dva základní prvky útvar 1. řádu (obsažený v daném 3. řádu), jemuž přísluší. II. V útvaru 3. řádu určují tři základní prvky, jež nepatří témuž útvaru 1. řádu, útvar 2. řádu (obsažený v daném 3. řádu), jemuž patří. III. V útvaru 3. řádu určují základní prvek a útvar 1. řádu, jež sobě navzájem nepatří, útvar 2. řádu, jemuž přísluší. Teď umožněno zavésti základní výkony geom. projektivní, promítání a sečení, z nichž plyne perspektivní vztah zákl. útvarů. Druhá skupina axiomů (axiomy uspořádání bodů na přímce, přímek a rovin ve svazku): IV. Elementy útvaru 1. řádu lze si mysliti v přirozeném cyklickém uspořádání jednoho nebo druhého smyslu (s podrobnostmi; tento axiom obsahuje rozložené prvky visuelního pojmu pohybu) V. Jestliže dva útvary 1. řádu jsou perspektivní a nějaký element na jednom z nich se pohybuje, opisuje segment, pohybuje se také odpovídající element na druhém a opisuje segment. Axiom tento praví, že cyklické uspořádání útvarů 1. řádu má povahu projektivní. VI. Dedekindův axiom nepřetržitosti. Dříve než zaveden tento poslední axiom (v kap. 4.), vyloženy zákony duálnosti v prostoru a v útvarech 2. řádu (kap. 2.), na základě nichž věty geometrie projektivní se objevují ve skupinách po čtyřech, a odvozeny některé úvodní poučky (o perspektivních a homologických trojúhelnících i čtyřúhelnících); kap. 3. jedná o harmonických skupinách čtyř elementů, a když ukázáno, že harm. skupiny zůstávají zachovány ve vztahu mezi dvěma útvary 1. řádu, zjednaném promítáním a sečením, položena základní otázka, zda tato vlastnost je pro uvedené vztahy charakteristická t. j. zda každý jednojednoznačný vztah mezi dvěma útvary 1. řádu, v němž každé harm. skupině jednoho odpovídá harm. skupina druhého, jest vztah vzniklý projekcemi a řezy. Aby tuto otázku bylo lze rozhodnouti, připojen k 5 dosavadním axiomům 6. axiom nepřetržitosti. Tak dochází auktor konečně k pojmu projektivnosti (jednojednoznačný vztah, při němž harmonické skupiny zůstávají zachovány) a k základní větě projektivnosti, kterou formuluje takto: Mezi dvěma útvary 1. řádu existuje projektivnost, v níž třem elementům jednoho odpovídají tři elementy druhého. Tato projektivnost jest jediná a může býti zjednána konečným počtem projekcí a řezů. — Obsah prvních pěti kapitol jest nejoriginálnější částí knihy; poměr svého systému axiomů k Paschovu a Hilbertovu vyšetřuje Enriques v předmluvě (p. VI—VII.). Pozoruhodný jest tam m. j. také důkaz věty, že v harmonické skupině čtvrtý element existuje mimo první tři a konjugované elementy se tu oddělují (§ 12.), dále obecná krátká úvaha o vztazích (1, 1)značných (§ 16.) a j. — Další obsah knihy jest: o projektivnosti mezi útvary 1. řádu a o involuci (kap. 6. a 7.), o kollineaci a reciprocitě mezi útvary 2. řádu, zvl. také soumístnými (kap. 8.), o kuželosečkách a projektivnosti mezi nimi (kap. 9. a 10.), o vlastnostech ohnisek u kuželoseček (kap. 12.), o metrických vlastnostech kuželů 2. stupně (kap. 13.) a konečně o projektivnosti mezi útvary 3. řádu (kap. 14.); upozornění zasluhuje kap. 11. o určitých úlohách (zvl. na př. důkaz týkající se dvouhranného pravítka, úlohy 3. stupně, z nich základní: určiti další průsečíky dvou kuželoseček, jež mají jeden daný bod (ne bod dotyčný) společný; na tom se zakládá určení dvojných bodů rovinné kollineace). — V dodatku psáno stručně o grupách projektivností, o abstraktní geometrii (proj. geometrii lze pojímati jako abstraktní nauku a rozmanitě ji interpretovati tím, že zvolíme za její elementy, bod, přímku a rovinu, jakkoli definované pojmy té vlastnosti, že platí vztahy mezi nimi vyslovené v axiomech projektivní geometrie), o transformacích prostoru, jež mění koule v koule, o projektivních souřadnicích (oboje jako užití myšlenky abstraktní geom.), o imaginárních elementech, a na konec podán historicko-kritický přehled o vzniku zákl. pojmů projektivní geometrie, kde vytčen zvl. význam Staudtův.

