Jaroslav Kurzweil; Vladimír Lovicar
K šedesátým narozeninám doc. RNDr. Otto Vejvody, DrSc.

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 107 (1982), No. 3, 326--332

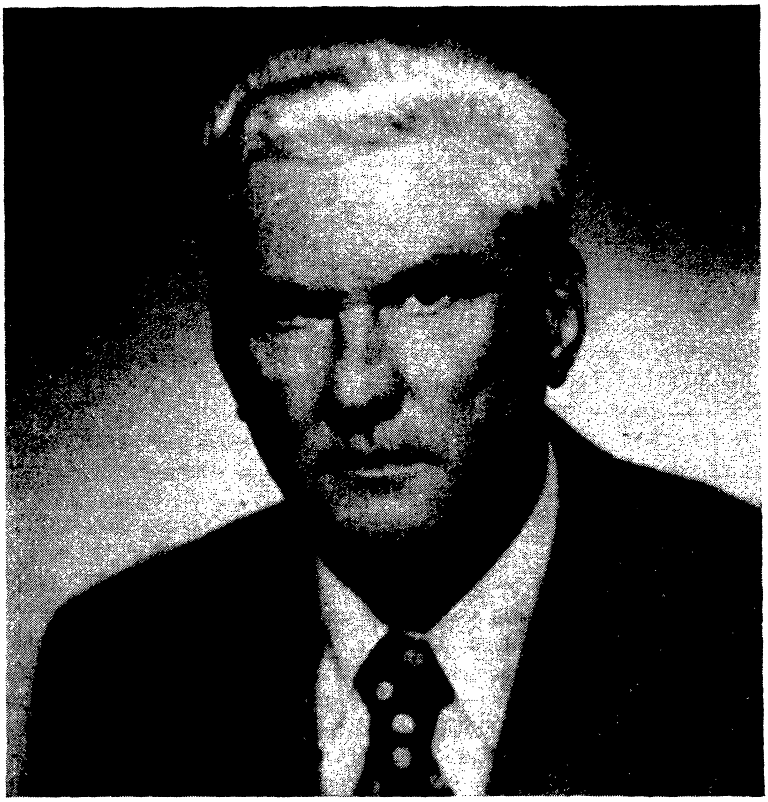
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/118127

K ŠEDESÁTÝM NAROZENINÁM DOC. RNDr. OTTO VEJVODY, DrSc.

JAROSLAV KURZWEIL, VLADIMÍR LOVICAR, Praha

Životní jubileum docenta RNDr. Otto Vejvody, DrSc. je pro nás vítanou příležitostí k tomu, abychom čtenáře blíže seznámili s některými životopisnými fakty a zvláště s dlouholetou úspěšnou činností tohoto vynikajícího vědeckého pracovníka v matematické analýze.

Otto Vejvoda se narodil 4. 6. 1922 v Záboří nad Labem a od r. 1927 žije trvale v Praze. Studium na reformním reálném gymnasiu ukončil v r. 1941, tedy v době zavření českých vysokých škol. Své zájmy naznačil již během této nucené přestávky



ve studiu, kdy se věnoval výuce matematiky. Po osvobození naší vlasti začal studovat obor matematika-fyzika na přírodovědecké fakultě Karlovy university. Studia ukončil v r. 1949 a v r. 1950 dosáhl hodnosti doktora přírodních věd na základě disertační práce z projektivní diferenciální geometrie. V letech 1950–1953 byl vědeckým aspirantem nejprve v Ústředním ústavu matematickém a později (od jeho založení v r. 1952) v Matematickém ústavu ČSAV. V tomto vědeckém ústavu pracuje od ukončení aspirantury doposud a v současnosti je vedoucím vědeckého oddělení evolučních diferenciálních rovnic.

