Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 100 (1975), No. 3, 292--302

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117880

RECENSE

H. J. Ryser: MATHÉMATIQUES COMBINATOIRES (Kombinatorická matematika). Vydalo nakladatelství Dunod, Paříž 1969; 174 stran.

Jde o francouzský překlad anglického originálu Combinatorial Mathematics, který vyšel v USA již v r. 1963. Naši čtenáři měli ostatně příležitost se s Ryserovou knížkou seznámit prostřednictvím ruského překladu (Г. Дж. Райзер: Комбинаторная математика; Москва 1966). Stačí tedy snad jen stručně připomenout, že jde o poměrně útlou, leč obsažnou monografii o základních pojmech kombinatoriky, v níž se probírají mj. Ramseyova věta, systémy representantů, matice nul a jedniček, latinské čtverce, bloková schémata aj.

Vzhledem k hutnému stylu, jímž je knížka psána, vyžaduje její četba již určitou zkušenost se studiem matematických textů; rozhodně to není populární brožurka o kombinatorice. Knížku však lze bez váhání doporučit všem seriózním zájemcům o tuto dnes stále významnější matematickou disciplínu.

Ze srovnání obou překladů se zdá, že ruský překlad byl pořízen pečlivěji: obsahuje podstatně více vysvětlujících a doplňujících poznámek překladatele, který také opravil chybné znění věty 4.3 v první kapitole, jež ve francouzském překladu zůstalo zachováno. Číslování stránek v rejstříku symbolů ve francouzském překladu nesouhlasí s vlastním textem.

František Zítek, Praha

K. P. Hadeler: MATHEMATIK FÜR BIOLOGEN. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1974. X + 234 stran, cena DM 14,80.

Titul knihy dostatečně charakterisuje její účel. Dodejme jen, že pod slovem matematika se v ní rozumí matematika klasická, bez vztahu k oborům výpočtové techniky a téměř bez vztahu k numerickým metodám.

Kniha obsahuje 77 odstavců, v nichž je probrána matematika od množin přes algebru, diferenciální a integrální počet až ke statistice. Odstavce nejsou seskupeny v nějaké vyšší části knihy. To působí sice poněkud nezvykle, neboť čtenář se v knize těžko orientuje; čte-li ji však od začátku, zjistí brzy důvod tohoto uspořádání: kniha není encyklopedií, ke které by se měl biolog obrátit, aby vyhledal vzorec či algoritmus, když má potíže s nějakým matematickým problémem, nýbrž je to učebnice, pomocí níž se má biolog-nematematik rychle vpravit do metody matematické abstrakce a jejího použití. Důraz knihy je tedy kladen na to, aby inteligentní čtenář získal jistou zběhlost v obecných vztazích matematiky (tj. v logických závislostech mezi jejími pojmy a metodami); tato zběhlost by mu měla postačit na to, aby ty partie, které v knize nejsou a které bude později potřebovat, mohl z literatury nastudovat tak, aby jim porozuměl (to je tedy více než pouhé přejímání výsledků matematiky bez znalosti jejich odůvodnění).

Lze tvrdit, že uvedený cíl se autorovi knihy podařil. Jestliže k tomu potřeboval jen o málo více než 200 stran malého formátu, je to tím, že použil efektivní pedagogické metody, kterou lze charakterizovat dvěma hlavními rysy:

1. Stupeň matematické abstrakce nevyžaduje kroky, neúměrné schopnostem inteligentního vysokoškoláka: např. kompaktní množina se definuje jen pro E_n, a to jako omezená a současně

uzavřená. Definice pro účely knihy stačí, čtenář zažije dostatečně pojem kompaktnosti na materiálu, který je pro něho běžný, a později, bude-li to potřebovat, pochopí již snadněji obecnou definici kompaktní množiny, jak se formuluje v topologii, včetně jejího důsledku, z něhož plyne definice, uvedená v knize.

2. Jednota logického uspořádání matematiky se fixuje ve vědomí čtenáře tak, že se matematika zbytečně nedělí na části (disciplíny), jejichž souvislosti by byly pro nematematika dosti vzdálené. Zde tedy vidíme důvod toho, proč je nejvyšší dělení knihy na 77 odstavců. Avšak celá věc je dovedena do krajnosti včetně pedagogického účinku: vztahy mezi dostavci totiž porušují ustálené dělení matematiky a navazují na psychologii biologa; např. po odstavcích o derivacích a integrálech následují odstavce o komplexních číslech a polynomech, pak odstavce z lineární algebry, po nich následuje výklad interpolace, základy statistické dynamiky a pak teprve jsou odstavce, věnované diferenciálním rovnicím. Tak je biolog informován o vztazích mezi obory matematiky, kterých může později využít a které by v tradiční učebnici matematiky nenašel.

