Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Bartoloměj Navrátil

O elektrickém potenciálu a elektrické kapacitě

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 22 (1893), No. 3, 202--208

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120906

O elektrickém potenciálu a elektrické kapacitě.

Pro žáky středních škol napsal

B. Navrátil,
ředitel vyšší školy realné v Prostějově.

(Dokončení.)

Trvá-li spojení kondensátoru se zdrojem elektřiny, trvá též proudění elektřiny od zdroje ke kondensátoru a touž měrou vzrůstá množství elektřiny na obalu A, poněvadž $V < V'$. Při tom však kondensátor se chovati bude k předmětům okolním jako těleso neelektrické; nebo přítažnost (odpudivost) homogenní vrstvy kulové jest táž, jakoby veškerá hmota její byla soustředěna ve středu koule; v našem případě ruší se tedy účinnost vrstvy A ($+$ M) účinností vrstvy B ($-$ M).

Z rovnice (α) plyne pro kapacitu C hustiče v jed. el. stat.

$$C = \frac{M}{V} = \frac{RR_1}{R_1 - R}; \tag{10}$$

$R_1 - R$ patrně jest tloušťka vzdušné vrstvy; označíme-li ji ε a přijmeme-li ji za velmi malou proti R, lze položiti

$$RR_1 = R^2\left(1 + \frac{\varepsilon}{R}\right) = R^2;$$

obdržíme tedy pro C výraz

$$C = \frac{R^2}{\varepsilon} = \frac{4\pi R^2}{4\pi\varepsilon} = \frac{S}{4\pi\varepsilon}, \tag{10'}$$

kdež $S = 4\pi R^2$ jest povrch obalu A v cm^2. *Kapacity kondensátoru tedy přibývá, zvětšuje-li se povrch jeho a zmenšuje-li se tloušťka vzduchové vrstvy obaly oddělující.* Naopak lze z (10′) též určiti, jaký povrch dlužno hustiči dáti, aby nabyl jisté žádané kapacity. Pro mikrofarad na př. a $\varepsilon = 0{\cdot}1\,cm$ nalezneme $S = 113\,m^2$.

Náboj kondensátoru M_1 dán jest rovnicí

$$M_1 = CV = \frac{SV}{4\pi\varepsilon}. \tag{11}$$

Rovnice (10)—(11) platí též, alespoň přibližně pro jisté odchylky na okrajích, pro kondensátory otevřené tvarů jinak libovolných, ač jsou-li obaly rovnoběžny a je-li vrstva dielektrická dosti tenká; lze jich tedy též užiti při omezených kondensátorech rovinných i Leydenských láhvích.

12. *Specifická induktivná kapacita.* Zkušenost ukázala, že kapacita hustiče mimo veličiny nahoře uvedené, závisí též na povaze dielektrika obaly oddělujícího. Je-li C kapacita vzduchového hustiče a C_1 kapacita téhož hustiče, nahradíme-li vzduch jinou látkou dielektrickou téže tloušťky, sluje

$$\frac{C_1}{C} = \varkappa$$

specifickou kapacitou látky té. Pro tuto látku bude kapacita téhož hustiče

$$C_1 = \varkappa C = \varkappa \frac{S}{4\pi\varepsilon}. \tag{12}$$

Určení specifické induktivné kapacity jest velmi obtížno, ze kteréž příčiny pro totéž dielektrikum nalezeny hodnoty mnohdy značně se rozcházející. Jakožto specifická kapacita uvádí se průměrně pro obyčejné sklo: 5—6, ebonit 2·5, parafin 2, slídu 5, gumový lak 3·3; pro vzduch jest patrně $= 1$.

Pomocí rovnic (10)—(12) bez obtíží vypočteme některé příklady: *a*) Jakou kapacitu má kondensátor vzduchový s obaly kruhovými o průměru 20 *cm*, pro $\varepsilon = 0{\cdot}1$ *cm*? (Odpověď: 250 j. elek. stat. $\simeq 3.10^{-4}$ mikrofaradu). *b*) Jakou má kapacitu Leydenská láhev válcovitá, průměru 8 *cm* polepená na dně a ode dna až do výšky 8 *cm* při tloušťce skla 0·1 *cm*? (Odpověď: asi 1000 j. el. stat. $\simeq 0{\cdot}0011$ mikrofaradu). *c*) Jaký jest náboj této láhve při potenciálu $V = 200$ j. el. stat.? (Odpověď: 67 mikrocoulombů). *d*) Jaký povrch musí míti kondensátor o kapacitě jednoho mikrofaradu (etalon mikrofaradu) pro slídu jakožto látku dielektrickou při tloušťce slídy $= 0{\cdot}02$ *cm*? (Odpověď: 4·5 m^2).

13. *Účinnost* (*síla*) *hustící.* Kapacita vnitřního obalu kulového kondensátoru A o sobě, t. j. bez obalu B jest

$$c = \frac{M}{V} = R,$$

kapacita kondensátoru má však hodnotu

$$C = \frac{M_1}{V} = \frac{R^2}{\varepsilon},$$

z čehož

(13) $$\frac{C}{c} = \frac{M_1}{M} = \frac{R}{\varepsilon}.$$

Poměr $\frac{C}{c}$ sluje *účinností* (*silou*) *husticí* kondensátoru.