Vědecký zájem přivedl Otto Vejvodu brzy k hlubokému studiu matematické analýzy. Začátkem padesátých let se začal zabývat širokou problematikou z oboru nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic, zvláště teorií stability, numerickými metodami a perturbačními vlastnostmi okrajových úloh. (Stability řešení obyčejných diferenciálních rovnic v komplexním oboru se týkala také jeho kandidátská disertační práce, kterou obhájil v r. 1956.) Ve všech těchto směrech uveřejnil původní vědecké výsledky, při čemž nejvýznamnější i nejrozsáhlejší jsou výsledky o perturbačních vlastnostech okrajových úloh. Vrcholem mnohaleté práce v tomto směru byla publikace [9], v níž jsou nalezeny postačující podmínky pro existenci a jednoznačnost řešení $x(t, \varepsilon)$ obecné nelineární rovnice (závisející na parametru ε)

$$\dot{x} = f(t, x) + \varepsilon g(t, x, \varepsilon) \tag{1}$$

s obecnou nelineární okrajovou podmínkou (která také závisí na parametru ε)

$$u(x(a, \varepsilon), x(b, \varepsilon)) + \varepsilon v(x(a, \varepsilon), x(b, \varepsilon), \varepsilon) = 0 \tag{2}$$

pro malá ε; jsou vyšetřeny případy, kdy t. zv. zkrácená úloha

$$\dot{y} = f(t, y) \tag{3}$$

$$u(y(a), y(b)) = 0 \tag{4}$$

má jediné řešení i kdy zkrácená soustava má řešení závisející na k parametrech. Jestliže podmínka (2) má speciální tvar

$$x(a, \varepsilon) - x(b, \varepsilon) = 0 \tag{5}$$

a jsou-li funkce f a g periodické v proměnné t s periodou $b - a$, pak řešení úlohy (1), (5) lze rozšířit na periodická řešení s periodou $b - a$. Zvláštní pozornost je věnována situaci, kdy rovnice (1) je autonomní. Ve výsledcích je zahrnut případ, kdy autonomní rovnice (1) je vyšetřována spolu s podmínkou (5); také v tomto případě se snadno přejde k periodickému řešení rovnice (1). Protože v případě autonomní rovnice perioda jejího periodického řešení není předem dána, volí se v tomto případě a pevně, ale b se hledá jako funkce proměnné ε, takže perioda $b(\varepsilon) - a$ závisí na ε.

Koncem padesátých let si Otto Vejvoda uvědomoval stále intenzivněji, že mnoho oscilatorických jevů je skryto v okrajových úlohách pro parciální rovnice. Rozhodl se využít svých zkušeností s nelineárními okrajovými problémy pro obyčejné diferenciální rovnice při vyšetřování okrajových úloh pro parciální rovnice evolučního typu, zejména při vyšetřování existence a jiných vlastností periodických řešení. Znamenalo to pustit se do mnohem složitější problematiky do té doby málo probádané.

Již v jedné z prvních publikací [11] na toto téma řešil Otto Vejvoda úspěšně problémy existence periodických řešení slabě nelineární vlnové rovnice

$$(6) \qquad u_{tt} - u_{xx} = \varepsilon f(t, x, u, u_t, u_x, \varepsilon)$$

s okrajovými podmínkami

$$(7) \qquad u(t, 0) = u(t, \pi) = 0 \quad (t \in R).$$

Nalezl na příklad podmínky na funkci f, za kterých má problém (6), (7) pro dostatečně malé hodnoty parametru ε 2π-periodické řešení, které spojitě závisí na ε a ukázal, že těmto podmínkám vyhovuje funkce $f = \alpha u + \beta u^3 + h(t, x)$ pro $\beta \neq 0$, kde α/β je nezáporné nebo dostatečně malé a funkce h splňuje jisté nepříliš omezující podmínky.

Tyto (a samozřejmě i další) výsledky vzbudily značnou pozornost a nebude jistě na škodu si alespoň částečně objasnit, proč tomu tak bylo. Problém nalezení periodických řešení problému (6), (7) může být z abstraktního hlediska formulován jako problém nalezení řešení (spojitě závisejících na parametru ε) rovnice

$$(8) \qquad N(u) = \varepsilon F(u, \varepsilon)$$

v jistém Banachově prostoru B (periodických funkcí), kde F je nelineární operátor a N je lineární operátor s netriviální (a dokonce nekonečnědimenzionální) nulovou množinou. Práce [11] byla jednou z prvních, kde byl problém tohoto typu úspěšně řešen.