Tato dobrá stránka knihy je zesílena uspořádáním příkladů z aplikací v biologii: setkáme se s jejich posloupností, jejíž členy tu a tam tvoří odstavec knihy; stejná biologická realita je v nich zobrazena nejprve na model finitní (deterministický), pak na model spojitý a na konec na model stochastický. Čtenář tak poznává i to, jak s množstvím nastudované matematické látky roste i jeho schopnost popsat věrněji biologické jevy. Poznamenejme, že příkladů je v knize málo, avšak vedou čtenáře k poznání, že by měl matematiku aplikovat tam, kde je to třeba (a ne pouze tam, kde už to aplikují jiní; tento zlozvyk je dnes rozšířen v mnohých oborech, které matematiku aplikují).

Kniha má tedy vysokou pedagogickou úroveň, neboť naučí biology matematice a ne mluvení o matematice. Této úrovni odpovídá i úroveň odborně-matematická; látka neobsahuje žádné chyby proti logice nebo proti ustálené terminologii. Důkazy jsou většinou řádně provedeny, kromě některých, které překračují rámec schopností potenciálního čtenáře: ty jsou pak vypuštěny úplně, takže čtenář pozná, že je má hledat v příslušné odborné literatuře. Matematická úroveň je slabě narušena tím, že v knize není jediná zmínka o existenci a využití počítačů a numerické metody jsou uvedeny v minimálním počtu; i když je třeba pochopit, že jinak by se kniha příliš přetížila a její pedagogický účinek by se zeslabil, bylo by snad vhodné učinit odkaz na nějakou knihu o samočinných počítačích a zmínit se o existenci většího počtu numerických metod: čtenář nematematik může totiž z knihy snadno získat názor, že numerické metody existují jen pro řešení lineárních a diferenciálních rovnic.

Přesto že je kniha určena pro biology, může dobře sloužit jako opravdový úvod do vyšší matematiky i pro ekonomy, lékaře a odborníky v humanitních oborech, kteří chtějí vniknout do matematiky. Většina uvedených aplikací je totiž pochopitelná i těm vysokoškolákům, kteří nejsou biology, ba dokonce lze říci, že by v jejich oboru bylo možno najít jevy, které jsou s jevy biologickými, uvedenými v příkladech aplikací, isomorfní.

Evžen Kindler, Praha

J. Stoer: EINFÜHRUNG IN DIE NUMERISCHE MATHEMATIK I. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1972, stran 250, cena DM 14.80. (Heidelberger Taschenbücher sv. 105.)

J. Stoer, R. Bulirsch: EINFÜHRUNG IN DIE NUMERISCHE MATHEMATIK II. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, stran 286, cena DM 14.80. (Heidelberger Taschenbücher sv. 114.)

Dvojdílná učebnice západoněmeckých autorů, známých především svými pracemi v oblasti extrapolačních metod, je napsána — jak se zdůrazňuje v jejím podtitulku — s přihlédnutím k přednáškám F. L. Bauera, známého mnichovského badatele a pedagoga, které „ovlivnily ducha a obsah“ celé knihy. Zahrnuje v sobě zhruba látku dvousemestrální přednášky o numerické matematice, jak ji jeden z autorů, J. Stoer, v posledních letech přednášel na západoněmeckých vysokých školách. Kniha tak výběrem a uspořádáním materiálu umožňuje čtenáři, aby si učinil přehled o současných metodách a směrech bádání v západoněmecké numerické matematice, nebo alespoň ve škole ovlivňované F. L. Bauerem.

Přesto, že se tu jedná o úvod do problematiky, nemá kniha nikterak elementární charakter. Obsahuje spoustu materiálu, vykládaného často do značné hloubky a přitom zhuštěně. Výklad i obsah knihy jsou zcela moderní; autoři vcelku vyváženě vykládají jak teoretické základy problémů a metod numerické matematiky, tak problematiku spojenou s řešením praktických úloh na samočinném počítači. Ostatně: z metod numerické matematiky se zabývají převážně těmi, které se nechají na samočinných počítačích snadno realizovat, a kladou velkou váhu na algoritmický popis takových metod (kritické části algoritmů jsou často popsány v Algolu 60). Tam, kde pro řešení dané úlohy připadá v úvahu více metod, snaží se autoři tyto metody vzájemně porovnat co do jejich praktické upotřebitelnosti a upozorňují zároveň na meze, v nichž jsou použitelné. Při tom berou ohled nejen na počet operací, rychlost konvergence atp., nýbrž kladou důraz zejména na numerickou stabilitu metod.

Četné příklady a velký počet cvičení výborně ilustrují numerické a teoretické vlastnosti zkoumaných metod a umožňují čtenáři, aby si sám učinil názor na jejich vlastnosti.

Obsah obou dílů je rozdělen do osmi kapitol; první díl obsahuje kapitoly 1—5, druhý díl kapitoly 6—8.

