

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum
Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

Jan Moravec

Příspěvek k hodnocení tokových vlastností plastických hmot

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol.
6 (1965), No. 1, 233--(239)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/119824>

Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

*Katedra organické, analytické a fyzikální chemie přírodovědecké fakulty.
Vedoucí katedry: Prof. RNDr. Eduard Rážíčka, kandidát věd.*

PŘÍSPĚVEK K HODNOCENÍ TOKOVÝCH VLASTNOSTÍ PLASTICKÝCH HMOT

JAN MORAVEC

(Postoupeno 31. května 1964)

Věnováno prof. RNDr. Mečislavu Kurašovi k jeho 60. narozeninám

Velký rozvoj výroby plastických hmot v zahraničí a několikanásobný vzrůst výroby, který je ve výhledovém plánu rozvoje našeho národního hospodářství, bude vyžadovat úměrný vzrůst vědeckých znalostí i ve způsobu hodnocení makromolekulárních látek.

Důležitým oborem je stanovení tokových vlastností polymerů, jež slibuje možnost předvídat strukturu makromolekul i jejich vzájemné působení, vliv teploty, mechanochemické vlivy na pevnost vazeb, vznik makroradikálů i rekombinaci makromolekul.

Studium reologických vlastností dává podklady nejen teoretické, ale může sloužit i v praxi pro řešení, kontrolu a úpravu polymeračních pochodů a stanovení optimálních metod zpracování plastických hmot na výrobky, vznikající převážně z taveniny, kterou musíme podrobit smykové deformaci, aby vznikl výrobek žádaného tvaru.

Teoretická část

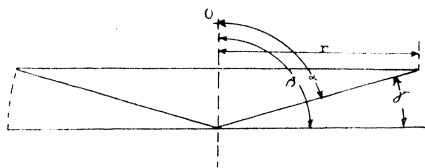
Nejčastěji zatím u nás používaný kapilární plastometr má velmi nestejnoro-
rodé smykové pole. V ose kapiláry je smykové napětí nulové, na stěnách maximální, takže výsledky při hodnocení taveniny plastických hmot jsou spíše ukázkou, jak se chová hodnocený polymer při vytlačování kapilárou. Proto jsou většinou tyto výsledky udávány jako index toku [11]. Hodnocená tekutina je mimo to vystavena smykovému napětí jen po časově omezenou dobu, závislou na obsahu kapiláry a nepřímo závislou na rychlosti průtoku.

Pro komplexní hodnocení tokových vlastností jsou proto nejvhodnější rotační přístroje. Z nich je nejznámější přístroj založený na systému koaxiálních válců [12], u něhož je však rovněž rozdílné smykové napětí na vnitřní a vnější válcové ploše. Rozdíl je úměrný převratné hodnotě čtverců poloměrů obou válců. Mimo toto nejednotné smykové pole vznikají problémy vlivem koncových efektů.

Ve snaze odstranit nepříznivý vliv koncových efektů zakončením válců kuželovými plochami [13] vznikly výhodnější systémy a to viskozimetr

kužel—kuželová dutina a kužel—deska [14]. Viskozimetr kužel—deska má velkou přednost před koaxiálními válci v tom, že smykové pole je při malém úhlu mezery prakticky homogenní. Malý obsah systému umožňuje použití malého množství materiálu a tím i rychlejší dosažení požadované teploty a snadné odvádění tepla, které vzniká při deformační práci. K těmto výhodám je třeba přiřadit i výhodu snadného čištění přístroje.

V názorech na přednosti viskozimetru kužel—deska není v literatuře rozporů, ale viskozitní rovnice, navrhované různými autory se od sebe liší, zvláště u systému kužel—kuželová dutina, kde rozdíly ve výsledcích se při některých úhlech rozcházejí i řádově.



Obr. 1. Schéma viskozimetru kužel—deska

Schema viskozimetru kužel—deska je na obr. 1.

Uvádíme přehled některých rovnic, navržených různými autory. R. Mc. Kennel uvádí vztah [1]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3}{3 \sin \gamma} \quad (1)$$

Autor upozorňuje v souladu se skutečností, že korekce na rozdílnou velikost plochy kužele a plochy desky a jejich různou polohu k ose otáčení je při úhlech šterbiny menších než 1° tak malá, že je možno ji zanedbat.