Z hlavního postupu knihy vyloučeny úvahy metrické; ale ovšem nevynechány vůbec, nýbrž odděleně připojovány věty metrické jako zvláštní případy projektivních (pro ně nestačí základ, podaný pro geom. projektivní); pojednáno na př. o metrických vlastnostech harmonických skupin, involuce v řadě bodové, o speciálních rovinných kollineacích a pod., o dvojpoměru čtyř elementů v útvaru 1. řádu jedná až § 34. kap. 6. —

Zvláštní předností knihy jest jasné a stavu nauky odpovídající zařazení vztahů metrických do geometrie projektivní na základě absolutní involuce roviny (t. j. přímé involutorní kongruence na přímce v nekonečnu čili řezu involuce pravých úhlů paprskových svazků roviny přímkou v nekon.) a absolutní polárnosti prostoru. Důkazy a celý postup jest, jak zmíněno, ryze geometrický, bez pomoci úvah metrických a obratů početních; v tom je krása knihy. Pěkná souměrnost a jistá vítaná ucelenost plyne také odtud, že projednány útvary všech tří řádů, třebas by bylo možno mnoho vyložiti s omezením na útvary prvořadé (tak definována kuželosečka jako souhrn sobě konjugovaných bodů a přímek v rovinné polárnosti a ne Steinerovým způsobem, ač ovšem uveden také). — Tolik snad postačí k charakteristice této učebnice; znamenité doporučení dal knize F. Klein (k něm. překladu): „... neznám úvodní knihy projektivní geometrie, jež by podávala systematickou stavbu této nauky ve tvaru odpovídajícím dnešnímu stavu vědy způsobem tak průhledným a současně tak úplným jako tato. Při tom jest podání veskrze názorné a přece úplně přesné ...“ *) Dr. *J. Vojtěch.*

E. Jouffret, **Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions et introduction à la géométrie à *n* dimensions.** Paris, Gauthier-Villars, 1903, pp. XXX + 212, cena 7·50 frs.

Geometrie prostorů o více než 3 rozměrech je nauka nová; datuje se od druhé polovice 19. století, hlavně od let sedmdesátých. Když pojmy tak zv. neeuklidovských geometrií počaly buditi širší pozornost, překonávány také námitky proti úvahám geometrie n-dimensionální. V druhém období, od polovice let osmdesátých minulého věku, lze pak znamenati velikou rozmanitost směrů, a hojnost pojednání**) od té doby dává tušiti, že úvahy příslušné mají oprávněnost jednak jako samostatný oddíl geometrie, jednak pro applikace zvláště v jiných oborech geometrických, ale také v analysi, algebře a jinde. Geometrie prostorů vícerozměrných má hlavně dvojí význam; jest rozšířením pojmů geometrie obyčejné a poskytuje nám tyto jako speciální případ — kteréžto vyšší hledisko v geometrii podává nový a jasný pohled na dosavadní materiál úvah geometrických, jest za druhé vítanou pomůckou rozmanitých odvětví ryzí mathematiky, skýtajíc jim krátkou a výraznou fraseologii. Celkem lze rozeznati v úvahách, týkajících se prostoru n-rozměrného, tyto směry:***) 1. Přímé rozšíření analytické geometrie jako vhodný způsob rčení (Grassmann, Cayley, Cauchy a j.); 2. rozšíření method

*) Vydání německé liší se od 1. vlašského jen nepatrnými opravami, rozšířeném dodatku (o 1. a 3. oddíl) a připojeným indexem.

