

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum
Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

Pavel Chmela

Izochromatické čáry při průchodu konvergentního paprskového svazku dvojlomnou destičkou vybroušnou z jednoosého krystalu

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 6 (1965), No. 1, 37--(48)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/119832>

Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

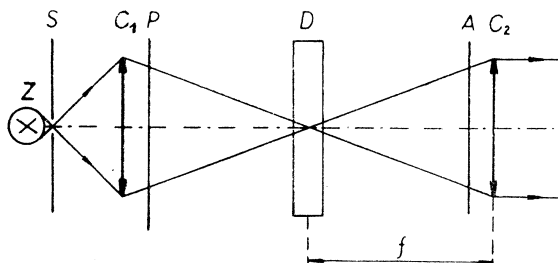
*Katedra teoretické fyziky a astronomie přírodovědecké fakulty.
Vedoucí katedry: Prof. RNDr. Bedřich Havelka, doktor věd.*

IZOCHROMATICKÉ ČÁRY PŘI PRŮCHODU KONVERGENTNÍHO PAPRSKOVÉHO SVAZKU DVOJLOMNOU DESTIČKOU VYBROUŠENOU Z JEDNOOSÉHO KRYSTALU

PAVEL CHMELA
(Předloženo dne 3. června 1964)

Úvod. Klasická problematika izochromatických čar při průchodu konvergentního paprskového svazku dvojlomnou destičkou vyvstává dnes v souvislosti s konstrukcí interferenčních mikroskopů. Například při konstrukci Fraunhoferova interferenčního okuláru, kde je použito Savartova kompenzátoru, je využito poznatků o izochromatických čarách.

Nechť prochází monochromatické světlo o vlnové délce λ soustavou, jejíž schéma je podáno na obr. 1.



Obr. 1.

Světlo vychází ze zdroje Z a prochází kruhovou clonou S na čočku C_1 . Polarizátor P propouští lineárně polarizované světlo, které se dělí v dvojlomném prostředí destičky D na paprsek řádný a paprsek mimořádný. Oba tyto paprsky při průchodu dvojlomnou destičkou získávají vzájemný dráhový rozdíl. Při průchodu analyzátozem A dochází ke vzájemné interferenci mezi paprskem řádným a paprskem mimořádným.

Dvojlomná destička D je umístěna v bodě, do něhož se zobrazuje čočkou C_1 kruhová clona S a který je současně totožný s předmětovým ohniskem čočky C_2 . Předmětová ohnisková vzdálenost čočky C_2 je označena písmenem f .

Intenzita prošlého světla je dána vztahem

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left[\cos^2 (\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right], \quad (1)$$

kde I_0 je intenzita dopadajícího světla, α je úhel, který svírá polarizační rovina polarizátoru s kmitoměrem paprsku řádného a β je úhel, který s kmitoměrem paprsku řádného svírá polarizační rovina analyzátoru. Úhly α a β je možno vztáhnout rovněž ke kmitoměru paprsku mimořádného. Pro další výklad budeme předpokládat, že $\alpha \neq 0, \frac{\pi}{2}$, $\beta \neq 0, \frac{\pi}{2}$. Písmenem φ je označen fázový posuv obou paprsků.

Je-li dráhový rozdíl paprsku řádného a paprsku mimořádného δ_r , je fázový posuv φ pro určitou vlnovou délku λ dán vztahem

$$\varphi = \frac{2\pi\delta_r}{\lambda}. \quad (2)$$

Ze vztahu (1) je patrné, že intenzita prošlého světla závisí jednak na úhlech α a β , jednak na dráhovém rozdílu obou paprsků δ_r . Kdybychom studovali závislost na úhlech α a β , dospěli bychom k čarám stejné intenzity, které se nazývají izogyry. Rovnice těchto čar je dána v obecném tvaru rovnicí přímky a hyperboly. Nejvýrazněji se izogyry projevují při průchodu světla destičkou vybroušenou kolmo k optické ose krystalu, kde pozorujeme při zkrřížených polarizátorech zorné pole překryto tmavým křížem, při rovnoběžných polarizátorech světlým křížem. Pro větší úhly výbrusu je střed izogyr posunut ve směru, ve kterém optická osa krystalu protíná rovinu čočky C_2 , takže pro malé úhly dopadu se při větších úhlech výbrusu izogyry v zorném poli neobjevují. Podrobnějším studiem izogyr se v tomto pojednání nebudeme zabývat.

