

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum
Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

František Čech; Jaroslav Pospíšil

Měření měrného náboje elektronu magnetronovou metodou

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 11 (1971), No. 1, 207--216

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/119938>

Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

*Katedra experimentální fyziky a metodiky fyziky
Vedoucí katedry: Prof. Paed. dr. Josef Fuka*

MĚŘENÍ MĚRNÉHO NÁBOJE ELEKTRONU MAGNETRONOVOU METODOU

FRANTIŠEK ČECH A JAROSLAV POSPÍŠIL

(Předloženo 12. 5. 1969)

1. ÚVOD

Elektron je základní elementární částice, charakterizovaná záporným elektrickým nábojem $-e$ a hmotností m . Je to částice s nejmenším elektrickým nábojem, ostatní elektrické náboje jsou celistvým násobkem tohoto náboje.

Náboj elektronu lze určovat přímo, např. Millikanovou metodou. Experimentální stanovení náboje elektronu vyžaduje sice experimentální zručnost a dokonalost měřicího zařízení, je však poněkud lehčí než určování jeho hmotnosti. K určování hmotnosti elektronu lze použít metod atomové fyziky (např. pomocí mlžné či bublinové komory nebo spektroskopickým způsobem). Výsledky měření často bývají málo přesné. Vhodné je hmotnost elektronu určovat nepřímo ze znalosti jeho měrného náboje (specifického náboje).

Měrný náboj elektronu je poměr jeho náboje e k jeho hmotnosti $m(e/m)$. Dá se experimentálně stanovit rozličnými metodami, a to snadněji než hmotnost elektronu.

Současně existující metody měření měrného náboje elektronu lze rozdělit na metody založené na působení elektrického a magnetického pole na pohybující se elektron a na metody, u nichž je měrný náboj elektronu určován nepřímo (např. pomocí Zeemanova jevu).

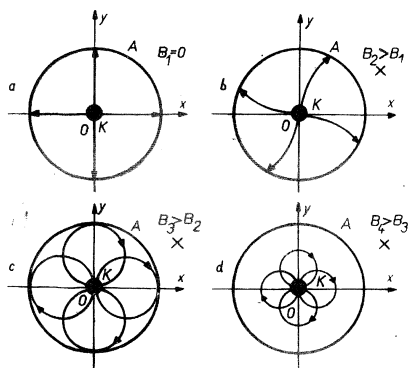
V článku je pojednáno o magnetronové metodě měření měrného náboje elektronu. Je popsán princip metody s jejím teoretickým zdůvodněním. Dále je popsáno experimentální zařízení pro měření měrného náboje elektronu magnetronovou metodou a jsou uvedeny výsledky měření realizovaným měřicím zařízením.

2. PRINCIP METODY

Magnetronová metoda měření měrného náboje elektronu spočívá v působení magnetického pole na elektron, pohybující se kolmo k tomuto poli. Zařízením, v němž se pohyb elektronů odehrává, je magnetron.

Magnetron je speciální vakuová elektronka, používaná obvykle jako generátor

centimetrových elektromagnetických vln. V současné době existuje mnoho typů magnetronů, jejich fyzikální princip činnosti je však stejný. Magnetron je v podstatě dioda, popř. trioda, umístěná v magnetickém poli tak, že směr osy jeho válcových elektrod souhlasí se směrem magnetického pole, přičemž mřížka i anoda v případě triodového systému magnetronu mají prakticky stejný elektrický potenciál. Proto lze princip činnosti magnetronů vysvětlit úvahami s dvěma válcovými sousými elektrodami: katodou K a anodou A (obr. 1).



Obr. 1. Dráhy elektronů v magnetronu pro různé velikosti magnetického pole.

Předpokládáme, že elektrony jsou emitovány z katody K kolmo na směr magnetické indukce $B = -B_z$ magnetického pole. Dráhy těchto elektronů se zakřívují s poloměrem r a při určité velikosti magnetického pole nedosáhnou povrchu válce A, tvořícího anodu magnetronu (obr. 1a až 1d).

Předpokládáme, že pohyb elektronů se děje v rovině x, y (obr. 1) a intenzita elektrostatického pole mezi katodou a anodou je ve směru osy z nulová. Označme poloměr anodového válce b a poloměr katody a .