V dalších letech se Otto Vejvoda systematicky zabýval otázkami periodických řešení (nelineárních) rovnic matematické fyziky, jako je již zmíněná rovnice vlnová, dále rovnice telegrafní, rovnice pro vedení tepla, rovnice tyče atd., s rozličnými typy (nelineárních) okrajových podmínek. Důležitou roli při řešení těchto problémů hrálo mimo jiné podrobné vyšetření otázek existence periodických řešení lineárních rovnic, vyšetření existence a vlastnosti řešení počátečně-okrajových úloh, vhodný výběr Banachových prostorů atd. Uveďme na příklad několik výsledků z rozsáhlé práce [15] (v ekvivalentní formulaci z [29]), týkajících se 2π-periodických řešení lineární vlnové rovnice

$$(9) \qquad u_{tt} - u_{xx} = g(t, x)$$

s okrajovými podmínkami

$$(10) \qquad \begin{aligned} u_x(t, 0) + \alpha_0(t)\, u(t, 0) &= h_0(t) \\ u_x(t, \pi) + \alpha_1(t)\, u(t, \pi) &= h_1(t) \quad (t \in R), \end{aligned}$$

(kde dané funkce jsou samozřejmě 2π-periodické v t):

a) Nechť $\alpha_1(t + \pi) - \alpha_0(t) = 0$ pro $t \in R$. Potom (9), (10) má 2π-periodické řešení právě když existuje konstanta K taková, že

$$K\,\alpha_0(t) + 2h_1(t+\pi) - 2h_0(t) + \int_0^{\pi}(g(t-x,x) - g(t+x,x))\,dx +$$

$$+ \alpha_0(t)\int_0^{\pi}\int_{t+x}^{t+2\pi-x} g(\tau,x)\,d\tau\,dx = 0 \quad \text{pro} \quad t \in R\,.$$

b) Nechť $\alpha_1(t+\pi) - \alpha_0(t) \neq 0$ pro $t \in R$ a

$$\int_{-\pi}^{\pi} \alpha_1(t+\pi)\,\alpha_0(t)\,(\alpha_1(t+\pi) - \alpha_0(t))^{-1}\,dt \neq 2\,.$$

Potom problém (9), (10) má 2π-periodické řešení pro každou funkci g.

c) Nechť $\alpha_1(t+\pi) - \alpha_0(t) \neq 0$ pro $t \in R$ a

$$\int_{-\pi}^{\pi} \alpha_1(t+\pi)\,\alpha_0(t)\,(\alpha_1(t+\pi) - \alpha_0(t))^{-1}\,dt = 2\,.$$

Potom problém (9), (10) 2π-periodické řešení právě když

$$\int_{-\pi}^{\pi} H_1(t)\,\alpha_0(t)\,(\alpha_1(t+\pi) - \alpha_0(t))^{-1}\,dt = 0\,,$$

kde

$$H_1(t) = 2h_1(t+\pi) - 2h_0(t) - \alpha_1(t+\pi)\int_0^{2\pi} h_0(t)\,dt + \int_0^{\pi}(g(t-x,x) +$$

$$+ g(t+x,x))\,dx + \alpha_1(t+\pi)\int_0^{\pi}\int_{t+x}^{t+2\pi-x} g(\tau,x)\,d\tau\,dx\,.$$

(Již tyto relativně jednoduché výsledky naznačují, že zde nemůžeme pro nedostatek místa patřičně popsat výsledky týkající se rovnic nelineárních.) Vhodný výběr Banachových prostorů hraje při řešení nelineárních problémů podstatnou roli. V práci [23] byla dokázána existence periodických řešení slabě nelineární autonomní vlnové rovnice v nově zavedených prostorech „po částech regulárních" funkcí.