Uvažujeme-li závislost na dráhovém rozdílu δ_r , je patrné ze vztahu (2), že výsledný světelný stav je pro určitý dráhový δ_r pro různé vlnové délky různý. Místa, ve kterých nastává pro určitou vlnovou délku λ interferenční maximum budeme nazývat izochromatickými čarami.

Podmínka pro interferenční maximum pro vlnovou délku λ je dána v případě rovnoběžných polarizátorů vztahem

$$\delta_r = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3a)$$

a v případě zkrřížených polarizátorů vztahem

$$\delta_r = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3b)$$

I. Výpočet dráhového rozdílu

Dráhový rozdíl δ_r při průchodu dvojlomnou destičkou je dán vztahem

$$\delta_r = (n_r \cos \varepsilon'_r - n_o \cos \varepsilon'_o) d, \quad (4)$$

kde d je tloušťka destičky, ε'_r je úhel lomu paprsku mimořádného, ε'_o je úhel lomu paprsku řádného. Jsou-li rychlosti v dvojlomném prostředí paprsku

řádného v_0 a paprsku mimořádného v_r ve směru ε'_r , jsou indexy lomu n_0 a n_r , dány vztahy

$$n_0 = \frac{c}{v_0}, \quad n_r = \frac{c}{v_r}, \quad (5)$$

kde c je rychlost světla ve vakuu.

Směr šíření vlnoplochy, odpovídající mimořádnému paprsku není totožný s její normálou. Označíme písmenem v normálovou rychlost. Jestliže normála na vlnoplochu mimořádného paprsku svírá s kolmicí dopadu úhel ε'_r , platí pro normálovou rychlost za předpokladu, že optická osa krystalu leží v rovině dopadu

$$v = v_r \cos \gamma, \quad \text{kde} \quad \gamma = \varepsilon'_{er} - \varepsilon'_r. \quad (6)$$

Index lomu paprsku mimořádného ve směru normály n budeme definovat jako poměr rychlosti světla ve vakuu a normálové rychlosti

$$n = \frac{c}{v}. \quad (7)$$

Snellův zákon platí pouze pro normálový směr paprsku mimořádného, neplatí pro směr šíření energie mimořádného paprsku, takže můžeme psát

$$\sin \varepsilon = n_0 \sin \varepsilon'_0, \quad \sin \varepsilon = n \sin \varepsilon'_r, \quad \sin \varepsilon \neq n_r \sin \varepsilon'_{er}, \quad (8)$$

kde ε je úhel dopadu.

Dráhový rozdíl mezi paprskem řádným a normálovým směrem paprsku mimořádného δ budeme definovat podobně jako δ_r

$$\delta = (n \cos \varepsilon'_r - n_0 \cos \varepsilon'_0) d. \quad (9)$$

Vyšetříme nyní, jak se vzájemně oba tyto dráhové rozdíly liší. Ze vztahů (4) a (9) dostáváme

$$\delta - \delta_r = (n \cos \varepsilon'_r - n_r \cos \varepsilon'_{er}) d$$

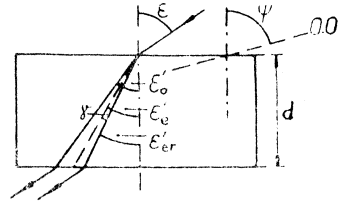
a použitím vztahu (6) vychází

$$\delta - \delta_r = \frac{c}{v_r} \sin \varepsilon'_{er} \operatorname{tg} \gamma \cdot d.$$

Poněvadž úhel γ je poměrně velmi malý a pro malé úhly dopadu je úhel ε'_{er} rovněž velmi malý, blíží se pro malé úhly dopadu rozdíl $\delta - \delta_r$ k nule.