Vyjděme z Lorentzovy síly F pro elektromagnetické pole:

$$F = eE + e[\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

a napišme ji ve složkovém tvaru pro předpokládané směry x a y roviny (x, y) , v níž se elektrony pohybují:

$$\begin{aligned} m \frac{dv_x}{dt} &= eE_x - ev_y B, \\ m \frac{dv_y}{dt} &= eE_y + ev_x B. \end{aligned} \quad (2)$$

Provedme nyní transformaci pravouhlych souřadnic x a y na polární souřadnice r a φ . Rychlost podél r je nyní:

$$v_r = \frac{dr}{dt} \quad (3)$$

a rychlost kolmá k r je

$$v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4)$$

Ježto

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi, \\ y &= r \sin \varphi, \end{aligned} \quad (5)$$

je

$$\begin{aligned} v_x &= v_r \cos \varphi - v_\varphi \sin \varphi, \\ v_y &= v_r \sin \varphi + v_\varphi \cos \varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

a také

$$\begin{aligned} E_x &= E_r \cos \varphi, \\ E_y &= E_r \sin \varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Dosadíme-li nyní substituční vztahy (6), (7) do rovnic (2), dostaneme:

$$\begin{aligned} m \left[\frac{dv_r}{dt} \cos \varphi - v_r \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} - \frac{dv_\varphi}{dt} \sin \varphi - v_\varphi \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right] &= \\ &= eE_r \cos \varphi - eBv_r \sin \varphi - eBv_\varphi \cos \varphi, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} m \left[\frac{dv_r}{dt} \sin \varphi + v_r \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dv_\varphi}{dt} \cos \varphi - v_\varphi \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \right] &= \\ &= eE_r \sin \varphi + eBv_r \cos \varphi - eBv_\varphi \sin \varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

Násobíme-li rovnici (8) $\sin \varphi$ a rovnici (9) $\cos \varphi$ a odečteme-li první od druhé, obdržíme vztah:

$$m \left[v_r \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dv_\varphi}{dt} \right] = eBv_r,$$

neboli

$$2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{eB}{m} \frac{dr}{dt},$$

čili

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left[r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right] = \frac{eB}{m} \frac{dr}{dt}. \quad (10)$$

Separujeme proměnné v rovnici (10):

$$\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{eB}{2m} \frac{dr^2}{dt}$$

a provedme integraci. Dostaneme:

$$\left[r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right]_a^r = \left[\frac{eB}{2m} r^2 \right]_a^r. \quad (11)$$

Předpokládejme, že elektrony opouští katodu kolmo. Pak pro $r = a$ je $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, takže

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{eB}{2m} (r^2 - a^2)$$

neboli

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{eB}{2m} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right). \quad (12)$$

Násobíme-li nyní rovnici (8) $\cos \varphi$ a rovnici (9) $\sin \varphi$ a sečteme-li je, dostaneme:

$$m \left(\frac{dv_r}{dt} - v_\varphi \frac{d\varphi}{dt} \right) = eE_r - Bev_\varphi$$

neboli

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \frac{e}{m} E_r - \frac{eB}{m} r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (13)$$

Dosaďme nyní za $\frac{d\varphi}{dt}$ v rovnici (13) výraz (12). Obdržíme vztah:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e}{m} E_r - r \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right). \quad (14)$$

Víme-li že

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \right) = \frac{dr}{dt} \frac{d}{dr} \left(\frac{dr}{dt} \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2,$$

můžeme výraz (14) integrovat mezi hranicemi a a r za předpokladu, že elektrony opouští vlákno katody se zanedbatelnou rychlostí. Tedy pro $r = a$ je $\frac{dr}{dt} = 0$ a lze psát:

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = 2 \frac{e}{m} U_a - \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 r^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right), \quad (15)$$

kde urychlující napětí U_a je určeno vztahem:

$$U_a = \int_a^r E_r dr.$$

Je-li maximální hodnota poloměru zakřivení dráhy elektronu $r = b$, pak

$$\left(\frac{db}{dt} \right)^2 = 2 \frac{e}{m} U_a - \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 b^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right).$$

Poloměr b je konstantní, tedy

$$\frac{db}{dt} = 0$$

a proto lze psát

$$2 \frac{e}{m} U_a = \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 b^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right)^2,$$

takže

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{B^2 b^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right)^2}, \quad (16)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{B^2 b^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right)^2} \quad (17)$$

neboli

$$\frac{e}{m} = K_1 \frac{8U_a}{B^2}, \quad (18)$$

kde

$$K_1 = \frac{b^2}{(b^2 - a^2)^2}. \quad (19)$$

Rovnici (18) je explicitně vyjádřen měrný náboj elektronu pomocí veličin, které jsou známé nebo se dají snadno stanovit. Vztah (18) je základem magnetronové metody měření měrného náboje elektronu.