M. Kepes zavádí do rovnice aproximativní opravný faktor $1 - \frac{7}{8}\gamma^2$, takže jím navrhovaná rovnice má tvar [2]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3}{3 \sin \gamma (1 - \frac{7}{8}\gamma^2)} \quad (2)$$

Vinogradov G. V. používá rovnice s opravným faktorem $1 - \frac{\gamma^2}{2}$ [3]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3}{3 \sin \gamma (1 - \frac{\gamma^2}{2})} \quad (3)$$

Syoten Oka odvozuje rovnici použitím hydrodynamických zákonů [4]

$$M = \frac{4\pi\Omega\eta r^3}{3} \left[\frac{\sin \gamma}{\cos^2 \gamma} - \ln \operatorname{tg} \frac{\pi - 2\gamma}{4} \right]^{-1} \quad (4)$$

Zvláště velké rozdíly v názorech na rovnice se projeví u viskozimetru kužel—kuželová dutina, jehož schema je na obr. 2.

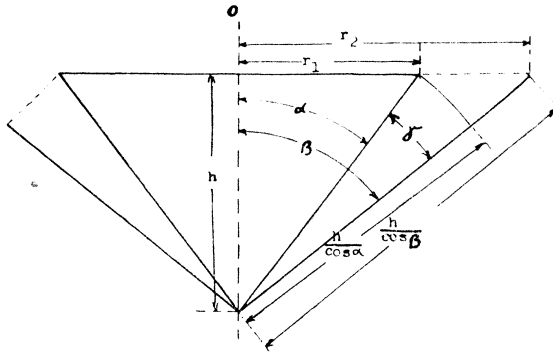
Tak například v pracovním návodě, přiloženém k Höpplerovu plastometru [5] je uvedena rovnice, podle níž by rostl moment úměrně s velikostí strany kužele s :

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3 s}{3 \sin \gamma} \quad (5)$$

Nedostatek této rozměrově nevyhovující rovnice se nedá odstranit použitím „bezrozměrné veličiny strany kužele s “ jak je uvedeno v později vydaném pracovním návodu k Höpplerovu mikroplastometru.

Ve snaze zavést do rovnice vliv strany kužele a nedopustit se při tom rozměrové chyby navrhuje S. Peter rovnici [6]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^2 s \sin \alpha}{3 \sin \gamma} \quad (6)$$



Obr. 2. Schema viskozimetru „kužel—kuželová dutina“

Tato úprava nesplňuje očekávaný záměr, protože rovnice (6) nepřechází jen v případě, kdy úhel α se blíží 90° a strana s kužele se blíží poloměru r v rovnici (1), jak autor uvádí, ale je s rovnici (1) totožná pro všechny velikosti úhlu α .

Skutečný růst momentu M v závislosti na velikosti plochy kužele je vzat v úvahu v rovnici navržené O. Wichterlem [7]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3}{3 \sin \gamma \sin \alpha} \quad (7)$$

Holzmüller a Lorenz, kteří používají viskozimetru kombinovaného s koaxiálními válci navrhují pro část kužel—kuželová dutina, která tvoří zakončení koaxiálních válců následující vztah [8]

$$M = \frac{\pi\Omega\eta \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)^3}{3 \sin \frac{\gamma}{2}} \quad (8)$$

Syoten Oka odvodil na podkladě hydrodynamických zákonů rovnici [9]

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta h^3}{3 \cos^3 \beta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} \right) + \frac{1}{2} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right]^{-1} \quad (9)$$

Rozbor problému a diskuse

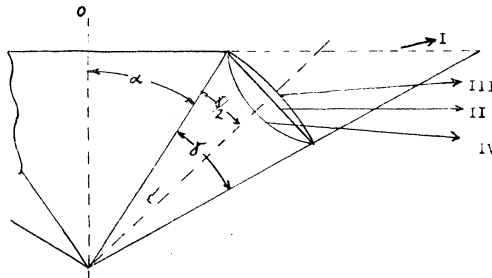
Fysikálně geometrický rozbor systému kužel—kuželová dutina a ověření tokových poměrů tokovými obrazci [10], [16], [15] vede k těmto závěrům:

Zmenšením úhlu α při konstantním poloměru r roste sice strana s kužele a tím i velikost plochy v závislosti na funkci $1/\sin \alpha$, ale na téže funkci závisí při konstantním γ i vzdálenost obou kuželových ploch. Nemůže proto odpor systému při konstantním poloměru r a konstantním γ stoupat vlivem zvětšení plochy kužele s klesajícím úhlem α . Odpor systému roste pouze vlivem změny rozdílu velikostí obou ploch, mezi nimiž je měřený materiál namáhán na smyk a vlivem rozdílu jejich vzdálenosti od osy systému. Čím menší je úhel α při konstantním úhlu γ , tím příbuznější jsou tokové poměry systému kužel—kuželová dutina tokovým poměrům v koaxiálních válcích.