V dalším výkladu budeme uvažovat pouze dráhový rozdíl δ , při jehož výpočtu s výhodou použijeme platnosti Snellova zákona.

Při výpočtu dráhového rozdílu δ jde o vyjádření výrazů $n \cos \varepsilon'_r$ a $n_0 \cos \varepsilon'_0$ v závislosti na úhlu dopadu ε , dále na úhlu, který svírá normála na výbrus s optickou osou ψ a na azimutu ϑ .



Obr. 2.

Poněvadž pro řádný paprsek je index lomu n_0 konstantní pro libovolný směr šíření a platí Snellův zákon, lze psát

$$n_0 \cos \varepsilon'_0 = n_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varepsilon}{n_0^2}}. \quad (10)$$

Pro vyjádření výrazu $n \cos \varepsilon'$ potřebujeme znát funkční závislost normálové rychlosti na směru šíření.

Rychlost šíření energie paprsku mimořádného v_r je dána v kartézských souřadnicích výrazem

$$v_r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (11)$$

kde souřadnice x, y, z jsou souřadnicemi bodu na rotačním elipsoidu

$$\frac{x^2}{v_0^2} + \frac{y^2}{v_e^2} + \frac{z^2}{v_e^2} = 1, \quad (12)$$

kde souřadnice x určuje směr optické osy krystalu, v_0 je rychlost paprsku řádného a v_e je rychlost mimořádného paprsku ve směru kolmém na optickou osu.

Normálová rychlost je pak dána vzdáleností středu rotačního elipsoidu od tečné roviny, která prochází bodem o souřadnicích (x, y, z) .

Poněvadž se jedná o rotační elipsoid, je možno celou úvahu provést v libovolné rovině obsahující optickou osu. Volíme například rovinu x, y . Rovnice elipsy, ve které rotační elipsoid protíná rovinu x, y je dána vztahem

$$\frac{x^2}{v_0^2} + \frac{y^2}{v_e^2} = 1. \quad (13)$$

Nechť směr šíření energie mimořádného paprsku svírá s optickou osou krystalu úhel ϑ' a normálový směr úhel ϑ'_0 (viz obr. 3).

Rovnice tečny k elipse má tvar

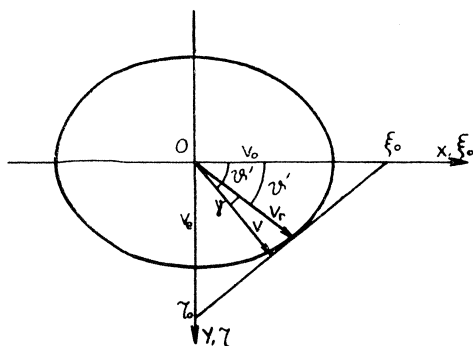
$$\frac{x\xi}{v_0^2} + \frac{y\eta}{v_e^2} = 1, \quad (14)$$

kde x, y jsou souřadnice bodu ve kterém je tečna konstruována a ξ, η jsou souřadnice tečny. Souřadné osy ξ a η protíná tečna v bodech

$$\xi_0 = \frac{v}{\cos \vartheta'_0} \quad \text{a} \quad \eta_0 = \frac{v}{\sin \vartheta'_0}. \quad (15a)$$

Z rovnice (14) vychází pro ξ_0 a η_0

$$\xi_0 = \frac{v_0^2}{x}, \quad \eta_0 = \frac{v_e^2}{y}. \quad (15b)$$



Obr. 3.