**) Bibliografii (a historický přehled) do r. 1900 podává V. Schlegel, Sur le développement et l'état actuel de la géométrie à n-dimensions, L'enseignement mathématique, 2. ročník 1900, pp. 77—114. (439 pojednání).

***) Srv. E. O. Lovett, Group theory and geometry of four dimensions, Bull. of the Amer. M. Soc., 6. svazek, 1900 p. 371 (nebo Note on geometry of four dimensions, Bull. 7. 1901. p. 88).

a výsledků obyčejné geometrie differenciální a analyse situs; 3. přímé rozšíření problémů a pojmů metrické a projektivní geometrie; 4. deskriptivní geometrie prostoru n-rozměrného; 5. kinematika vyš. prostorů; 6. Transformace obyčejného prostoru v jiné zavedením nového elementu místo bodu (geom. Plückerova s přímkou, Lieova s koulí jako elementem a pod.); 7. theorie biracionálních korrespondencí (Noether, Kantor, Brill.). 8. Absolutní geom. prostoru (Riemann, Helmholtz, Lie, Veronese). 9. Výklad n-dimensionální geometrie ve světle theorie grup (Klein, Lie, Poincaré). — Jest patrna zde veliká rozmanitost stanovisek; k tomu přistupuje ovšem, jako v novější produkci mathematické vůbec, jazyková rozmanitost publikací: hlavně jsou tu autorové italští a němečtí, méně francouzští, američtí, holandští a j. Jestliže pak geometrie polydimensionální stává se důležitou pro moderní mathematiku, jest na místě přání po jednotném díle o předmětu tomto, které by ovšem nevyčerpávalo obsahu dosavadních prací — při nehotovosti věci to není možno —, ale podávalo přece dosti široký úvod. Mimo snad některé obsáhlejší pojednání máme z poslední doby pouze nedokončenou dosud knihu Schouteovu*) a úvodní spisek Jouffretův.

Jouffret chce podati elementární úvod do geometrie čtyřrozměrné (prostoru lineárního euklidovského) s poukazem na geometrii n-rozměrnou. Po delší předmluvě, která obsahuje výklad pojmu postupných polí (přímka, rovina, prostor S_3 [espace], S_4 [étendue], . . .), o nemožnosti percepce útvarů čtyřrozměrných, o applikacích mathematických a fysikálních, o povaze a rozvrhu spisu, následuje 10 kapitol tohoto asi obsahu: Rozmanitým způsobem objasněno rozšíření řady: bod, přímka, rovina, prostor, o další člen: prostor S_4; v něm určen jest S_3 a bod čtyřmi podmínkami, rovina a přímka šesti. Jednotlivá pole definována lineárními rovnicemi mezi čtyřmi proměnnými, což slouží k dalším vývodům. Postup odtud je přirozený: pojednáno o řezích prostoru S_3, roviny a přímky po dvou (zajímavé jsou dvojice: dvě roviny, rovina a přímka, dvě přímky), o polích rovnoběžných a kolmých obecně na základě analytickém. Podrobněji vyšetřuje se potom rovnoběžnost a kolmost vzájemná přímek, rovin a prostorů třírozměrných se stanoviska geometrického a řeší se také některé úlohy sem příslušné; charakteristické jest, že dvě roviny mohou býti dvojím způsobem spolu rovnoběžné (neúplně nebo úplně dle toho, zdali jich přímky v nekonečnu se protínají nebo se stotožňují) a rovněž dvojím způsobem k sobě

*) P. H. Schoute, Mehrdimensionale Geometrie. I. Theil: Die linearen Räume, Leipzig, Göschen, 1902. Je psána odborníkem, jenž publikoval v novější době hojná pojednání sem hledící. Z dřívějška budiž připomenuta kniha Veroneseova, Fondamenti di geometria, 1891.