Otto Vejvoda se věnoval i vyšetřování periodických řešení abstraktních diferenciálních rovnic. Tak např. v práci [21] jsou formulovány pro širokou třídu nelineárních operátorů F postačující (i nutné) podmínky existence periodických řešení abstraktních rovnic 1. řádu

$$u_t + (A + \gamma I)\,u = \varepsilon F(t,u) \tag{11}$$

v Banachových prostorech (kde A je generátor holomorfní semigrupy operátorů) a rovnic 2. řádu

$$u_{tt} + 2(\alpha I + \beta A)\,u_t + (A + \gamma I)\,u = \varepsilon F(t,u) \tag{12}$$

v Hilbertových prostorech (kde A je striktně pozitivní samoadjungovaný operátor).

Výsledky dlouholetého výzkumu periodických řešení v oblasti parciálních i abstraktních diferenciálních rovnic, kterých Otto Vejvoda a jeho spolupracovníci dosáhli, byly shrnuty a ve značné míře i rozšířeny v [29]. Na této rozsáhlé vědecké monografii je cenné i to, že obsahuje prakticky úplný soupis světové matematické literatury (zhruba do r. 1978), zabývající se periodickými řešeními parciálních a abstraktních rovnic, přičemž většina těchto prací je v textu i komentována.

O. Vejvoda ani v pozdějších letech nepustil ze zřetele okrajové úlohy pro obyčejné diferenciální rovnice. Zabýval se spolu s M. Tvrdým lineární úlohou, kde „okrajová" podmínka závisí nejen na hodnotách řešení v krajních bodech vyšetřovaného intervalu, ale také na hodnotách řešení ve vnitřních bodech vyšetřovaného intervalu, tj. je vyjádřena pomocí obecného lineárního operátoru. Nalezli úlohu adjungovanou, dokázali nutné a postačující podmínky pro řešení ve tvaru Fredholmovy alternativy a sestrojili Greenovu funkci. Později v těchto vyšetřováních lineární diferenciální rovnici nahradili rovnicí integrodiferenciální. Z iniciativy O. Vejvody byla napsána vědecká monografie [26]. V ní je vyložena teorie lineárních okrajových úloh pro diferenciální a integrodiferenciální operátory v jedné proměnné a v poslední kapitole je vyložena perturbační teorie nelineárních okrajových úloh (rovnice (1) je vyšetřována spolu s podmínkou

$$S(x) + \varepsilon R(x, \varepsilon) = 0\,, \tag{13}$$

kde S je operátor, který k spojité vektorové funkci $x : [a, b] \to R^n$ přiřazuje vektor v R^n a také R je operátor, který k dvojici x, ε přiřazuje vektor v R^n).

Otto Vejvoda je autorem (nebo spoluautorem) více než 30 původních vědeckých prací. Výsledky, kterých dosáhl, jsou velmi bohaté. Jsou založeny na spojení matematické invence s trpělivou prací, analýzou vzorců i výpočty a na rozsáhlých znalostech mnoha výsledků a postupů. Soubor prací o nelineární vlnové rovnici byl základem doktorské disertační práce, kterou Otto Vejvoda obhájil v r. 1973.

Všechny problémy, kterými se Otto Vejvoda dosud zabýval, jsou motivovány technickou praxí a mají pro ni velkou důležitost. To není náhodné. Otto Vejvoda je přesvědčen o tom, že mimořádně důležitým a trvale platným úkolem matematiky a zvlášť matematické analýzy je objasňovat vlastnosti těch matematických modelů, kterých se užívá ve fyzice a vědách technických i jiných. Také nyní O. Vejvoda soustavně usiluje o prohloubení spolupráce mezi teorií evolučních diferenciálních rovnic a celou řadou oborů, v nichž lze evoluční rovnice aplikovat.

Otto Vejvoda se intenzivně věnoval i pedagogické činnosti. Již v letech 1947—1949 byl asistentem v I. ústavu matematickém vysoké školy inženýrského stavitelství a v letech 1949—1950 na přírodovědecké fakultě Karlovy university. Od r. 1953 pořádal řadu výběrových přednášek a seminářů a byl vedoucím více než 25 diplomových prací a 10 kandidátských disertačních prací. V r. 1966 byl jmenován docentem pro obor matematika. Otto Vejvoda je dlouholetým vedoucím vědeckého semináře z teorie evolučních diferenciálních rovnic. Na tomto semináři začínali vědecky pracovat (často již od dob studia) mnozí z nynějších pracovníků základního i aplikovaného matematického výzkumu a na základě podnětů a cenných rad Otto Vejvody vypracovali řadu vědeckých, resp. diplomových a kandidátských prací. (To se týká i všech spolupracovníků Otto Vejvody z oddělení evolučních diferenciálních rovnic.)