Porovnáním (15a) a (15b) dostáváme

$$\frac{x}{v_0} = \frac{v_0 \cos \vartheta'}{v}, \quad \frac{y}{v_e} = \frac{v_e \sin \vartheta'}{v}, \quad (15c)$$

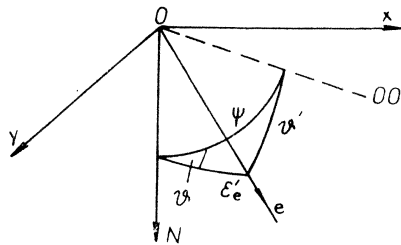
odkud dosazením do rovnice elipsy (13) dostáváme výraz pro normálovou rychlost

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \vartheta' + v_e^2 \sin^2 \vartheta'. \quad (16)$$

Vydělíme-li rovnici (16) rychlostí světla ve vakuu c dostaneme vztah pro normálový index lomu n ve směru ϑ'

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_0^2} \cos^2 \vartheta' + \frac{1}{n_e^2} \sin^2 \vartheta'. \quad (17)$$

Předpokládejme, že jednoosý krystal je vybroušen tak, že jeho optická osa svírá s normálou úhel ψ . Nechť paprsek dopadá pod úhlem ε , při čemž rovina určená paprskem a normálou svírá s rovinou hlavního řezu úhel ϑ . Normála, vedená k vlnoploše odpovídající mimořádnému paprsku, leží v rovině dopadu a svírá s normálou úhel ε'_e (viz obr. 4). Optická osa krystalu nechť leží v rovině x, N .



Obr. 4.

Ze sférické trigonometrie je znám vztah

$$\cos \vartheta' = \cos \psi \cos \varepsilon'_e + \sin \psi \sin \varepsilon'_e \cos \vartheta. \quad (18)$$

Dosadíme-li odtud za ϑ' do rovnice (17) a použijeme-li Snellova zákona ve tvaru

$$n \sin \varepsilon'_e = \sin \varepsilon$$

vychází

$$n \cos \varepsilon'_e = \frac{(n_0^2 - n_e^2) \sin 2\psi \cos \vartheta \sin \varepsilon}{2g^2 n_e^2 n_0^2} + \frac{1}{g} \sqrt{1 - \frac{1}{n_e^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon - \frac{1}{g^2 n_e^2 n_0^2} \cos^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon}, \quad (19)$$

kde

$$g^2 = \frac{1}{n_e^2} \sin^2 \psi + \frac{1}{n_0^2} \cos^2 \psi.$$

Z rovnic (19) a (10) vychází dráhový rozdíl

$$\delta = \left[\frac{(n_0^2 - n_e^2) \sin 2\psi \cos \vartheta \sin \varepsilon}{2g^2 n_e^2 n_0^2} + \frac{1}{g} \sqrt{1 - \frac{1}{n_e^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon - \frac{1}{g^2 n_e^2 n_0^2} \cos^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon} - n_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varepsilon}{n_0^2}} \right] d \quad (20)$$

II. Rovnice izochromatické čáry

Dvojlomná destička je umístěna v předmětovém ohnisku čočky C_2 . Volíme-li v rovině čočky C_2 pravouhlou souřadnou soustavu x, y tak, že směr osy x je daný průsečnicí roviny hlavního řezu s rovinou čočky, lze psát

$$\begin{aligned}x &= f \operatorname{tg} \varepsilon \cos \vartheta \\y &= f \operatorname{tg} \varepsilon \sin \vartheta.\end{aligned}\quad (21)$$

Pro malé úhly dopadu, za předpokladu, že $\operatorname{tg} \varepsilon \doteq \sin \varepsilon \doteq \varepsilon$ dosazením výrazu (21) do (20) a rozvedením výrazů pod odmocninou podle binomické věty vychází:

$$\begin{aligned}\delta &= \left[\frac{(n_0^2 - n_e^2) \sin 2\psi}{2g^2 n_0^2 n_e^2} \frac{x}{f} + \frac{1}{g} \left(1 - \frac{1}{2n_e^2} \frac{y^2}{f^2} - \frac{1}{2g^2 n_e^2 n_0^2} \frac{x^2}{f^2} \right) - \right. \\&\quad \left. - n_0 + \left(\frac{x^2}{f^2} + \frac{y^2}{f^2} \right) \frac{1}{2n_0} \right] d.\end{aligned}\quad (22)$$

V dalším výkladu budeme uvažovat pouze případ rovnoběžných polarizátorů. Výsledky pro zkřížené polarizátory jsou velmi podobné.