kolmé, poučná je konečně tabulka řezů dvou rovin v konečnu a nekonečnu, rovnoběžnosti a kolmosti, jež vykazuje 9 případů. Důležitá je rotace prostoru S_3 kolem roviny (příklad: stotožnění dvou trojhranů symmetrických rotací v S_4, což ovšem nelze provésti v S_3). Zbývá ze základních vztahů pojednati o úhlech: opomenuv případy samozřejmé, definuje autor nejprve úhel dvou S_3 (analyticky), později úhel dvou rovin protínajících se v bodě; stručná definice úhlu takových rovin A a B jest: Budiž zvolen v jedné z obou rovin (A) svazek paprskový, jehož středem je průsečík obou rovin; paprsky svazku promítejme orthogonálně na druhou rovinu B a projekce ty opět promítejme do A. Dva soustředné svazky v A, tak vzniklé, mají obecně dva paprsky dvojné, o nichž lze dokázati, že jsou k sobě kolmé; dva úhly (nezávislé), jež tyto dvojné paprsky tvoří se svými resp. korrespondujícími v B jsou úhly rovin A a B (kap. 1—4., 6.). — O systémech souřadnic, zvl. pravoúhlých, jedná kap. 5.: systém takový skládá se ze 4 S_3, jež se protínají všechny v bodě, po třech ve 4 přímkách (osách souř.) a po dvou v 6 rovinách souřadných. Jak útvary geometrie dvou- a třírozměrné se rozšiřují na útvary geom. čtyřrozměrné, toho vhodným příkladem jsou tyto nejjednodušší útvary: čtyřrozměrný diedr je systém dvou poloprostorů S_3 se spol. rovinou, triedr systém tří polorovin se společnou přímkou (neležících v témž S_3), kvadriedr systém čtyř polopřímek se spol. bodem (neležících v témž S_3, žádné tři v téže rovině). Bod prostoru S_4, definovaný čtyřmi pravoúhlými souřadnicemi, jest vhodně určen svými projekcemi na dvě roviny protilehlé (mající spol. jen bod, absolutně kolmé) pravoúhlého systému souř.; dle toho geometrie deskriptivní v S_4: ze čtyř kvadrantů v rovině protilehlé určují úplně útvar, přilehlé jeho projekci v příslušném S_3. — Po přímce, rovině a S_3, definovaných lineárními rovnicemi čtyř proměnných, jsou nejjednoduššími útvary v S_4, které jsou stanoveny rovnicemi kvadratickými: na př. trojdimensionální „plocha“ 2. stupně, definovaná jednou rovnicí, její spec. případ trojrozměrná „plocha kulová“ (hypersphère) a pod. Obecně v S_4 existují: čáry trojí křivosti, plochy a třírozměrné „plochy“ (hypersurfaces) [kap. 7.]. Polygonům v rovině a polyedrům v S_3 odpovídají v S_4 polyedroidy, t. j. útvary tvořené v S_4 částmi prostoru S_3 dotýkajícími se po dvou bez přerušení; o nich platí rozšířený vzorec Eulerův. Nejzajímavějším mezi nimi, polyedroidům pravidelným, věnována velká pozornost (více než třetina knihy): jest jich šest, a sice omezených resp. 8 hexaedry, 5, 16, 600 tetraedry, 24 oktaedry, 120 dodekaedry. Vyloživ úhrnem nejprve vznik a složení jich, autor objasňuje potom každý útvar jednotlivě methodou geometrickou a analytickou, podávaje projekce na S_3, řezy prostorem S_3, projekce na roviny, rozvinutí a pod. Literatura o polyedroidech je velmi hojná (zvl. důl. Stringham, Puchta, Schoute, Van Oss, pí. Stottová) [kap. 8.]. — V kapitole 9. mluví se o applikacích fysikálních (spec. chemických dle Renéa de Saussure). Poslední (10.) kapitola věnována rozšíření některých úvah předešlých na S_n, zvláště vytčen pojem úhlu dvou polí S_a a S_b a poukázáno na pravidelná tělesa v S_n, jichž je v S_5 a v každém dalším po 3. —

