Jaroslav Kurzweil

K šedesátinám prof. Marka Švece, DrSc.

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 105 (1980), No. 1, 102--108

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/118041`

K ŠEDESÁTINÁM PROF. MARKA ŠVECE, DRSC.

JAROSLAV KURZWEIL, Praha

Dne 10. října 1979 oslavil 60. narozeniny významný československý matematik, profesor MARKO ŠVEC, DrSc., vynikající odborník v teorii diferenciálních rovnic a vysokoškolský učitel, který vychoval celé generace techniků, přírodovědců a matematiků.

Marko Švec se narodil v Kmeťově, okr. Nové Zámky. Středoškolské vzdělání získal na gymnáziích v Nových Zámkách a v Šuranech a potom studoval matematiku a fyziku na přírodovědecké fakultě Slovenské univerzity v Bratislavě. Státní zkoušky složil v r. 1944 a v letech 1944–1949 byl středoškolským profesorem na gymnáziích v Šuranech a v Bratislavě. V r. 1949 přešel na elektrotechnickou fakultu Slovenské vysoké školy technické v Bratislavě, kde působil jako odborný asistent do r. 1955, jako docent do r. 1966 a jako profesor v letech 1966–1968. Od r. 1968 je profesorem na katedře matematické analýzy Univerzity Komenského v Bratislavě. V letech 1969–1972 a v r. 1974 přednášel jako expert organizace UNESCO na univerzitě v Bahii v Brazilii. Titul RNDr. získal na přírodovědecké fakultě Slovenské univerzity v Bratislavě v r. 1949, vědeckou hodnost kandidáta fyzikálně-matematických věd mu udělila přírodovědecká fakulta Univerzity Jana Evangelisty Purkyně v Brně v r. 1957 a vědecká rada Univerzity J. E. Purkyně v Brně mu udělila vědeckou hodnost doktora fyzikálně-matematických věd r. 1965.

Ve svých vědeckých pracích se Marko Švec zabývá širokým okruhem otázek z oblasti obyčejných diferenciálních rovnic. Velké úsilí věnoval vyšetřování asymptotických a oscilatorických vlastností diferenciálních rovnic řádu vyššího než druhého a to lineárních i nelineárních; tato obtížná problematika jej přitahovala od samého začátku jeho vědecké dráhy. Již v práci [2] dokázal, že rovnice

$$x^{(n)} + Q(t)\,x = 0\,, \tag{1}$$

kde $Q(t) > 0$ pro $t \in R$, má tuto vlastnost:

(E) každé netriviální řešení má nejvýše jeden dvojnásobný nulový bod.

Dále nalezl řadu vlastností, které pro obecnou lineární diferenciální rovnici čtvrtého řádu plynou z vlastnosti (E). Mimořádné závažný a zajímavý výsledek je obsažen v práci [5]: je-li $Q(t) \geqq 0$ pro $t \geqq a$, pak

(F) všechna řešení rovnice (1) mají týž charakter pro $t \to \infty$ (tj. buď jsou všechna oscilatorická nebo žádné).

M. Biernacki formuloval hypotézu, že za jistých předpokladů o Q existují alespoň dvě lineárně nezávislá řešení rovnice (1), která se blíží k nule pro $t \to \infty$, a že existují řešení neohraničená pro $t \to \infty$. Marko Švec dokázal v [6], že hypotéza o existenci dvou lineárně nezávislých řešeni, která se blíží k nule, je správná za podstatně slabších předpokladů o Q. K důkazu existence neomezených řešení potřeboval podmínku $0 < m \leqq Q(t) \leqq M < \infty$. Za zvláštní zmínku stojí metoda, jíž Marko Švec použil: Nechť je $Q(t) \geqq 0$ pro $t \in R$ a nechť funkce Q není identicky rovna nule na žádném otevřeném intervalu. Předpokládejme ještě, že všechna řešení rovnice (1) oscilují pro $t \to \infty$. Nechť S je množina takových řešení u rovnice (1), že v každém nulovém bodě ϱ řešení u platí

$$\dot{u}(\varrho)\,\ddot{u}(\varrho)\,\dddot{u}(\varrho) \neq 0\,, \quad \operatorname{sgn} \dot{u}(\varrho) \neq \operatorname{sgn} \ddot{u}(\varrho) \neq \operatorname{sgn} \dddot{u}(\varrho)\,.$$

O množině S dokázal Marko Švec řadu výsledků, z nichž uvedeme

(2) $S \neq \emptyset$ a existují dvě lineárně nezávislá řešení, která patří do S.