Volíme-li dráhový rozdíl δ_0 , odpovídající maximu k -tého řádu pro vlnovou délku λ

$$|\delta_0| = k\lambda \quad \text{tj.} \quad \begin{cases} \text{pro } n_e > n_0 \text{ je } \delta_0 \geq 0 \\ \text{pro } n_e < n_0 \text{ je } \delta_0 \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

vychází

$$\begin{aligned}x^2 \left[1 - \frac{1}{g^3 n_0 n_e^2} \right] + x \frac{(n_0^2 - n_e^2)}{g^2 n_0 n_e^2} f \sin 2\psi + \\+ y^2 \left[1 - \frac{n_0}{g n_e^2} \right] = \left[\frac{\delta_0}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] 2n_0 f^2.\end{aligned}\quad (24)$$

Izochromatickou čarou, která odpovídá pro vlnovou délku λ maximu k -tého řádu je tedy kuželosečka.

K vůli přehlednosti píšeme rovnici kuželosečky ve tvaru

$$Ax^2 + By^2 + Cx = D, \quad (25)$$

kde

$$\begin{aligned}A &= 1 - \frac{1}{g^3 n_0 n_e^2}, & B &= 1 - \frac{n_0}{g n_e^2}, \\C &= \frac{(n_0^2 - n_e^2)}{g^2 n_0 n_e^2} f \sin 2\psi, & D &= \left[\frac{\delta_0}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] 2f^2 n_0.\end{aligned}$$

Vyšetříme nyní jednotlivé případy:

$$\begin{aligned}\text{a) Pro } \psi = 0 \text{ je} & \quad \begin{cases} A > 0, \\ B > 0; \\ C = 0 \\ D \geq 0, \end{cases} & \text{a} & \quad A = B, \\ \text{pro } n_e > n_0 & & & \end{aligned}$$

$$\text{a pro } n_e < n_o \quad \begin{cases} A < 0, \\ B < 0, \\ C = 0 \dots \\ D \leq 0. \end{cases} \quad \text{a} \quad A = B,$$

Rovnice kuželosečky nabývá tvaru

$$x^2 + y^2 = r_{\lambda k}^2. \quad (25')$$

Izochromatickými čarami jsou tedy při výbrusu kolmém k optické ose krystalu soustředné kružnice se středem na optické ose soustavy. Poloměr odpovídající kružnici, která reprezentuje maximum k -tého řádu pro vlnovou délku λ je dán vztahem

$$r_{\lambda k}^2 = [\text{sgn}(n_e - n_o)] 2k\lambda f^2 \frac{n_o n_e^2}{d(n_e^2 - n_o^2)}. \quad (26)$$

Vzdálenost k . a $(k + 1)$. maxima pro vlnovou délku λ , Δ je dána vztahem

$$\Delta = r_{\lambda(k+1)} - r_{\lambda k}. \quad (27)$$

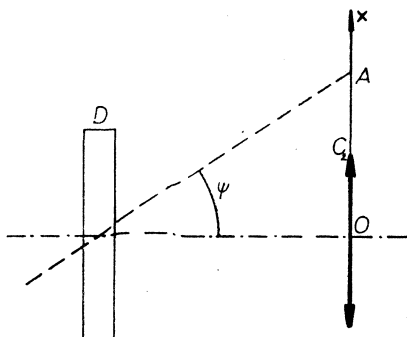
V dalším pojednání zavedeme orientaci souřadné osy x , která je průsečnicí roviny hlavního řezu a roviny, ve které se nachází čočka C_2 .

Za kladný budeme považovat směr OA (viz obr. 5), kde O je střed čočky C_2 a A je průsečík optické osy krystalu s rovinou čočky C_2 .