Kniha Jouffretova má některé dobré stránky: sem patří již sama myšlenka, podati jako přípravu ku geometrii n-dimensionální podrobnější výklad geometrie prostoru nejbližšího našemu, totiž S_4; spisovatel snažil se mimo to látku, jež jest svou povahou (nezvyklostí a nemožností určitějších představ) dost obtížná, v ostatním všemožně usnadniti, totiž výběrem látky, způsobem výkladu, grafickým zobrazováním a pod. Budiž hlavně vytčeno, že stále poukazuje na řadu polí S_1, S_2, S_3, S_4, postup od S_3 k S_4 provádí jako analogický postupu od S_2 k S_3, nezapomínaje upozorniti na rozdíly obou přechodů, kde se vyskytnou. K přednostem knihy patří také hojné literární poukazy, kde by mohl čtenář důkladněji se poučiti (přes to ovšem některé pozoruhodné publikace neuvedeny, na př. při „otázce 3 rozměrů" schází kritický spisek Dra A. Kirschmanna [Toronto, Canada], Die Dimensionen des Raumes, Lipsko 1902). — Jsou však zde také vady, které plynou většinou právě ze snahy po přístupnosti výkladu. Pojem elementárnosti, kterou si vytkl spisovatel, je velmi neurčitý a leckterá pomůcka v úvahách spisu není „elementární"; následkem tohoto vadného omezení jest, že výklad v knize nejde dosti do hloubky, sloh na některých místech je takový, na jaký nejsme zvyklý v odborných knihách, někde je rozvláčný, kdežto jinde důkazy scházejí, ač nelze popříti, že důkaz některých vět sám se namanuje, čteme-li s úvahou. K vůli elementárnosti vynechány také aspoň ukázky applikací mathematických, za to podány některé fysikálně chemické výklady, zasahující do metafysiky — oboje jest přičísti v neprospěch knihy. Omyly, patrně tiskové, si čtenář sám opraví (na př. na str. 25. čtverec výrazu pro vzdálenost dvou bodů má býti differencován dle y, ne dle x, na str. 29. pro kolmost dvou S_3 platí jedna podmínka, ne dvě, na str. 53. v prostoru S_3 jsou korrelativní bod a rovina, na str. 82. má býti integrál jednoduchý, dvoj-, trojnásobný a p. v.). —

Celkem spisek není učebnicí toho rozsahu a tvaru, jaký se referentovi jeví žádoucím, jest však pro první úvod velmi přístupnou pomůckou. Dr. *Jan Vojtěch.*

Blondlot's N-Strahlen. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung bearbeitet und im Zusammenhange dargestellt von *Hans Mayer*. Mährisch-Ostrau. R. Papauschek. 1904. 37 str.

Autor v tomto časopise posouzené brožury „Die neueren Strahlungen“ vydal v jistém smyslu jakožto pokračování krátký přehled výzkumů o nové N-radiaci, která dosud je předmětem vědeckých sporů mnohých autorit fysikálního světa. Přehled dosti dobrý; recensent vytkl by hlavně značnou neúplnost, která vznikla tím, že se autor téměř výhradně omezuje na referování o prácech nálezce N-záření *Blondlota*, neuváděje různé překvapující výsledky pozorovatelů jiných jako *Charpentiera* (o průchodu paprsků drátem), *Bichata*, *Bagarda* (o přirozeném i magnetickém otáčení polarisační roviny), *Guttona*, *J. Becquerela*, *Jégoua* a j. Též by se bylo odporučovalo poněkud obšírněji uvésti spory o existenci N-paprsků a jich výklad *Lummerem* podaný, o němž se děje pouze nedostačující zmínka v předmluvě. Jinak je spisek psán velmi průhledně, a k orientaci o svém předmětě dobře může posloužiti.