(3) Je-li $u \in S$, pak $\dot{u}$ je omezená funkce pro $t \to \infty$ a platí $\int^\infty Qu^2\,dt < \infty$, $\int^\infty \ddot{u}^2\,dt < \infty$.

(4) Nechť w je triviální řešení rovnice (1). $S \cup \{w\}$ je množina řešení, jejichž první derivace je omezená pro $t \to \infty$. $S \cup \{w\}$ je lineární prostor dimense 2.

(5) Nechť platí $0 < m \leqq Q(t)$. Pak pro každé řešení $u \in S$ platí $\lim_{t \to \infty} u(t) = 0 = $
$= \lim_{t \to \infty} \dot{u}(t)$.

V pracích [10] a [11] je lineární diferenciální rovnice třetího řádu vyšetřována v souvislosti s vlastnostmi

(V_1) Má-li řešení u dvojnásobný nulový bod ϱ, pak $u(t) \neq 0$ pro $t < \varrho$.

(V_2) Má-li řešení u dvojnásobný nulový bod ϱ, pak $u(t) \neq 0$ pro $t > \varrho$.

Dokazuje, že rovnice třetího řádu má vlastnosti (V_1), (V_2) právě tehdy, má-li každé její řešení nejvýše dva nulové body (nebo jeden dvojnásobný) a to je ekvivalentní s možností vyjádřit příslušný diferenciální operátor jako superposici tří diferenciálních operátorů prvního řádu. Jsou nalezeny podmínky postačující k tomu, aby rovnice třetího řádu měla vlastnosti (V_1) nebo (V_2) a jsou nalezeny souvislosti těchto vlastností, vlastností koeficientů a asymptotických a oscilatorických vlastností řešení. Asymptotické vzorce pro řešení rovnice (1) (a také pro řešení obdobné rovnice třetího řádu) jsou odvozeny v [7]. Předpokládá se, že Q je hladká funkce, $Q(t) > 0$ pro $t \geqq a$, a že jistý integrál diverguje a jiné konvergují. Práce [7] tak zajímavým způsobem doplňuje práci [6].

V práci [16] je vyšetřena souvislost mezi oscilatorickými vlastnostmi lineární a nelineární diferenciální rovnice druhého řádu. Jsou nalezeny podmínky, které zaručují, že řešení nelineární diferenciální rovnice mají obdobné vlastnosti jako řešení lineární rovnice. V práci [20] je dokázáno, že rovnice

$$\ddot{y} = g(t, y)$$

má periodické řešení s periodou T; přitom se předpokládá, že funkce $g : R^2 \to R$ je spojitá, má periodu T vzhledem k proměnné t a platí

$$\int_0^y g(t, u)\,du \geqq \alpha^2 y^2 + C\,, \quad \alpha \neq 0\,.$$

Tento výsledek je odvozen variační metodou; autor užívá Ritzovy metody ke stanovení maxima funkcionálu

$$\int_0^T [-\dot{y}^2 - G(t, y)]\,dt\,,$$

kde $G(t, y) = \int_0^y g(t, u)\,du$ a dokazuje, že z posloupnosti přibližných řešení lze vybrat posloupnost s dobrými konvergenčními vlastnostmi.

V práci [9] jsou vyšetřeny oscilatorické vlastnosti řešení rovnice

$$y^{(n)} + f(t)\,y^\alpha = 0\,,$$

v pracích [3] a [4] je pojem disperse zavedený O. Borůvkou pro lineární diferenciální rovnice druhého řádu rozšířen a využit ke studiu vlastností rovnice (1) a obdobné rovnice vyššího řádu; jsou též vyšetřovány jisté okrajové úlohy a je dokázána existence soustavy vlastních funkcí. Polylokální okrajové úloze pro diferenciální rovnice a jejich soustavy je věnována práce [1]; jsou nalezeny velmi obecné podmínky pro existenci řešení.