Úvodní kapitola o analýze chyb má v celé knize zvláštní postavení: zavádějí a upřesňují se v ní pojmy numerické stability a „dobrého chování" (Gutartigkeit) algoritmů, které jsou podle autorů centrálními pojmy celé numerické matematiky, a na obsáhlém materiálu se demonstruje důležitost těchto pojmů.

Druhá kapitola pojednává o interpolaci. Kromě interpolace polynomem a racionální funkcí je zde zahrnuta interpolace trigonometrická (mj. „rychlá Fourierova transformace" Cooleye a Tukeye) a interpolace pomocí spline-funkcí. Kapitola 3 popisuje metody pro přibližný výpočet integrálu. Kromě klasického materiálu jsou zde obsáhle probírány extrapolační metody.

V kapitole 4 se autor zabývá řešením soustav lineárních algebraických rovnic. Obsahově se výrazně opírá o práce Wilkinsona & spol. Podrobně je probrána analýza chyb. Značná část této kapitoly je věnována také vyrovnávacímu počtu. Pátá kapitola popisuje iterační metody pro přibližné řešení (nelineárních) algebraických a transcendentních rovnic. Autor zde mj. uvádí obecnou Newtonovu metodu v n-rozměrném euklidovském prostoru. Kapitola 6, kterou začíná druhý díl učebnice, pojednává o metodách pro výpočet vlastních čísel a vlastních vektorů. Obsah je založen na Wilkinsonově a Reinschově „Lineární algebře" (recenzováno v Čas. pěst. mat. *99* (1974), 316—318).

V kapitole 7 se nachází celá řada metod pro numerické řešení počátečních a okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice. Část kapitoly zabývající se počátečními úlohami zahrnuje dnes již klasický materiál (navíc jsou tu extrapolační metody) a je přirozeně poplatná známé Henriciho knize. Zřetelně větší prostor je věnován diskusi o okrajových úlohách, kde se podrobně zkoumá metoda střelby na více cílů (Mehrzielmethode, v angličtině multiple shooting method), která podle názoru autorů „patří k nejlepším metodám pro řešení okrajových úloh". Parciálními diferenciálními rovnicemi se autoři systematicky nezabývají. Hovoří se o nich jen potud, pokud je to třeba k tomu, aby se poukázalo na obecnou analogii běžných metod pro obyčejné diferenciální rovnice (metoda sítí, variační metody) s metodami pro rovnice parciální. Na závěr sedmé kapitoly se popisuje princip metody konečných prvků na Dirichletově úloze pro eliptickou parciální rovnici 2. řádu s homogenní okrajovou podmínkou. V poslední, osmé kapitole jsou uvedeny nejdůležitější iterační metody pro řešení velkých soustav lineárních algebraických rovnic, jež obvykle vznikají při řešení okrajových úloh pro parciální diferenciální rovnice metodou sítí.

Výběrem látky je tato učebnice velmi zajímavá, autoři tu bez předstírání předvádějí do značné míry subjektivní výběr metod a neřídí se módou nebo jinými učebnicemi podobného druhu.

Čtenář tu nalezne pohromadě řadu výsledků dosud publikovaných pouze v časopisech (zejména původní výsledky obou autorů). Poslední odkazy jsou na články z r. 1971. Autoři však přirozeně popisují všechny významné a obecně používané metody a přejímají ta zpracování některých oblastí numerické matematiky, jež jsou dnes obecně přijímána a považována za zdařilá; mám na mysli zejména vliv publikací J. H. Wilkinsona, který se projevuje v první kapitole o analýze chyb a v algebraických kapitolách a knihu P. Henriciho o řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice.

Jde tu o pozoruhodnou učebnici, která co do výběru a zpracování materiálu nemá obdoby. Je určena studentům vyšších ročníků vysoké školy; tím, že přináší v knižní podobě množství výsledků z poslední doby, se však stává zajímavou pro numerické matematiky vůbec. V neposlední řadě bude užitečná i jako příručka metod a algoritmů numerické matematiky.

Petr Přikryl, Praha

Gerhard Ringel: MAP COLOR THEOREM. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen-Band 209, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974, stran 191, obrázků 176, cena 54,— DM.