Vyšetříme nyní další případy.

b) Pro $0 < \psi < \arcsin \sqrt{\frac{n_e^2 n_o^4 - n_e^2}{n_o^2 - n_e^2}}$

$$\begin{aligned} \text{je pro } n_e > n_o & \begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \\ C < 0 \\ 4AD + C^2 > 0 \end{cases} \\ \text{a pro } n_e < n_o & \begin{cases} A < 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \\ 4AD + C^2 > 0. \end{cases} \end{aligned}$$



Obr. 5.

Rovnice kuželosečky nabývá tvaru

$$\frac{(x + m)^2}{a_{\lambda k}^2} + \frac{y^2}{b_{\lambda k}^2} = 1. \quad (28)$$

Izochromatickými čarami jsou v tomto případě elipsy, jejichž střed je posunut v kladném směru osy x o hodnotu

$$-m = -\frac{(n_o^2 - n_e^2)}{2(g^3 n_o n_e^2 - 1)} fg \sin 2\psi. \quad (29)$$

Poloosy odpovídající elipse, která reprezentuje maximum k -tého řádu pro vlnovou délku λ jsou dány vztahy

$$a_{\lambda k}^2 = \frac{f^2 g^2}{(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} \left\{ 2g n_0^2 n_e^2 \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_0) \frac{k\lambda}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] + \frac{(n_0^2 - n_e^2)^2}{4(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} \sin^2 2\psi \right\}. \quad (30a)$$

$$b_{\lambda k}^2 = \frac{f^2}{(n_e^2 g - n_0)} \left\{ 2n_0 n_e^2 g \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_0) \frac{k\lambda}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] + \frac{(n_0^2 - n_e^2)^2}{4n_0(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} \sin^2 2\psi \right\}. \quad (30b)$$

Vzdálenost k . a $(k+1)$. maxima pro monochromatické světlo o vlnové délce λ na ose x , Δ , je dána vztahem

$$\Delta = a_{\lambda(k+1)} - a_{\lambda k}. \quad (31)$$

c) pro $\psi = \arcsin \sqrt{\frac{\sqrt[3]{n_e^2 n_0^4 - n_e^2}}{n_0^2 - n_e^2}}$

je

$$\text{pro } n_e > n_0 \quad \begin{cases} A = 0 \\ B > 0 \\ C < 0 \\ D \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{a pro } n_e < n_0 \quad \begin{cases} A = 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \\ D \leq 0. \end{cases}$$

Rovnice kuželosečky nabývá tvaru

$$y^2 = 2p(x + m_{\lambda k}). \quad (32)$$

Izochromatickými čarami jsou tedy v tomto případě paraboly. Parametr paraboly p je dán vztahem

$$p = -\frac{n_0^2 - n_e^2}{2g n_e^2 n_0 (n_e^2 g - n_0)} f \sin 2\psi. \quad (33)$$

Vrchol paraboly, která reprezentuje maximum k -tého řádu pro vlnovou délku λ protíná osu x v záporné části ve vzdálenosti

$$-m_k = 2f \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_0) \frac{k\lambda}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] \frac{g^2 n_0^2 n_e^2}{(n_0^2 - n_e^2) \sin 2\psi}. \quad (34)$$

Vzdálenost k . a $(k + 1)$. maxima pro monochromatické světlo o vlnové délce λ na ose x , Δ , je dána vztahem

$$\Delta = m_{\lambda(k+1)} - m_{\lambda k}. \quad (35)$$

d) Pro $\arcsin \sqrt{\frac{n_e^2 n_0^2 - n_c^2}{n_0^2 - n_e^2}} < \psi \leq 90^\circ$

je

$$\begin{aligned} \text{pro } n_e > n_0 & \begin{cases} A < 0 \\ B > 0 \\ C < 0 \\ 4DA + C^2 > 0 \end{cases} \\ \text{a pro } n_e < n_0 & \begin{cases} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \\ 4DA + C^2 > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Rovnice kuželosečky nabývá tvaru

$$\frac{(x + m)^2}{a_{\lambda k}^2} + \frac{y^2}{b_{\lambda k}^2} = 1. \quad (36)$$