Celek jednotný co do tématu i metody tvoří práce [12]–[15], [17]–[19]. Z nich nejstarší (podle data „došlo do redakce") je práce [15]. V ní je dokázáno, že rovnice

$$y^{(n)} + Q(t)\,y = 0 \tag{6}$$

má řešení u, které splňuje podmínky

$$(-1)^i\,u^{(i)}(t) > 0\,, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n-1\,, \tag{7}$$

$$\lim_{t\to\infty} u^{(i)}(t) = 0\,, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1\,, \tag{8}$$

$$\lim_{t\to\infty} u(t) = 1 \tag{9}$$

jestliže funkce Q je nezáporná, není rovna identicky nule na žádném intervalu a

$$\int^{\infty} t^{n-1}\,Q(t)\,\mathrm{d}t = \infty\,.$$

Tento výsledek je rozšířen na rovnici

$$y^{(n)} + B(t, y, \dot{y}, \ldots, y^{(n-1)})\,y = 0\,. \tag{10}$$

Přitom funkce B je vhodným způsobem majorizována. V důkazu se využije předchozího výsledku o rovnici (6): K dané funkci v existuje jediné řešení u rovnice

$$x^{(n)} + B(t, v, \dot{v}, \ldots, v^{(n-1)})\,x = 0$$

s vlastnostmi (7)–(9). Položíme $Tv = u$ a hledáme pevný bod zobrazení T; je přirozené, že se pracuje s příslušnými integrálními rovnicemi a že se aplikuje Schauderova věta o pevném bodě. Také ve zbývajících pracích této skupiny jde o rovnici (10), o existenci jejích řešení, která splňují jisté limitní podmínky pro $t \to \infty$ a případně také některé počáteční podmínky pro $t = 0$. Vždy se hledá pevný bod pro příslušný integrální operátor na neomezeném intervalu. Při přímém použití Schauderovy věty je třeba dokazovat, že jisté množiny funkcí definovaných na neomezeném intervalu jsou kompaktní. Marko Švec zavádí pojem q-konvergence, což je jistá forma bodové konvergence. Využívá toho, že operátory, které jsou odvozeny z vyšetřovaného problému pro rovnici (10), jsou na vhodných množinách funkcí spojité vzhledem ke q-konvergenci a zobrazují tyto množiny na množiny q-kompaktní. Tímto obratem se autor vyhnul značným technickým obtížím.

Rovnice

$$(11) \qquad \dot{x} = Ax + f(t, x)$$

$$(12) \qquad \dot{x} = Ax$$

budeme nazývat ekvivalentní, jestliže ke každému řešení u jedné z nich existuje takové řešení v té druhé rovnice, že

$$(13) \qquad u(t) - v(t) \to 0 \quad \text{pro} \quad t \to \infty\,.$$

Podmínky pro ekvivalenci rovnic (11) a (12) hledal Marko Švec v pracích [21], [22]. Jako ukázku uveďme tento výsledek:

Nechť matice A je v Jordanově kanonickém tvaru, nechť p je maximum řádů těch bloků, že pro příslušné vlastní číslo je $\operatorname{Re} \lambda = 0$ a položme $p = 1$, jestliže takové bloky neexistují. Nechť platí

$$\|f(t, x)\| \leqq F(t, \|x\|)\,,$$

kde F je spojitá, nerostoucí vzhledem k druhé proměnné a nechť je

$$\int^{\infty} t^{p-1} F(t, c)\,\mathrm{d}t < \infty \quad \text{pro každé} \quad c \in R^{+}\,.$$

Potom ke každému omezenému řešení u rovnice (11) existuje takové řešení v rovnice (12), že platí (13). Obdobným postupem je nalezena obecná postačující podmínka pro asymptotickou ekvivalenci rovnic (11), (12). V práci [25] je problematika asymptotické ekvivalence spojena s asymptotickými vlastnostmi řešení, a jsou odvozeny postačující podmínky pro asymptotickou ekvivalenci obecných nelineárních diferenciálních rovnic n-tého řádu. Výsledky jsou rozšířeny i na funkcionální diferenciální rovnice. Vlastnostem funkcionálních diferenciálních rovnic jsou věnovány práce [23], [24]. Je v nich vyšetřována existence $\lim\limits_{t \to T-0} x(t)$, kde x je řešení funkcionální diferenciální rovnice, jejíž pravá strana je definována pro $t < T$ a je vyřešena řada úloh (závislost limity na počáteční podmínce, existence řešení s předepsanou limitou).