14. *Kapacita baterie.* Jak známo, lze Leydenské láhve dvojím způsobem seřaditi v baterii. *a*) V obyčejné baterii spojeny jsou všecky vnitřní obaly mezi sebou a všecky zevnitřní se zemí. Ať má láhví n o kapacitách C_1, C_2 ... C_n. Uvedeme-li na ni M elektřiny, rozdělí se tato na ně, poněvadž láhve jeví se na venek elektricky bezúčinnými, po částech M_1, M_2 ... M_n tak, že

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n,$$

při čemž vnitřní obaly mají potenciál společný V. Platí tedy

$$\frac{M}{V} = \frac{M_1}{V} + \frac{M_2}{V} + \ldots + \frac{M_n}{V},$$

čili

(13) $$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n,$$

t. j. *kapacita baterie C rovná se součtu kapacit jednotlivých láhví.*

Jsou-li láhve elektricky totožny (totiž velikostí povrchu S, tloušťkou ε a jakostí dielektrika $\varkappa$), jest

(13') $$C = nC_1 = n\,\frac{S}{4\pi\varepsilon},$$

t. j. *kapacita obyčejné baterie jest n-krát větší než kapacita jednotlivé láhve.*

b) Jinak se má věc s baterií Franklinovou čili kaskádovou, při níž zevnější obal předcházející láhve spojen jest vždy s vnitřním obalem láhve následující a zevní obal poslední láhve se zemí. Abychom odvodili pro tuto baterii hodnotu kapacity, představme si, že ku dvěma obalům obyčejného kulového kondensátoru (obr. 4.) připojíme ještě $n - 1$ další kulový a soustředný obal D, E atd. s příslušnými vrstvami nevodivými. Poněvadž každý obal, mimo první a poslední, představuje svými povrchy vlastně obaly dva (tvoříť vnitřní povrch každého obalu zevnitřní obal předcházejícího a zevnitřní povrch vnitřní obal následujícího kondensátoru), obdržíme takto n hustičů na způsob Franklinovy baterie seřaděných, jichž kapacity ať jsou opět C_1, C_2 ... C_n. Je-li R poloměr onoho povrchu nejvnitřnějšího obalu, který k první dielektrické vrstvě přiléhá, jsou-li R_1 a R'_1 poloměry vnitřního a zevnitřního povrchu druhého obalu a značí-li R_2 a R'_2, R_3 a R'_3 atd. analogické rozměry obalu druhého, třetího atd., obdržíme rozšiřice rovnici (α) čl. 11. i na další obaly

$$V = \frac{M}{R} - \frac{M}{R_1} + \frac{M}{R'_1} - \frac{M}{R_2} + \ldots + \frac{M}{R'_{n-1}} - \frac{M}{R_n}$$

čili

$$\frac{V}{M} = \frac{R_1 - R}{RR_1} + \frac{R_2 - R'_1}{R'_1 R_2} + \ldots + \frac{R_n - R'_{n-1}}{R'_{n-1} R_n},$$

a dle rovnice (10) pro kapacitu soustavy

$$\text{(14)} \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

t. j. *převratná hodnota kapacity baterie rovná se součtu převratných hodnot kapacity jednotlivých hustičův.* Relace ta platí, jak již podotčeno, i pro Leydenské láhve. Přijmeme-li opět, že hustiče čili Leydenské láhve jsou elektricky totožny, jest

$$\text{(14')} \qquad C = \frac{C_1}{n} = \frac{S}{4\pi\varepsilon n},$$

t. j, *kapacita baterie jest n-krát menší než kapacita jednotlivé láhve.*

15. *Elektrická energie.* Ve čl. 1. uvedli jsme pro energii elektrickou relaci: $W = MV$; výraz tento platí pro případ, když celé quantitě M najednou udělíme potenciál V. Při elektrování konduktorův, hustičů naskytuje se však děj podstatně jiný. Při počátku elektrování jest quantitám elektrickým, na konduktor na samém počátku docela neelektrický proudícím, přemáhati jen nepatrný potenciál, jenž teprv postupem elektrování vzrůstá, až

konečně poslední část plný potenciál V konduktoru přemoci musí. Obrazem děje tohoto může býti převod kapaliny z jednoho ramena A dvou spojitých nádob do druhého B. Čím výše vystupuje kapalina v rameni B, t. j. čím více vzrůstá hydrostatický protitlak, tím větší práci vynaložiti bude na převod jednotky váhy kapaliny, největší při oné, jíž se výška v B doplní na konečnou výšku žádanou. Jest samozřejmo, že práce při tom vykonaná jest menší, než kdybychom celou váhu převedené kapaliny zdvihli do výšky, již kapalina konečně v B zaujme. Podobně zpotřebuje se při elektrování postupném méně práce, a má tedy dle principu zachování energie elektřina na konduktor převedená menší potenciální energii, než kdyby se zelektrování na potenciál V provedlo s celou quantitou elektrickou najednou. Jaká jest tato energie?