3. EXPERIMENTÁLNÍ USPOŘÁDÁNÍ A POSTUP MĚŘENÍ

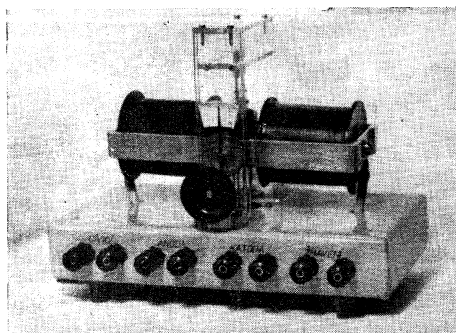
Byl sestrojen přístroj pomocí něhož lze měřit měrný náboj elektronu magnetronovou metodou.

Sestrojený přístroj, jehož fotografie je na obr. 2, se skládá z celoskleněného magnetronu Tesla 21 SP 40, ze dvou cívek, zapojených do série, k buzení magnetostatického pole (v tabulce I jsou uvedeny hodnoty magnetické indukce magnetického pole odpovídající některým hodnotám magnetizačního proudu, protékajícího cívkami

Tabulka I

| | | | | | | | | |
|-----------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| I_m [A] | 0,01 | 0,1 | 0,2 | 0,65 | 0,85 | 1,05 | 1,25 | 1,45 |
| B [T] | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | $2,5 \cdot 10^{-3}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ | $3,5 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $4,5 \cdot 10^{-2}$ | $5 \cdot 10^{-2}$ |

přístroje, do hodnot proudu, pro které jsou cívky dimenzovány. Závislost magnetické indukce na magnetizačním proudu lze pro uvedený rozsah proudů pokládat za lineární, ze zařízení pro sklánění cívek s možností změny sklonu magnetického pole vzhledem k ose magnetronu v rozsahu $\pm 10^\circ$ a z kovového podstavce, k němuž jsou všechny předcházející části přístroje připevněny. Na přední straně podstavce jsou zdířky, spojené přes patiči s příslušnými kolíky magnetronu, potřebné pro měření. Těž vinutí cívek je vyvedeno zdířkami. K ochraně přístroje je možno použít víka z plexiskla.

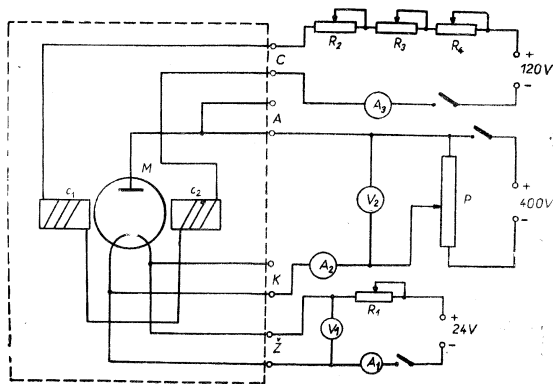


Obr. 2. Fotografie realizovaného přístroje pro měření měrného náboje elektronu magnetronovou metodou.

Měřicí uspořádání pro měření měrného náboje elektronu je schématicky znázorněno na obr. 3. Je tvořeno magnetronem M, žhavicím, anodovým a magnetizačním obvodem. Příslušné zdířky, odpovídající těmto obvodům, jsou Ž, A, C. Zapojení, složení jednotlivých obvodů a velikosti a druh napětí jsou patrné z obr. 3. Reostatem R_1 lze nastavit žhavicí proud, reostaty R_2 , R_3 , R_4 slouží k hrubé a jemné regulaci magnetizačního proudu, protékajícího cívkami c_1 , c_2 , zapojených za sebou. Potenciometrem P lze nastavit velikost anodového napětí.