Izochromatickými čarami jsou v tomto případě hyperboly se středem posunutým v záporném směru osy x o hodnotu

$$-m = -\frac{(n_0^2 - n_e^2)}{2(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} fg \sin 2\psi. \quad (37)$$

Konstanty $a_{\lambda k}$, $b_{\lambda k}$, určující hyperbolu, která reprezentuje maximum k -tého řádu pro vlnovou délku λ , jsou dány vztahy

$$\begin{aligned} a_{\lambda k}^2 = \frac{f^2 g^2}{(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} & \left\{ 2g n_0^2 n_e^2 \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_0) \frac{k\lambda}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{(n_0^2 - n_e^2)^2}{4(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} \sin^2 2\psi \right\} \end{aligned} \quad (38a)$$

$$\begin{aligned} b_{\lambda k}^2 = -\frac{f^2}{(g n_e^2 - n_0)} & \left\{ 2n_0 n_e^2 g \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_0) \frac{k\lambda}{d} + n_0 - \frac{1}{g} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{(n_0^2 - n_e^2)^2}{4n_0(g^3 n_0 n_e^2 - 1)} \sin^2 2\psi \right\}. \end{aligned} \quad (38b)$$

Rovnice asymptotických přímk hyperbol mají tvar

$$y = \pm \sqrt{\frac{g^3 n_0 n_e^2 - 1}{g^2 n_0 (n_0 - n_e^2 g)}} (x + m). \quad (39)$$

Vzdálenost k . a $(k + 1)$. maxima pro monochromatické světlo o vlnové délce λ na ose x , Δ , je dána vztahem

$$\Delta = a_{\lambda(k+1)} - a_{\lambda k}. \quad (40)$$

Pro zvláštní případ, kdy $\psi = 90^\circ$, koeficienty $a_{\lambda k}$, $b_{\lambda k}$ nabývají tvaru

$$a_{\lambda k}^2 = 2n_0^2 f^2 \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_o) \frac{k\lambda}{d(n_o - n_e)} + 1 \right] \quad (41a)$$

$$b_{\lambda k}^2 = 2n_o n_e f^2 \left[\operatorname{sgn}(n_e - n_o) \frac{k\lambda}{d(n_o - n_e)} + 1 \right] \quad (41b)$$

a asymptotické přímky jsou dány rovnicemi

$$y = \pm \sqrt{\frac{n_e}{n_o}} x. \quad (42)$$

LITERATURA

- [1] Handbuch der Physik, Band XX, Licht als Wellenbewegung, Szivessy G. Kristall-optik, Berlin 1928.
 [2] Handbuch der Physik, Band XXIV., Françon M. Interférences, diffraction et polarisation, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1956.

РЕЗЮМЕ

ИЗОХРОМАТИЧЕСКИЕ ЛИНИИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ СХОДЯЩЕГОСЯ ПУЧКА ЛУЧЕЙ ЧЕРЕЗ ДВОЕПРЕЛАМЛЯЮЩУЮ ПЛАСТИНКУ ВЫРЕЗАННУЮ ИЗ ОДНООСОГО КРИСТАЛЛА

ПАВЕЛ ХМЕЛА

В данной работе наблюдаются изохроматические линии, которые овозможняют при прохождении сходящегося пучка лучей через пластинку, вырезанную из одноосного кристалла.

В первой части показано, что для малых углов падения можно разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами, которая обозначается через δ_r , заменить разностью хода между обыкновенным лучом и нормальным направлением необыкновенного луча δ . Аналитическое выражение разности хода δ дается в формуле (20).