Odpověď podá řešení úlohy, oč zvýší se elektrická energie konduktoru o kapacitě C, na němž nahromaděno jest elektřiny m o potenciálu v, zvětšíme-li postupným elektrováním quantitu z m na M a v na V?

Žádaný přírůstek $M - m$ elektřiny rozložme na n stejných dílův a položme

$$\frac{M - m}{n} = \delta,$$

kdež n v posledních koncích jest ∞, tedy δ nekonečně malé. Zvětšením m o δ vzrůstá energie o hodnotu, již při δ nekonečně malém můžeme určiti dle rovnice (2″) t. j. přírůstek energie bude

$$v\delta = \frac{m\delta}{C}$$

t. j. převodem nekonečně malé quantity δ na konduktor vzroste energie o hodnotu, již obdržíme, násobíme-li el. quantitu, která tam již byla, přírůstkem δ a stálým činitelem $\frac{1}{C}$. Dle toho tedy druhým, třetím atd. n-tým rozmnožením quantity o δ přibude energie postupně o

$$\frac{1}{C}(m+\delta)\,\delta$$
$$\frac{1}{C}(m+2\delta)\,\delta$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\frac{1}{C}[m+(n-1)\,\delta]\,\delta.$$

Úhrnný přírůstek energie tedy bude

$$W=\frac{\delta}{C}[m+(m+\delta)+(m+2\delta)+\ldots+(m+(n-1)\,\delta)]$$

čili, poněvadž $n\delta = M - m$,

$$W=\frac{M-m}{2C}[(M-m)+2m-\delta]$$

t. j. pro $\delta = 0$ konečně

$$W=\frac{M^2-m^2}{2C}=\frac{1}{2}(VM-vm). \tag{15}$$

Byl-li konduktor původně neelektrický, jest $m = 0$ a

$$W=\frac{1}{2}MV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{M^2}{C}. \tag{15'}$$

Z toho pak plyne dále pro energii kondensátoru

$$W=\frac{SV^2}{8\pi\varepsilon}=2\pi\varepsilon\frac{M^2}{S}, \tag{16}$$

pro obyčejnou baterii o n totožných láhvích

$$W=n\frac{SV^2}{8\pi\varepsilon}=\frac{2\pi\varepsilon}{n}\frac{M^2}{S} \tag{17}$$

a pro baterii kaskádovou

$$W=\frac{1}{n}\frac{SV^2}{8\pi\varepsilon}=2\pi\varepsilon n\frac{M^2}{S}. \tag{18}$$

16. *Teplo vzbuzené ve vodiči výbojem elektřiny.* Nekoná-li elektřina při výboji žádné jiné práce, promění se celá její energie

v teplo. Značí-li A mechanický aequivalent tepla a Q počet kalorií výbojem vzbuzených, jest

$$(19) \qquad AQ = W = \frac{1}{2} MV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C},$$

z čehož snadno vypočísti lze Q. Pro kalorii gramovou jest A = 0·425 *kgm* ≙ 4·2 . 10^7 ergů ≙ 4·2 wattu při zrychlení tíže 981 *cm*. Naopak jest 1 watt ≙ 0·24 a 1 erg ≙ 0·24 . 10^{-7} gramové kalorie. Tak na př. má coulomb elektřiny při potenciálu V = 300 j. el. stat. ≙ 90000 voltů

energii 45.10^3 wattů ≙ 4587 *kgm*,

jež ve vodiči, jímž se vybije, vzbudí quantum tepelné Q = 10800 *gr* kalorií.

Oč se zvýší *teplota t* vodiče, určíme známým způsobem z rovnice

$$(20) \qquad t = \frac{Q}{p\tau},$$

kdež p značí absolutní váhu vodiče a τ měrné teplo jeho. Má-li vodič podobu drátu délky l, poloměru ϱ a měrné váhy μ, jest

$$(20') \qquad t = \frac{Q}{\pi \varrho^2 l \mu \tau}$$

t. j. teplota za stejných jinak okolností *roste, ubývá-li délky a zejména tloušťky drátu.*

Skládá-li se vodič z částí nestejně vodivých, rozdělí se Q mezi ně, jak zkušenost dotvrzuje, dle poměru jejich odporův.

Vybijeme-li na př. coulomb elektřiny za podmínek nahoře uvedených platinovým drátem, jehož $l = 1$ *m*, $\varrho = 0·2$ *cm*, $\mu = 21·45$, $\tau = 0·0325$, zvýší se teplota jeho, jak bez obtíží se přesvědčiti můžeme, o $t = 1233^0$ C t. j. až téměř do bílého žáru. Naproti tomu má Leydenská láhev, jejíž kapacitu jsme určovali v čl. 13. *b*), při potenciálu V = 15 j. el. stat. ≙ 4500 voltův energii = 0·01124 wattu, jíž zvýšila by se teplota platinového drátku délky $l = 1$ *cm*, váží-li 0·001 *g* (takže poloměr jeho by byl menší než 0·1 *mm*), jen asi o 83^0 C.