Positivní nebo negativní Weissenbergův efekt změny povrch vodorovně naplňené kuželové dutiny natolik, že je nutno pro výpočet velikosti plochy kuželové dutiny uvažovat pouze velikost strany shodnou se stranou kužele $s = h/\cos \alpha$ (obr. 2). Použitím těchto teoretických a prakticky ověřených závěrů byla odvozena rovnice [10].

$$M = \frac{2\pi\Omega\eta r^3}{3 \sin \gamma} \left\{ 1 + \left[\frac{2 \left(1 + \frac{2 \sin \gamma/2}{\sin \alpha} \right)^2}{2 + \left(\frac{2 \sin \gamma/2}{\sin \alpha} \right)} - 1 \right] \cos \left(\alpha + \frac{\gamma}{2} \right) \right\} \quad (10)$$

Ve srovnání s rovnicí (9), kde je uvažována strana kuželové dutiny o velikosti $h/\cos \beta$, poskytují rovnice (9) a (10) při extrémně malých úhlech α prakticky shodné výsledky. K větším rozdílům dochází v oblasti použitelných úhlů těchto systémů a tyto rozdíly se dále zvětšují s rostoucím úhlem α .



Obr. 3. Schematické znázornění hladiny:

- I — předpokládaná hladina při odvození vztahu 9
- II — předpokládaná hladina při odvození vztahu 10
- III — hladina, která je dána odvozením opraveného vztahu 9
- IV — hladina, k jejímuž vytvoření působí síly Weissenbergova efektu

Autor rovnice (9) Syoten Oka vyjádřil souhlas s návrhem nutnosti náhrady výrazu $h/\cos \beta$ výrazem $h/\cos \alpha$, takže takto upravená rovnice (9), která má ve jmenovateli základního zlomku před závorkou výraz $3 \cos^3 \alpha$ namísto

výrazu $3 \cos^3 \beta$, potvrzuje správnost vztahu (10), odvozeného zcela odlišným způsobem.

Nevýznamné rozdíly vztahu (10) a opraveného vztahu (9) při extrémně velkých úhlech γ vyjadřují rozdílný uvažovaný tvar hladiny náplně kuželové štěrbiny (obr. 3). Původní rovnice (9) předpokládá naplnění kuželové dutiny až po hladinu označenou I. Rovnice (10) uvažuje tvar hladiny II. Způsob výpočtu podle opravené rovnice (9) určuje hladinu náplně podle III.

Z řady odvozených vztahů, jak jsou uváděny v teoretické části, je možno zcela souhlasit s praktickým použitím rovnic (1), (2), (3), jsou-li faktory uváděny jako aproximativní hodnoty a je-li rozsah jejich platnosti omezen na předepsaný malý úhel γ . V tom případě jsou opravné členy mnohem menší, než chyby vzniklé při vlastním měření.

Rovnice (4) poskytuje shodné hodnoty faktoru s opravenou rovnicí (9) a s rovnicí (10) také teprve po zavedení strany kužele $r/\sin \alpha$, takže ve jmenovateli základního zlomku má rovnice (4) po opravě výraz $3 \sin^3 \alpha$ namísto 3.

S rozměrově nevyhovující rovnicí (5) není možno vůbec souhlasit, podobně jako s rovnicí (6), která vlastně postrádá opravný člen.

Matematické vyjádření rovnice (7) dává rozdílné výsledky než vztah (10) a opravený vztah (9). Opravný člen $1/\sin \alpha$ není zdůvodnitelný ani matematicky, ani fyzikálně. Při daném úhlu α zůstává konstantní bez ohledu na velikost úhlu γ , což odporuje základní funkci systému.

Vztah (8) neuvažuje, že smykové napětí je nepřímou závislé na čtverci poloměru, přispívá však k vymezení správné hodnoty velikosti faktoru, která musí být vždy menší než hodnota faktoru rovnice (8). Střední hodnota smykového napětí leží totiž blíže ose než aritmetický střed poloměrů $\frac{(r_1 + r_2)}{2}$,

který je v rovnici (8) zaveden.

Pro větší názornost jsou v tabulce uvedeny faktory systému kužel—deska, který při daném úhlu α má největší úhel γ , takže účinnost opravných faktorů nejlépe vynikne. Z téhož důvodu byly propočteny i extrémně malé, v praxi nepoužitelné úhly α . Z tabulky vyplývá, že rovnice (10) a opravená rovnice (9) poskytují při malých úhlech γ prakticky shodné výsledky a pokud se rozcházejí, je to v souladu s dříve diskutovaným tvarem hladiny náplně. Hladina II, která je předpokládána při odvození rovnice (10) je bližší skutečným tokovým podmínkám v okrajové vrstvě, kde dochází vlivem Weissenbergova efektu k prohnutí hladiny dovnitř, jak je schematicky znázorněno na obr. 3 hladinou označenou IV.