Roku 1890 odvodil P. J. Heawood nerovnost

$$\chi(S_p) \leqq \left[\frac{7 + \sqrt{(1 + 48p)}}{2}\right] \tag{1}$$

pro chromatické číslo $\chi(S_p)$ orientovatelné plochy S_p rodu $p \geqq 1$. Chromatickým číslem plochy S_p se přitom rozumí přirozené číslo n takové, že každá mapa na S_p je zbarvitelná n barvami, ale existuje mapa, jež není zbarvitelná $n - 1$ barvou. Heawoodova práce byla poplatná minulému století a důkaz vypadal tak, jako by se dokázalo, že v (1) platí rovnost. Na neúplnost úvahy upozornil už r. 1891 L. Heffter, ale tato věta, jíž se v anglické literatuře říká map color theorem, čekala až do r. 1968 na úplný důkaz. Kdyby byla správná domněnka o čtyřech barvách, platil by Heawoodův vzorec bez omezení i pro $p = 0$. Je zajímavé, že „nejjednodušší" případ rovinných map je stále nerozřešen, zatímco všechny „složité" případy byly už zdolány. Důkaz formule se rozpadá do dvanácti případů, z nichž do r. 1966 tři ještě zůstávaly nerozřešeny. J. W. T. Youngs pozval na školní rok 1967—68 G. Ringela na universitu v Santa Cruz (USA), aby se spolu pokusili o zbytek — a jejich společné úsilí bylo úspěšné. Oba výsledek publikovali a rozhodli se, že napíší knihu o tomto problému, jenž tak dlouho čekal na úplné řešení. Bohužel J. W. T. Youngs r. 1970 zemřel a zamýšleného úkolu se ujal G. Ringel sám.

Autor je nám už znám svou knihou Färbugsprobleme auf Flächen und Graphen, která vyšla r. 1959. Ve své nové monografii rozvíjí všechny pojmy potřebné k dosažení hlavního cíle (definice grafu, chromatické číslo, základní topologické pojmy, vnoření grafu do dané plochy atd.) a používá materiálu, který nashromáždil ke svým universitním přednáškám. Vyhýbá se abstraktnímu a formálnímu pojetí, většinu definicí motivuje a připojuje cvičení. Závěr knihy se dotýká ještě několika dalších rozřešených i otevřených problémů (rod některých speciálních grafů, průsečíková čísla apod.). I když je námět knihy úzce speciální, vznikl čtivý text, který může studovat i začínající matematik.

Jiří Sedláček, Praha

Egbert Dierker: TOPOLOGICAL METHODS IN WALRASIAN ECONOMICS (Topologické metody ve Walrasových ekonomických systémech), Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg-New York, 130 stran, 25 obr., cena 16 DM.

Publikace vyšla jako 92. svazek edice Lecture notes in Economics and Mathematical Systems a vznikla na základě autorova semináře o obecné teorii ekonomické rovnováhy konaném v zimě 71/72 na Bonnské universitě.

Autor studuje problémy vznikající při alokaci zdrojů v decentralizovaném systému ekonomických činitelů s rozdílnými zájmy. Z matematického hlediska vede analýza těchto problémů především ke studiu singularit tangenciálních vektorových polí na varietách.

Práce je rozvržena do dvanácti odstavců. První dva odstavce tvoří neformální úvod do problematiky z hlediska ekonomického (odstavec 1) a z hlediska matematického (odstavec 2). Třetí odstavec podává přehled základních matematických pojmů a výsledků (formulovaných v rámci konečně-rozměrných prostorů) užitých v dalším textu. Čtvrtý odstavec je věnován úvodním výsledkům týkajících se charakteru a velikosti množiny rovnovážných stavů vyšetřovaných ekonomických systémů. V dalších dvou odstavcích, založených na práci H. Scarfa (Some examples of global instability of the competitive equilibrium, International Economic Review *1*, 1960, 157—172) a H. Sonnenscheina (Market excess demand functions, Econometrica *40*, 1972, 549—563), autor motivuje nezbytnost studia ekonomických systémů za neklasických předpokladů teorie ekonomické rovnováhy. Sedmý odstavec je věnován formulaci a důkazu Debreuova výsledku (Economies with a finite set of equilibria, Econometrica *38*, 1970, 387—392) o konečnosti množiny rovnovážných stavů. Studium Walrasových korespondencí v případě spojitých a v případě spojitě diferencovatelných poptávkových funkcí je tématem odstavce osmého a devatého. Desátý odstavec se zabývá regulárními systémy, jedenáctý odstavec otázkami stability a počtu rovnovážných stavů a závěrečný odstavec systémy s velkým počtem ekonomických činitelů.

Autor nevyžaduje od čtenáře ani ekonomické znalosti ani základní znalosti topologie, avšak studium práce je mnohem snadnější pro matematicky orientovaného čtenáře než pro ekonoma s povrchním matematickým vzděláním. Práce je přesvědčující ukázkou užitečnosti hlubokých matematických výsledků — i z oblastí matematiky zdánlivě vzdálených přímým aplikacím — pro seriózní studium základních problémů ekonomické teorie.

Milan Vlach, Praha

S. Fučík, J. Nečas, J. Souček, V. Souček: SPECTRAL ANALYSIS OF NONLINEAR OPERATORS, Lecture Notes in Mathematics č. 346, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York a JČSMF, Praha 1974, 287 str.

Autoři se v knize zabývají dvěma zásadními problémy nelineární spektrální analýzy, které byly v posledních letech poměrně uceleně vyřešeny, tj. bylo v nich dosaženo podobných výsledků jako v lineárním případě.