Základem pro měření měrného náboje elektronu je vztah (18). Tento vztah byl však odvozen za předpokladu platnosti ideálních podmínek (válcové elektrody, homogenní magnetické pole, nulová termická rychlost elektronů na povrchu katody). Tyto podmínky však nelze prakticky splnit. V realizovaném zařízení se při měření měrného náboje elektronu uplatňuje vliv termické rychlosti elektronů, vystupujících z katody, projevující se pozvolným poklesem charakteristiky $I_a = f(I_m)$ pro větší hodnoty magnetizačního proudu I_m (obr. 4). Správnou hodnotu proudu I_m a tedy též jemu odpovídající hodnotu magnetické indukce B , vystupující ve vztahu (18), je

třeba stanovit extrapolací přímkové části charakteristiky k nulovému anodovému proudu (obr. 4). Dále na výsledky měření má vliv spirálovitý tvar katody a segmentový tvar anody použitého magnetronu a též ne úplná homogenita magnetického pole mezi cívkami. Uvedené vlivy lze korigovat pro použité hodnoty anodového napětí U_a , žhavicího proudu I_z a magnetizačního proudu I_m zavedením korekčních



Obr. 3. Měřicí uspořádání k měření měrného náboje elektronu magnetronovou metodou.

faktoru K_2 do vztahu (18). Nyní lze vztah pro praktické zjišťování měrného náboje elektronu vyjádřit následujícím tvarem:

$$\frac{e}{m} = K \frac{8U_a}{B^2}, \quad (20)$$

kde

$$K = K_1 K_2. \quad (21)$$

Konstanta K má pro použité měřicí zařízení a pro zvolené měřicí podmínky hodnotu

$$K = 1,721 \cdot 10^5 \text{ m}^{-2}. \quad (22)$$

Vztah (20) lze nyní napsat ve tvaru:

$$\frac{e}{m} = 1,721 \cdot 10^5 \frac{8U_a}{B^2}, \quad (23)$$

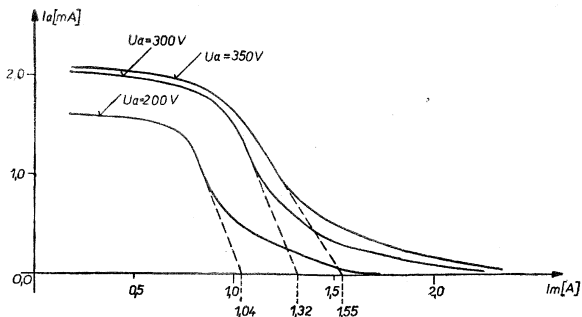
který je vhodný pro určování měrného náboje elektronu realizovaným měřicím zařízením při použitých měřicích podmínkách, uvedených v tomto článku u výsledků měření.

Bylo zjištěno, že nejvhodnější je volit anodové napětí U_a do hodnoty 350 V a žhavicí proud nepřesahující hodnotu $I_z = 2,5$ A. V těchto případech lze snadno získat charakteristiky $I_a = f(I_m)$ i pro větší proudy, než je proud stanovený přímkovou extrapolací (viz. obr. 4), bez nebezpečí projevu oscilací elektronů.

Při měření měrného náboje elektronu realizovaným měřicím zařízením je třeba: provést zapojení podle obr. 3, nastavit magnetizační cívky do vodorovné polohy a zapojit žhavení magnetronu. Pak je možno zapojit anodový obvod, nastavit anodové napětí a zapojit magnetizační proud. Dále je třeba sestrojít pro každé anodové napětí a konstantní hodnotu žhavicího proudu charakteristiku magnetronu $I_a = f(I_m)$. Ze stanovených charakteristik $I_a = f(I_m)$ je pak nutno určit hodnoty B z příslušných extrapolací stanovených proudů I_m . Použitím vztahu (23) pro různé hodnoty U_a a pro jim příslušné hodnoty I_m lze vypočítat velikosti e/m . Nejpravděpodobnější hodnotou měrného náboje elektronu je střední hodnota výsledků měření.

4. VÝSLEDKY MĚŘENÍ

Při měření bylo použito žhavicího proudu $I_z = 2,5$ A a měrný náboj elektronu byl zjišťován pro anodová napětí $U_a = 200$ V, 300 V a 350 V.



Obr. 4. Charakteristiky magnetronu $I_a = f(I_m)$ pro použitá anodová napětí a konstantní hodnotu žhavicího proudu.

Charakteristiky magnetronu $I_a = f(I_m)$ pro uvedená anodová napětí jsou znázorněny na obr. 4. Příslušné číselné hodnoty jsou v tabulce II. Hodnoty e/m pro tato napětí jsou v tabulce III.