Již tento stručný popis vědeckých publikací prof. Švece ukazuje, že je to dílo bohaté tématicky i metodicky. Obsahuje množství původních myšlenek a postupů. Je často citováno, je oceňováno odborníky doma i v zahraničí. Přineslo konečné řešení některých problémů a naopak dalo podnět řadě autorů k dalším výzkumům. V teorii obyčejných diferenciálních rovnic vyšších řádů hrají mimořádnou úlohu různé technické obraty (využívání identit, nerovností, odhady aj.); Marko Švec je mistrem v použití technických obratů, má však současně vzácnou schopnost objevovat obecné formulace a pracovat s nimi; právě toto spojení schopností téměř protikladných vede k výsledkům mimořádně hodnotným a zajímavým. Připomeňme v této souvislosti práci Marko Švece s vlastnostmi (E), (V_1), (V_2), tvrzení (F) či studium vlastností množiny S v práci [6], zavedení a využití q-konvergence.

Již více než 20 let vede prof. Švec seminář s tématikou obyčejných a funkcionálních diferenciálních rovnic. Tohoto semináře se pravidelně účastní vědečtí a pedagogičtí pracovníci a aspiranti nejen z Bratislavy, ale i z jiných středisek. Prof. Švec dal impuls k vzniku mnohých prací a svými radami, nápady ovlivnil mnoho pracovníků v tomto oboru. Vychoval řadu aspirantů, z nichž mnozí dosáhli pozoruhodných vědeckých výsledků a stali se známí i v zahraničí.

Prof. Švec se věnuje se zanícením pedagogicko-výchovné práci. Vychoval celou řadu inženýrů a absolventů přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského a vzbudil u nich upřímný zájem o matematiku i o její aplikace v technické praxi i v přírodních vědách. Je spoluautorem rozsáhlé monografie *Matematika* I, II. V monografii jsou vyloženy ty partie matematiky, kterých se tradičně nejvíce užívá v technických oborech a kterým se učí na vysokých školách technického směru. O tom, jak citelnou mezeru vyplnila tato monografie v naší literatuře, svědčí opakovaná vydání.

Prof. Švec zastával a zastává řadu důležitých funkcí ve školství a ve vědeckém životě. Byl proděkanem elektrotechnické fakulty Slovenské vysoké školy technické v letech 1956—58. Je členem vědecké rady přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského, členem redakčních rad časopisů Acta matematica přírodovědecké fakulty Univerzity Komenského a Aplikace matematiky, předsedou komise matematické analýzy pro udělení titulu RNDr. Je členem celostátní komise pro obhajoby doktorských disertací v oboru diferenciální rovnice a aplikace analýzy, předsedou komise pro obhajoby kandidátských disertací v oboru matematická analýza a místopředsedou komise pro obhajoby kandidátských disertačních prací v oboru teorie vyučování matematice.

Všichni, kdo prof. Marka Švece poznali a zejména ti, kdo měli příležitost s ním spolupracovat a od něho se učit, mu srdečně blahopřejí k šedesátinám a přejí mu hodně zdraví a hodně úspěchů v činnosti vědecké i učitelské.

SEZNAM PŮVODNÍCH VĚDECKÝCH PRACÍ PROF. M. ŠVECE, DrSc.

[1] K problému jednoznačnosti integrálov systému lineárnych diferenciálnych rovníc. Mat.-fyz. sborník SAV, 1952, 3—22

[2] Über einige neue Eigenschaften der oszillatorischen Lösungen der linearen homogenen Differentialgleichung vierter Ordnung. Czech. Math. J., T. *4* (*79*), 1954, 75—94.

[3] Sur les dispersions des intégrales de l'équation $y^{(4)} + Q(x)\,y = 0$. Czech. Math. J., T. *5* (*80*), 1955, 26—60.

[4] Eine Eigenwertaufgabe der Differentialgleichung $y^{(n)} + Q(x, \lambda)\,y = 0$. Czech. Math. J., T. *6* (*81*), 1956, 46—71.

[5] Sur une propriété des inégrales de l'équation $y^{(n)} + Q(x)\,y = 0$, $n = 3, 4$. Czech. Math. J., T. *7* (*82*), 1957, 450—461.