Prvním problémem je otázka řešitelnosti operátorové rovnice

$$\lambda\, T(u) - S(u) = f\,, \tag{1}$$

kde T, S jsou nelineární operátory zobrazující Banachův prostor X do jiného Banachova prostoru Y, λ je reálný parametr.

V případě, že $X = Y$ je Hilbertův prostor, T je identické zobrazení a S je totálně spojitý lineární operátor, platí všeobecně známá Fredholmova alternativa. Autoři dokazují její zobecnění pro případ, kdy operátory $T, S : X \to Y$ jsou nelineární, přičemž operátor T „se chová podobně jako identita" a operátor S je totálně spojitý (kap. 2). Za jistých dodatečných předpokladů o operátorech T a S (např. jsou-li T, S pozitivně a-homogenní s $a > 0$, tj. $T(tu) = t^a\, T(u)$, $S(tu) = t^a\, S(u)$ pro $t > 0$, $u \in X$, a liché, tj. $T(-u) = -T(u)$, $S(-u) = -S(u)$) platí: jestliže λ není vlastním číslem dvojice T, S (tj. jestliže rovnice $\lambda\, T(u) - S(u) = 0$ má pouze triviální řešení), pak pro každé $f \in Y$ existuje řešení rovnice (1). V knize jsou uvedeny různé varianty této Fredholmovy alternativy pro nelineární operátory (např. místo pozitivně a-homogenních operátorů se vyšetřují pouze operátory asymptoticky blízké pozitivně a-homogenním apod.).

Druhým problémem je otázka „počtu" bodů množiny vlastních čísel dvojice nelineárních operátorů T, S. V souvislosti s ní se vyšetřují funkcionály f, g na Banachově prostoru X, které mají Fréchetovy derivace f', g'. Kritickou hladinou funkcionálu g vzhledem k varietě $M_r(f) = \{u \in X; f(u) = r\}$ ($r > 0$ dané číslo) nazveme číslo $\gamma = g(u)$, kde u je takový bod z $M_r(f)$, ke kterému existuje reálné λ tak, že $\lambda f'(u) - g'(u) = 0$. Jsou-li operátory $f' = T$, $g' = S$, které zobrazují prostor X do duálního prostoru X^*, pozitivně α-homogenní, pak lze vlastnosti množiny kritických hladin přenést na množinu vlastních čísel této speciální dvojice T, S. V knize je vysvětlena Ljusternikova-Schnirelmannova teorie, podle které (za jistých předpokladů o funkcionálech f, g) existuje alespoň spočetně mnoho různých kritických hladin funkcionálu g vzhledem k varietě $M_r(f)$ (kap. 3). Dále se na základě jisté verze Morseovy-Sardovy věty pro reálně analytické funkce (kap. 4) ukazuje, že množina kritických hladin je právě posloupnost kladných čísel konvergujících k nule (kap. 5). Odtud tedy plyne, že za jistých předpokladů vlastní čísla dvojice T, S tvoří posloupnost kladných čísel, konvergující k nule. Stejný výsledek autoři dokazují také jinou metodou pro speciální případ obyčejných diferenciálních rovnic druhého a čtvrtého řádu (dodatek V).

Autoři se zároveň zabývají aplikacemi abstraktních výsledků na okrajové úlohy pro nelineární obyčejné i parciální diferenciální rovnice, na integrální rovnice i integrodiferenciální rovnice (dodatky II., III., VI.).

Kniha podává velmi dobrý přehled o nejnovějších výsledcích, metodách i problémech ve zmíněné partii nelineární analýzy, ve které všichni čtyři autoři dosáhli pronikavých výsledků; (značnou část textu tvoří původní výsledky autorů). Přitom je kniha psána přehledně a srozumitelně. Předpokládá se pouze znalost všeobecně známých partií analýzy. Méně běžné partie analýzy, o které se odvození zmíněných výsledků opírá, jsou vysvětleny od základu. Je zde např. podána definice a odvozeny vlastnosti Brouwerova a Lerayova-Schauderova stupně zobrazení (kap. 1), o které se opírá důkaz Fredholmovy alternativy pro nelineární operátory. (Ve výkladu Brouwerova stupně však vznikl poněkud velký logický skok — lemma 2.3.) Jsou zde vyšetřovány reálně analytické funkce i operátory v Banachových prostorech a dokázána pro ně speciální verze Morseovy-Sardovy věty (kap. 4), o kterou se opírá horní odhad počtu vlastních čísel.

Od doby, kdy byla kniha sepsána, bylo dosaženo nových výsledků při řešení některých problémů, které jsou v knize zformulovány jako otevřené (jde zejména o složitou otázku, jaký může být obor hodnot operátoru $\lambda T - S$ v případě, že λ je vlastní číslo). Lze se o nich dočíst i v několika nových článcích, které autoři v poslední době publikovali.