Ani bohatou vědeckou a pedagogickou činností není ještě zdaleka vyčerpán přínos Otto Vejvody k rozvoji československé matematiky. Dlouhá léta se staral o to, aby knihovna MÚ obsahovala nejnovější matematickou literaturu. Za velmi důležitou považoval i otázku rozvoje výměny informací a spolupráce v matematickém výzkumu. Velice přispěl k tomu, že jsou pravidelně organizována taková velká mezinárodní setkání matematiků, jako jsou konference EQUADIFF nebo československo-sovětské porady o užití metod teorie funkcí a funkcionální analýzy k úlohám matematické fyziky. Významně se podílel i na rozvoji dobrých vztahů s matematiky mnoha zemí, jako např. Rumunska, Itálie aj.

Zmiňme se alespoň velmi stručně ještě o společenské činnosti Otto Vejvody. Svou společenskou odpovědnost projevil již během okupace, kdy se zapojil do ilegální činnosti, za níž byl později vyznamenán medailí „Za zásluhy". Ihned po osvobození se přihlásil do řad KSČ a SČM. Po dobu svého studia se obzvláště intenzivně účastnil práce ve výboru Spolku posluchačů přírodních věd a v některých orgánech Svazu vysokoškolského studenstva. Po dokončení studia působil často jako funkcionář v základních organizacích KSČ a ROH Matematického ústavu a jako člen různých orgánů MÚ i ČSAV. Je členem komise pro obhajoby doktorských disertačních prací a v období 1976—1981 byl členem vědeckého kolegia matematiky ČSAV.

Iniciativní přístup Otto Vejvody k řešení všech otázek týkajících se rozvoje matematiky i jeho mimořádná schopnost na optimální rozvržení pracovního času mohou být vzorem pro každého vědeckého pracovníka. Při tom si Otto Vejvoda dovede najít čas na časté návštěvy v koncertních síních a na kratší i delší výlety pěšky i v kanoi a je veselým a příjemným společníkem. Ti, kdo Otto Vejvodu znají, oceňují jeho mimořádnou ochotu kdykoliv poradit a pomoci s pracovními i mimopracovními problémy, a jeho životní optimismus. Do další aktivní činnosti mu upřímně přejeme hodně zdraví i úspěchů.

SEZNAM PŮVODNÍCH PRACÍ

[1] *O. Vejvoda:* O křivkách s pevným vrcholem v rovinných sítích. Čas. pěst. mat., *74* (1950), 270—271.

[2] *O. Vejvoda:* Odhad chyby Runge-Kuttovy formule. Apl. mat. 2 (1957), 1—23.

[3] *O. Vejvoda:* Stabilita integrálů soustavy diferenciálních rovnic v komplexním oboru. Čas. pěst. mat., *82* (1957), 137—159.

[4] *O. Vejvoda:* Заметка по поводу статьи Ладислава Пуста: Влияние сойств источника переменной силы на колебания механической системы. Apl. mat. *3* (1958), 451—460.

[5] *O. Vejvoda:* On the existence and stability of the periodic solution of the second kind of a certain mechanical system. Czech. Math. J., *84* (1959), 390—415.

[6] *J. Kurzweil, O. Vejvoda:* О периодических и почти периодических решениях системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Чех. мат. ж. *80* (1955), 362—370.

[7] *O. Vejvoda:* On the periodic solution of a quasi-linear non-autonomous system. Czech. Math. J., *86* (1961), 62—75.