[6] Sur le comportement asymptotique des intégrales de l'équation $y^{(4)} + Q(x)\,y = 0$. Czech. Math. J., T. *8* (*83*), 1958, 230—244.

[7] Asymptotische Darstellung der Lösungen der Differentialgleichung $y^{(n)} + Q(x)\,y = 0$, $n = 3, 4$. Czech. Math. J., T. *12*, (87), 1962, 572—581.

[8] On various properties of the solutions of third- and fourth-order linear differential equations. Equadiff 1962. Proceedings of the Conference held in Prague in September 1962, Differential Equations and Their Applications, 187—198.

[9] Le caractère oscillatoire des solutions de l'équation $y^{(n)} + f(x) y^{\alpha} = 0$, $n > 1$. Czech. Math. J., T. *13* (*88*) 1963, 481—491 (spolu s *I. Ličkem*).

[10] Neskol'ko zamečanij o linejnom differencialnom uravnenii tretego porjadka. Czech. Math. T. *15* (*90*), 1965, 42—49.

[11] Einige asymptotische und oszillatorische Eigenschaften der Differentialgleichung $y''' + A(x) y' + B(x) y = 0$. Czech. Math. J., T. *15* (*90*), 1965, 378—393.

[12] Fixpunktsatz und monotone Lösungen der Differentialgleichung $y^{(n)} + B(x, y, \dot{y}, \ldots \ldots, y^{(n-1)}) y = 0$. Archivum mathematicum (Brno), T. 2, 1966, 43—55.

[13] L'existence globale et les propriétes asymptotiques d'une équation différentielle non-linéaire d'ordre *n*. Archivum mathematicum (Brno), T. 2, 1966, 141—151.

[14] Les propriétes asymptotiques des solutions d'une équation différentielle non-linéaire d'ordre *n*. Czech. Math. J., T. *17*, (*92*), 1967, 550—557.

[15] Monotone solutions of some differential equations. Colloquium mathematicum, XVIII, 1967, 7—21.

[16] Some oscillatory properties of second order non-linear differential equations. Ann. Mat. Pura ed Appl. (IV), vol. *LXXVII*, 179—192, 1967.

[17] Investigation of the solutions of differential equations on an infinite interval and the fixed point theorems. Proc. of Equadiff. II (1966), Acta FRNUC, Mathematica 1967, 143—153.

[18] Remark on the asymptotic behaviour of the solutions of the differential equations. Acta FRNUC, Mathematica XXII, 1969, 11—18.

[19] Sur un problème aux limites. Czech. Math. J., T. *19* (*94*), 1969, 17—26.

[20] Existence of periodic solutions of differential equations of second order. G.E.O. Giacaglia (ed.), Periodic Orbits, Stability and Resonances, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland 1970, 168—175.

[21] Some remarks on the asymptotic equivalence. Proc. of Equadiff 3, Brno 1972, 155—160.

[22] Asymptotic relationship between solutions of two systems of differential equations. Czech. Math. J., T. *24* (*99*), 1974, 44—58.

[23] Some properties of functional differential equations. Bolletino U.M.I. (4) 11 Suppl. fasc. *3* (1975), 467—477.

[24] Some problems concerning the functional differential equations. Proceeding of Equadiff IV, Prague 1977, 405—414.

[25] Asymptotic equivalence and oscillatory properties of ordinary differential equations. Equazioni differenziali ordinarie ed equazioni funzionali convegno internazionale, Firenze 1978, 213—222.

[26] Behaviour of nonoscillatory solutions of some nonlinear differential equations, Acta facultatis RNUC, v tisku.

Hlavní knižní publikace prof. M. Švece, DrSc.

[1] *Kluvánek - Mišík - Švec:* Matematika I. Slov. vyd. techn. lit., str. 728, 1959 — 1. vydání, 1971 — 4. vydání.

[2] *Kluvánek - Mišík - Švec:* Matematika II. Slov. vyd. techn. lit., str. 856, 1961 — 1. vydání, 1970 — 3. vydání.

Popularizační práce

M. Kolibiar, M. Švec: Za akademikom Jur. Hroncom. Mat.-fyz. čas. SAV, *X*. 2, 1960, 123—131.