Závěrem je nutno ocenit, s jakou rychlostí JČMF spolu s nakladatelstvím Springer-Verlag tuto knihu vydala.

Milan Kučera, Praha

A. Kolmogoroff: GRUNDBEGRIFFE DER WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG (A. N. Kolmogorov: Základní pojmy počtu pravděpodobnosti). Nakladatelství J. Springer, Berlín-Heidelberg-New York, 1973; 66 stran, cena 18,— DM.

K nejvýznačnějším obdobím ve vývoji každé matematické disciplíny patří bezpcchyby okamžiky, kdy se poprvé formují její pevné teoretické základy, kdy se poprvé konstituuje jako matematická teorie v pravém slova smyslu. Pro teorii pravděpodobnosti, jejíž počátky sahají až do 16. a 17. století, nastal podobný kritický okamžik teprve v první polovině našeho století, kdy pokusy o důkladné fundování této disciplíny byly konečně korunovány plným úspěchem, když A. N. Kolmogorov vydal v r. 1933 své slavné Grundbegriffe. Právem se tento okamžik považuje za přechod od *počtu* pravděpodobnosti k *teorii* pravděpodobnosti.

Je tedy jistě záslužným počinem Springerova nakladatelství, jestliže po 40 letech znovu vydává toto dílo, třetí svazek známé edice „Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete". I dnešní mladá generace odborníků v teorii pravděpodobnosti má tak bezprostřední přístup k významnému dílu.

O vlastním obsahu knížky snad ani není nutné se zde šířit; každý, kdo se jen trochu hlouběji zajímá o teorii pravděpodobnosti, ví, že jsou tu — historicky poprvé — podány ucelené základy axiomatické teorie pravděpodobnosti tak, jak jsou od té doby standardně používány. Místo na intuitivních úvahách starého počtu pravděpodobnosti založil Kolmogorov novou teorii pravděpodobnosti na abstraktní teorii míry a integrálu. Přitom dobře vystihl závažnost specifického pojmu stochastické nezávislosti.

O geniálnosti Kolmogorových idejí svědčí i to, že jsou dodnes (v dobrém slova smyslu) moderní. Nové vydání naprosto není jen aktem pietní úcty k autorovi, ale splní bezpochyby i čistě praktické cíle: knížka má co říci i dnešnímu čtenáři.

František Zítek, Praha

P. Erdös, J. Spencer: PROBABILISTIC METHODS IN COMBINATORICS (Pravděpodobnostní metody v kombinatorice). V koprodukci vydala nakladatelství Akadémiai Kiadó, Budapešť a Academic Press, New York-Londýn, 1974; 106 stran.

V této útlé knížce se její autoři podjali záslužného úkolu shrnout a zpřístupnit příklady uplatnění metody důkazu kombinatorických vzorců a tvrzení založené na využití některých jednoduchých pojmů a vztahů počtu pravděpodobnosti. Obvykle jde o odhad počtu prvků podmnožin dané konečné množiny; místo běžných enumeračních metod zavedeme na základní množině pravděpodobnostní míru — nejčastěji rovnoměrnou, a tedy úměrnou právě počtu prvků — a míru podmnožin pak určujeme z běžných pravděpodobnostních úvah na základě různých experimentů. Speciálním, avšak velmi významným případem jsou pak nekonstruktivní existenční důkazy na základě zřejmého tvrzení, že množina kladné míry nemůže být prázdná.

Různé případy využití podobných metod se již občas vyskytly v některých pracích z kombinatoriky, resp. z teorie grafů. Byly však většinou roztroušeny po časopisecké aj. literatuře a teprve zde jsou poprvé soustavně sebrány a podány v přehledu ne-li vyčerpávajícím, tedy jistě representativním. Zárukou kompetentního přístupu a zpracování problematiky je bezesporu již osobnost prvního z obou autorů, prof. P. Erdöse, který má nejen nemalou zásluhu na rozšíření myšlenky uplatnění teorie pravděpodobnosti v kombinatorice, ale který také osobně přispěl nezanedbatelnou měrou k rozvoji jak kombinatoriky a teorie grafů tak i teorie pravděpodobnosti.

Všimněme si nyní blíže vlastního obsahu knihy. Je rozdělena do 17 kapitol, text je bohatě komentován a opatřen bibliografickými údaji. Na konci většiny kapitol jsou připojena cvičení — vesměs netriviální, některá se týkají dokonce problémů dosud otevřených; za řešení některých z nich je P. Erdös ochoten vyplatit peněžité ceny (v dolarech).

První kapitola má úvodní charakter — na dvou příkladech (odhad maximálního počtu uzlů transitivního podturnaje, který je zaručeně obsažen v turnaji o n uzlech, a důkaz existence turnaje o n uzlech, ve kterém je alespoň $n!\,2^{1-n}$ hamiltonovských cest) předvádějí autoři základní myšlenky pravděpodobnostní metody důkazu. Druhá kapitola zavádí definice a označení potřebná v dalším; třetí pak připomíná základní vlastnosti binomického rozložení pravděpodobností.