[8] *O. Vejvoda:* Perturbed boundary-value problems and their approximate solution. Proc. Rome Symp. num. treatment etc., Basel 1961, 37—41.
[9] *O. Vejvoda:* On perturbed nonlinear boundary value problems. Czech. Mat. J., *86* (1961), 323—364.
[10] *O. Vejvoda:* Nonlinear boundary-value problems for differential equations. Proc. Conf. Diff. Eq., EQUADIFF I (1962), Academia, Prague 1963, 199—215.
[11] *O. Vejvoda:* Periodic solutions of a linear and weakly nonlinear wave equation in one dimension, I. Czech. Math. J. *89* (1964) 341—382.
[12] *O. Vejvoda:* Periodic solutions of partial differential equations, proceedings of the fourth conference on nonlinear oscillations, Prague, 1967, 277—283.
[13] *V. Šťastnová, O. Vejvoda:* Periodic solutions of the first boundary value problem for a linear and weakly nonlinear heat equation. Apl. mat., *13* (1968), 466—477.
[14] *O. Vejvoda:* Periodic solutions of a weakly nonlinear wave equation in E_3 in a spherically symmetrical case. Apl. mat. *14* (1969), 160—167.
[15] *O. Vejvoda:* The Mixed Problem and Periodic Solutions for a Linear and Weakly Nonlinear Wave Equation in one Dimension. Rozpravy Československé Akad. Věd, Řada Mat. Přírod. Věd, *80* (1970), 1—78.
[16] *N. Krylová, O. Vejvoda:* A linear and weakly nonlinear equation of a beam: the boundary-value problem for free extremities and its periodic solutions. Czech. Math. J. *96* (1971), 535—565.
[17] *N. Krylová, O. Vejvoda:* Periodic solutions to partial differential equations, especially to a biharmonic wave equation. Symposia Mathematica, vol. VII, (1971), 85—96.
[18] *O. Vejvoda, M. Tvrdý:* Existence of solutions to a linear integro-boundary-differential equation with additional conditions. Ann. Mat. Pura Appl., *89* (1971), 169—216.
[19] *M. Tvrdý, O. Vejvoda:* General boundary value problem for an integrodifferential system and its adjoint. Čas. pěst. mat., *97* (1972), 399—419.
[20] *M. Tvrdý, O. Vejvoda:* General boundary value problem for an integrodifferential system and its adjoint. Čas. pěst. mat., *98* (1973), 26—42.
[21] *I. Straškraba, O. Vejvoda:* Periodic solutions to abstract differential equations. Czech. Math. J., *98* (1973), 635—669.
[22] *I. Straškraba, O. Vejvoda:* Periodic solutions to a singular abstract differential equations Czech. Math. J., *99* (1974), 528—540.
[23] *M. Štědrý, O. Vejvoda:* Periodic solutions to weakly nonlinear autonomous wave equations. Czech. Math. J., *100* (1975), 536—555.
[24] *M. Kopáčková, O. Vejvoda:* Periodic vibrations of an extensible beam. Čas. pěst. mat., *102* (1977), 356—363.
[25] *O. Vejvoda, M. Štědrý:* Periodic solutions of a weakly nonlinear autonomous wave equation. Diff. uravn. s častn. proizv., Trudy sem. S. L. Soboleva, *2* (1978), 17—36.
[26] *Š. Schwabik, M. Tvrdý, O. Vejvoda:* Differential and Integral Equations, Boundary Value Problems and Adjoints. Academia, Praha 1979, 248 str.
[27] *O. Vejvoda, I. Straškraba:* Perturbed nonlinear abstract equations. Nonlinear Analysis, TMA, Vol. *5*, (1981), 265—276.
[28] *O. Vejvoda, M. Kopáčková:* Periodic solutions of abstract and partial differential equations with deviation. CMUC 21, *4* (1980), 645—652.
[29] *O. Vejvoda* et al.: Partial differential equations: time-periodic solutions. SIJTHOFF NOORDHOFF 1981, XII + 358 str.
[30] *M. Štědrý, O. Vejvoda:* Time periodic solutions of a one-dimensional two-phase Stefan problem, Annali di Matematica pura ed applicata (IV), Vol. CXXVII, 1981, 67—78.
[31] *L. Herrmann, O. Vejvoda:* Periodic and quasi-periodic solutions of abstract differential equations, (dáno do tisku).