Tabulka II

| Číslo měření | $U_a = 200 \text{ V}$ | | $U_a = 300 \text{ V}$ | | $U_a = 350 \text{ V}$ | |
|--------------|-----------------------|------------|-----------------------|------------|-----------------------|------------|
| | I_m [A] | I_a [mA] | I_m [A] | I_a [mA] | I_m [A] | I_a [mA] |
| 1 | 0,25 | 1,60 | 0,25 | 2,20 | 0,25 | 2,80 |
| 2 | 0,50 | 1,55 | 0,50 | 1,98 | 0,50 | 2,30 |
| 3 | 0,75 | 1,40 | 0,75 | 1,88 | 0,75 | 1,90 |
| 4 | 1,00 | 0,55 | 1,00 | 1,52 | 1,00 | 1,63 |
| 5 | 1,25 | 0,26 | 1,25 | 0,70 | 1,25 | 0,90 |
| 6 | 1,50 | 0,06 | 1,50 | 0,32 | 1,50 | 0,50 |
| 7 | 1,75 | 0,02 | 1,75 | 0,20 | 1,75 | 0,30 |
| 8 | 2,00 | 0,01 | 2,00 | 0,10 | 2,00 | 0,20 |
| 9 | 2,50 | 0,005 | 2,50 | 0,01 | 2,50 | 0,04 |
| 10 | 3,00 | 0,00 | 4,30 | 0,001 | 4,10 | 0,005 |

Tabulka III

| Číslo měření | U_a [V] | B [T] | $\frac{e}{m} \cdot 10^{-11}$ [C · kg ⁻¹] |
|--|-----------|---------|--|
| 1 | 200 | 0,039 | 1,721 |
| 2 | 300 | 0,047 | 1,652 |
| 3 | 350 | 0,052 | 1,927 |
| Aritmetický průměr: $\frac{e}{m} = 1,766 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ | | | |

5. ZÁVĚR

Porovnáme-li nejpravděpodobnější hodnotu měrného náboje elektronu, danou aritmetickým průměrem hodnot e/m pro různá anodová napětí v realizovaném měřicím zařízení, s hodnotou $e/m = 1,759 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$, udanou v knize Z. Horák, Fr. Krupka, V. Šindelář: Technická fyzika, SNTL Praha (1962), 1035, zjistíme, že se liší o 0,4 %. Relativistická korekce se při použitých anodových napětích v udaném počtu desetinných míst výsledků neprojeví.

Popsaný přístroj je svou konstrukcí a přesností vhodný pro běžná laboratorní měření ve fyzikálním praktiku na vysoké škole. Přesnějšímu určování měrného náboje elektronu a rozboru přesnosti měření hlavně brání stavba použitého magnetronu a nehomogenita magnetického pole v magnetronu.

Přístroje je možno s úspěchem též používat pro měření charakteristik magnetronu, tj. pro měření závislosti $I_a = f(U_a)$ při $I_m = \text{konst.}$ a $I_a = f(I_m)$ při $U_a = \text{konst.}$, a lze též určovat závislost těchto charakteristik na I_z a na sklonu magnetického pole.

LITERATURA

- [1] *Harnwell G. P., Livingood J. J.*: Experimental Atomic Physics, New York and London, (1933), 42–45.
- [2] *Weizel W.*: Elektronen, Atome, Moleküle, Berlin/Leipzig, (1950), 25–27.
- [3] *Špolskij E. V.*: Atomová fyzika I, SNTL, Praha, (1957), 21–32.
- [4] *Horák Z.*: Úvod do molekulové a atomové fyziky, SNTL, Praha, (1955), 89–91.
- [5] *Brož J., a kol.*: Základy fyzikálních měření, SPN, Praha, (1967), 501–502.
- [6] *Tjagunov G. A.*: Elektronky a výbojky, SNTL, Praha, (1954), 204–210.

Резюме

ИЗМЕРЕНИЕ СПЕЦИФИЧЕСКОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МАГНЕТРОННЫМ МЕТОДОМ

ФРАНТИШЕК ЧЕХ и ЯРОСЛАВ ПОСПИШИЛ

В статье описан магнетронный метод для измерения специфического заряда электрона, выведена формула, описан прибор и показаны результаты измерений.

Прибор подходящий для измерения на физическом практикуме в вузах.

Summary

THE MEASUREMENT OF SPECIFIC CHARGE OF ELECTRON BY MAGNETRON METHOD

FRANTIŠEK ČECH AND JAROSLAV POSPÍŠIL

This article describes the magnetron method for measurement of the specific charge of electron. The fundamental equation is derived, the used measuring apparatus and results of measurement are shown.

The developed apparatus is suitable for students measurements in university laboratories.