V dalších třinácti kapitolách pak autoři postupně probírají jednotlivé případy aplikací pravděpodobnostních metod na různé tématické okruhy jako jsou: dvoubarevné hypergrafy, Ramseyova věta a tvrzení příbuzná Ramseyově a van der Waerdenově větě, turnaje, chromatické číslo, Zarankiewiczův problém, Turánova věta a problematika pokrývání, asymetrické grafy, problém nevyváženosti, náhodné grafy. Poslední, sedmnáctá kapitola má dráždivý název „Kuchyňský odpad" — autoři sem zařadili různé zbytky, které se nehodily jinam a nestály za samostatné kapitoly. Je tu však zformulován i otevřený problém, na jehož řešení je vypsána cena 300 dolarů. (Týká se odhadu maximálního počtu prvků množiny obsahující přirozená čísla ne větší než n a takové, že každá její podmnožina je jednoznačně charakterisována součtem svých prvků.)

Poněvadž vlastní myšlenka využití pravděpodobnosti k důkazům existence a odhadům počtu prvků je v podstatě poměrně jednoduchá a snadno pochopitelná už na základě obou příkladů z první kapitoly a některých doplňujících úvah z kapitoly třetí, mohli se autoři v dalších kapitolách omezit na konkrétní aplikace bez velkých výkladů. Tuto skutečnost musí mít na paměti každý čtenář, který se zajímá jen o určitý vymezený okruh problémů a chce tedy číst jen některé kapitoly: první tři nemůže přeskočit, naopak bude muset se k nim často vracet.

I když autoři nepředpokládají u čtenáře žádné rozsáhlé speciální znalosti z teorie pravděpodobnosti, přece jen k lepšímu pochopení metody velmi pomůže, má-li čtenář alespoň minimální zkušenosti s náhodnými pokusy a s jejich interpretací. Elementárnost formálního aparátu — jde totiž vesměs jen o konečná pravděpodobnostní pole — nezbavuje čtenáře povinnosti dbát o plné pochopení všech kroků postupu, zvláště pak o docenění významu takových základních předpokladů, jako je např. stochastická nezávislost charakterisující prostý náhodný výběr z konečné populace anebo již samotná rovnoměrnost výchozí pravděpodobnostní míry.

Teorie grafů je v naší zemi pěstována ve značném rozsahu a na vysoké úrovni. Erdösova a Spencerova kniha se tedy bezpochyby setká s velkým zájmem. Plně si jej zaslouží. Dá se očekávat, že kniha nejen přispěje k rozšíření zájmu o pravděpodobnostní metody, ale podnítí také samostatnou aktivní práci československých matematiků v této zajímavé oblasti.

František Zítek, Praha

B. T. Smith et al.: MATRIX EIGENSYSTEM ROUTINES — EISPAC GUIDE. Lecture Notes in Computer Science 6, Springer-Verlag 1974, Berlin-Heidelberg-New York. Stran 10 + 387, 15 tabulek, cena 28,— DM.

Kniha je sbírka programů ve Fortranu pro výpočet vlastních čísel a vektorů čtvercových matic. Je však i mnohem více než to. Obsahuje totiž zajímavý a velmi podnětný popis zásad a metod výběru a zřetězení jednotlivých numerických metod, výběru měřítek přesnosti a výpočtu jejich hodnot, a použitých programátorských zásad a obratů.

Především je tu přehled 22 základních řetězců („basic paths") jednotlivých podprogramů pro řešení různých úloh (všechna nebo některá vlastní čísla, žádné, některé nebo všechny vlastní vektory) v různých situacích (obecná nebo speciální, komplexní nebo reálná matice); uvedena je volací posloupnost, požadavky na paměť a orientační časové údaje. Odchylné možnosti a speciální efekty jsou popsány, s cennou byť stručnou matematickou diskusí, v dalších odstavcích. Pak je tu odstavec o tom, jak byly a jsou uvedené rutiny testovány, odstavec o rychlosti rutin a řetězců — uvedeny jsou jednak podrobné tabulky časů, jednak postřehy o metodě měření rychlosti rutin, a odstavec „oficiální", kde je uvedeno, na kterých počítačích se na činnost podprogramů poskytuje „záruka" a kam je třeba si napsat o programy (kam totiž se posílá páska, na kterou zapíší celý soubor podprogramů). — Většinu rozsahu knihy pak zabírá výpis programů ve Fortranu a jejich dokumentace.