B. Kučera.

Monatshefte für Mathematik und Physik, roč. 1904, seš. 3. a 4., str. 38. přinášejí z péra Dra Ant. Lampy, professora fysiky na universitě Vídeňské, referát o „*Akustice*“ prof. Dra Čeňka Strouhala, tohoto znění:

„Ve sbírce mathematických a fysikálních učebnic, jež vydává Jednota Č. Mathematiků v Praze, tvoří Akustika svazek 6. Cíle, jež sobě autor při sepsání vytkl, jsou asi stejné jako při van Schaikově „Wellenlehre und Schall“. Avšak kniha Strouhalova jest v celku obšírněji držána a také v apparátu mathematickém jde Strouhal přes meze elementární mathematiky, aniž by však své knize chtěl dáti ráz akustiky theoretické. V této příčině jde rigorosnost spisovatelova dle mínění referentova až příliš daleko, když při diskussi differenciální rovnice kmitání s útlumem se ani nezmiňuje o případě mezném mezi řešením periodickým a aperiodickým, který ovšem pro akustiku nemá bezprostředního významu. To jest však jediný bod, o kterém myslí referent, že nutno jej vytknouti. Disposice knihy jest velmi jasná, celé uspořádání její tak uzpůsobeno, aby čtenáře uvedlo systematickým způsobem do nauky o zvuku. Na knize lze zřejmě pozorovati, že je sepsána na základě bohaté didaktické zkušenosti. Zvláště obšírnou je kapitola o akustických základech hudby. Dodatek, napsaný Drem Marešem, professorem fysiologie na Pražské české universitě pojednává o fysiologii sluchu.

K podpoře textu slouží četné illustrace, částečně dle pokusných uspořádání, jak jich autor ve svém ústavě užívá. Najde se zde mnoho svérázného. Údaje literatury jsou velmi bohaté a dotýká se velmi příjemně, že spisovatel mluví s vřelým uznáním o směrodatných prácech německé fysiky, ačkoli je nadán silným nacionálným smýšlením, jak je zřejmo z láskyplného zabývání se pracemi mála českých fysiků. Při této zřejmé snaze po spravedlivém ocenění nesmí se příliš přísně posuzovati poznámka na str. 313, v níž se klade důraz na slovanský původ Chladniho."

Poslední věta vztahuje se k poznámce pod čarou na 313. stránce Akustiky, znění následujícího: „Arnošt Florens Chladni narodil se r. 1756 ve Vittemberce; pocházel z rodiny, kteráž v dobách dřívějších sídlila na Slovensku; předkové jeho vystěhovali se do Saska pro útisky náboženské;" a dále: „Co se týče jeho jména, čistě českého, podržen v knize této (jako též ve Slovníku Ottově) způsob, jakým on sám se podepisoval, ač by snad bylo lépe, vzhledem k měkké výslovnosti našeho *i* psáti Chladný."

K referátu Lampově dlužno poznamenati, že se slovanský původ Chladniho jinde daleko určitěji vytýká, než učinil tak Strouhal, a to se strany *německé.* Tak píše *V. Kohlschütter* (Mnichov) v biografii: „Ernst Florens Friedrich Chladni. Hamburk 1897," kterou uveřejnil za příležitosti 70letého výročí Chladniho úmrtí: „Zprávy o rodině Chladniho nejdou příliš daleko zpět; zdá se, že jest původu slovanského." *)

Vykládá dále, že 1673 jeden z předků, Jiří, protestantský kazatel, uprchl z Uher za pronásledování Leopolda I. a dodává: „Již tento původ není bez významu pro naši potřebu kausální, a rádi se k tomu kloníme považovati eminentně hudební nadání potomka rodiny, který nás především interessuje, za dědictví národa, z něhož pocházel, který plným právem platí za národ z nejhudebnějších."

B. Kučera.

*) V poznámce na konci knihy uvádí Kohlschütter: „Nach gütiger Mittheilung des Herrn Prof. Wattenbach deutet auch der Name auf eine slavische Abstammung hin; chladný bedeutet böhmisch: frisch, kühl."