Závěr

Vzájemná shoda opravené rovnice (9) a rovnice (10) může sloužit k vyjasnění rozdílných názorů na matematické vyhodnocování viskozitních měření v systémech kužel—deska a kužel—kuželová dutina. Jednotný názor na tuto otázku je základním předpokladem pro porovnání výsledků různých autorů.

Hodnoty opravných faktorů zavedených v různých rovnicích při různých uhlech α a γ

$$I. \alpha + \gamma = \beta = 90^\circ$$

Úhly		Rovnice				
α	γ	10	opravená 9	7	2	3
89°	1°	1,00022	1,00023	1,00015	1,00025	1,0002
86°	4°	1,0038	1,004	1,0025	1,005	1,0025
82°	8°	1,0147	1,016	1,0098	1,017	1,009
80°	10°	1,023	1,025	1,0155	1,026	1,01
70°	20°	1,101	1,108	1,04	1,12	1,05
45°	45°	1,68	1,73	1,142	1,78	1,35
35°	55°	2,27	2,4	1,74	2,4	1,5
30°	60°	2,75	2,89	2,00	2,8	1,6
20°	70°	4,61	4,9	2,92	4,2	1,8
10°	80°	10,1	10,8	5,7	6,6	1,82
6°	84°	17,6	18,3	9,6	7,38	1,97
2°	88°	55,7	57,1	28,65	7,9	1,99
1°	89°	112,8	114,4	57,3	8	2
10'	89°50'	685	687	343	8	2

Význam použitých symbolů:

- M — moment
 $\Omega = 2\pi n$ — úhlová rychlost
 η — viskozita
 r, r_1 — poloměr základny kužele
 r_2 — poloměr základny kuželové dutiny
 α — vrcholový polouhél kužele
 β — vrcholový polouhél kuželové dutiny
 $\gamma = \beta - \alpha$ — štěrbina, ve které je tekutina namáhána na smyk
 h — výška kužele
 $s = h/\cos \alpha$ — strana kužele
 $h/\cos \beta$ — strana kuželové dutiny

LITERATURA

- [1] Kennel, R. Mc.: Analytical chemistry 28, 11, 1710 (1956)
[2] Kepes, M.: J. Pol. Sci. XXII. 409—422 (1956)
[3] Vinogradov, G. V., Bělkin, I. M., Konstantinov, A. A., Krašeninnikov, S. K., Rogov, B. A., Malkin, A. J., Konjuch, I. V.: Zavodskaja laboratorija 364 (1964)
[4] Oka, S.: Rheology III, str. 61, Eirich F. R. Academic Press, New York (1960)
[5] Höppler: Prospekt k viskozimetru, NDR pat. č. 205
[6] Peter, S.: Chemie Ingenieur Technik 32, 437 (1960)
[7] Wichterle, O.: Oponentský posudek kandidátské práce J. Moravce VŠCHT v Praze (1962)
[8] Holzmüller, W., Lorenz, I.: Plaste und Kautschuk 6, 227 (1959)
[9] Oka, S.: Rheology III, str. 63 Eirich F. R. Academic Press, New York (1960)
[10] Moravec, J.: Chemický průmysl 153—157 (1962)
[11] Flow index (British Standard 1974). ISO: Determination of the melt flow index of polyethylene and compounds No 317
[12] Horák Zdeněk: Praktická fyzika 305—309, 314—317 SNTL Praha (1958)
[13] Higginbotham, R. S.: J. sci. Ind. 27, 139 (1950)
[14] Kennel, R. Mc.: Kolloid-Z, 145, No 2, 114 (1956)
[15] Moravec, J.: Chemický průmysl 10, 661 (1960)
[16] Craig, D., Juwe, A. E.: Rubber World 140, 565 (1959)

РЕЗЮМЕ

К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ВЯЗКОСТИ РАСПЛАВОВ

ЯН МОРАВЕЦ

Обсуждение физической функции системы конус-полость конуса, которая может представлять плавный переход между системой конус-плита и коаксиальными цилиндрами, позволило найти уравнение (10) и предложить исправление уравнения (9).

Взаимосогласие исправленного уравнения (9) и уравнения (10) может служить для выяснения различия в мнениях о вискозиметрических формулах.

SUMMARY

CONTRIBUTION TO THE EVALUATION OF THE VISCOSITY OF MELTS

JAN MORAVEC

An analysis of physical function in the system conus-conical cavity, which may represent a continuous transition between the system conus-plate and the coaxial cylinders, has led to the equation (10) as well as to a proposal of the correction concerning the equation (9).

A mutual coincidence of the corrected equation (9) with the equation (10) might serve the elucidation of different views of viscosity equations.