Во второй части приводится уравнение изохроматической линии (25), являющееся в общем случае уравнением конического сечения и его анализ. Результаты несколько отличаются от результатов в [1] § 86. Отклонения встречаются как в общей формулировке уравнения конического сечения, так в частных случаях. Например, угол ψ , под которым вырезана пластинка, при котором уравнением изохроматической линии является уравнение параболы, в [1] задан соотношением $\psi = \arctg \sqrt{2} = 52^\circ 44'$. В нашем

случае этот угол точнее определен как функция показателей преломления n_o и n_e через форму

$$\psi = \arcsin \sqrt{\frac{\sqrt[3]{n_e^2 n_o^4} - n_e^2}{n_o^2 - n_e^2}}$$

Для кварца оба результата почти одинаковы, но для кальцита $\psi = 53^\circ 14'$. Значит, существует какая-то дифференция.

Оба результата разнятся потому, что в [1] автор Шивеши вводит кроме приближений, используемых в настоящей статье, еще следующие приближения:

1. Шивеши предполагает, что отклонения от оптической оси обыкновенного и необыкновенного лучей равновеликие ([1], § 79), т. е. при использовании обозначений, введенных в данной статье, имеет место соотношение $\varepsilon'_e = \varepsilon'_o = \varepsilon$;

2. Он формулирует закон Снелиуса для обыкновенного и необыкновенного лучей следующим образом:

$$\sin \varepsilon' = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right)} \sin \varepsilon \quad ([1] \text{ § } 79)$$

ZUSAMMENFASSUNG

ISOCHROMATEN BEI DEM DURCHGANG DES KONVERGENTEN LICHTES DURCH EINE DOPPELBRECHENDE PLATTE, WELCHE AUS EINEM EINACHSIGEN KRISTALL GESCHLIFFEN WAR

PAVEL CHMELA

In der Arbeit wurden die Isochromaten bei dem Durchgang des konvergenten Lichtes durch eine doppelbrechende Platte, welche aus dem einachsigen Kristall geschliffen war, studiert.

Im ersten Teil der Arbeit zeigten wir, dass es für kleine Einfallswinkel möglich ist, dass wir der wirkliche Gangunterschied zwischen dem ordinären und extraordinären Strahl, welcher als δ_r bezeichnet ist, mit dem Gangunterschied zwischen dem ordinären Strahl und der Normalrichtung des extraordinären Strahles δ verwechseln können. Der analytische Ausdruck des Gangunterschiedes δ ist in der Gl. (20) durchgeführt.

Der zweite Teil der Arbeit befasst sich mit der Gleichung der Isochromate (25), die die allgemeine Gleichung der Kegelschnittlinie ist, und mit ihrer Diskussion. Die Ergebnisse haben gewisse Abweichungen von den Ergebnissen die in [1] § 86 angeführt sind. Die Abweichungen sind wie in der Formulation allgemeinen Gleichung der Kegelschnittlinie, so auch in den besonderen Fällen. So zum Beispiel der Winkel des Ausschliffes ψ , bei welchem die Gleichung der Isochromate eine Parabel ist, ist durch die Beziehung $\psi = \arcsin \sqrt{\frac{1}{2} =$

= 52°44' gegeben. In unserem Falle ist dieser Winkel genauer festgelegt als Funktion der Brechungsindizes n_o und n_e durch dem Ausdruck

$$\psi = \arcsin \sqrt{\frac{n_e^2 n_o^4 - n_o^2}{n_o^2 - n_e^2}}.$$

Für Quarz sind beide Ergebnisse fast gleich. Aber für Kalkspat ist $\psi = 53^\circ 14'$. Es erscheint hier also eine gewisse Differenz. Die Ergebnisse differenzieren darum, weil der Autor Szivessy [1] neben der Aproximation die hier benützt wurde noch weitere Aproximation einführt und zwar:

1. er setzt voran, dass die Abweichung des ordinären und extraordinären Strahles von der optischen Achse die gleiche ist ([1], § 79), dass heisst, wenn wir unsere Bezeichnung der Grössen benützen, dass $\varepsilon'_e = \varepsilon'_o = \varepsilon'$;
2. er formuliert das Gesetz nach Snell für den ordinären und extraordinären Strahl in der Form

$$\sin \varepsilon' = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right)} \sin \varepsilon \text{ ([1] § 79)}.$$