Řekl bych, že tuto knihu by si měl přečíst každý, kdo se vůbec zabývá numerickými metodami a zvláště ten, kdo připravuje numerickou metodu jako podprogram pro širší použití. Měla by být vzorem, jak numerické metody na počítači implementovat. Staví si jasnou úlohu: Najít pro 22 základních situací optimální numerický postup; podle mého názoru tuto úlohu také úspěšně řeší. Za výchozí materiál posloužila kniha Wilkinson-Reinsch: Handbook for Automatic Computation, Vol. II, část 2, (Springer-Verlag), kde jsou rutiny zapsány v Algolu. Je dobře si uvědomit, jaký je pro uživatele rozdíl mezi metodou, třeba zapsanou v algoritmickém jazyku, a soustavou podprogramů, předem zoptimalizovanou a vyzkoušenou. Je známo, že zkoušet numerickou metodu na příkladech je ošemetné; recenzovaná kniha dokumentuje podle mého názoru ideální proplutí mezi Scyllou nepodložených velkorysých tvrzení a Charybdou opatrnického vyhýbání se každému výroku, který by mohl někdo vyvrátit. Zvlášť oceňuji, že programy vyzkoušeli na různých počítačích; stručné poznámky k tomu také velice stojí za přečtení.

Autoři sestavili též řídicí program EISPAC (částečně v Assembleru), který na základě sdělených mu požadavků a skutečností již zavolá potřebné podprogramy se správnými parametry a v příslušném pořadí. Myslím, že kdo má co činit se software, ocení pěkný fortranský obrat, jímž je na základě side-efektů funkcí umožněn netradiční, uživatelsky vhodný zápis skutečných parametrů programu EISPAC. Výpis EISPACu samotného pochopitelně chybí, ale z popisu jeho činnosti lze zrekonstruovat jeho strukturu zajímavou a hodnou napodobení.

Celá kniha je inspirací, přístupem i obsahem závislá na NATS (National Activity to Test Software — A coolaborative effort to certify and disseminate mathematical software), nejspíše popsatelném jako zájmové sdružení. Organisaci NATS a její činnosti by se měla věnovat pozornost, a její výsledky studovat, napodobovat, případně se na nich účastnit.

Petr Liebl, Praha

M. Eichler, QUADRATISCHE FORMEN UND ORTHOGONALE GRUPPEN, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974, druhé vydání, XII + 222 stran, cena 66,— DM.

Kniha se zabývá speciálnější partií teorie čísel — teorií kvadratických forem. U čtenáře se předpokládají hlavně znalosti z algebraické teorie čísel a základní znalosti moderní algebry. Teorie kvadratických forem je podána ve velmi moderní formě, věty jsou formulovány co nejobecněji a čtenář je seznamován s nejhlubšími znalostmi a myšlenkami této teorie.

Kvadratickými formami se zabýval již C. F. Gauss, který vypracoval uzavřenou aritmetiku binárních kvadratických forem. Mimořádných výsledků v tomto oboru dosáhli později obzvláště P. Bachmann, H. Hasse, E. Hecke, H. Minkowski, z českých matematiků M. Lerch a v novější době E. Witt a A. Weil. Předložená kniha vysvětluje látku vlastním originálním způsobem.

Studium kvadratických forem je svázáno se studiem metrických prostorů. Přitom *metrickým prostorem* se rozumí vektorový prostor nad polem charakteristiky $\neq 2$, kde je definován součin dvou vektorů (metrika), a uvažují se dále jen konečnorozměrné vektorové prostory. Kvadratické formy jsou právě *„metrické fundamentální formy“* (tj. výrazy tvaru ξ^2, kde ξ je vektor) při všech možných metrikách. *Ortogonální grupou pole* (skalárů) se pak rozumí grupa všech automorfismů vektorového prostoru zachovávajících součin vektorů při dané metrice.

V první kapitole „Algebra metrických prostorů“ jsou studovány především ortogonální grupy a udány základní vlastnosti metrických prostorů.

Druhá kapitola „Metrické prostory a dokonalá diskrétní normovaná tělesa“ pojednává o těchto tělesech a jejich kvadratických rozšířeních. Dále jsou v této kapitole zavedeny důležité pojmy *„mříž“* a *„ideál“* a uvedeny jejich základní vlastnosti. Těmito pojmy se podrobněji zabývá třetí kapitola „Elementární aritmetika metrických prostorů nad algebraickými číselnými tělesy a nad tělesy algebraických funkcí“. Zde se zavádí pojem Spinerova rodu a ukazují některé vztahy k aritmetice Cliffordových algeber.

Čtvrtá kapitola „Vektory a ideály“ obsahuje jako hlavní část pojednání o theta-funkcích, Gaussových součtech a Heckeových operátorech. Tato a pátá kapitola „Vyšší aritmetika metrických prostorů zvláště nad tělesem racionálních čísel“ obsahují nejzávažnější výsledky, rozvíjejí teorii Heckeova operátoru, uvádějí velmi pěkné Siegelovy výsledky a týkají se již nejmodernější vědecké problematiky tohoto okruhu. Pátá kapitola se věnuje otázkám míry a grupám jednotek.

Kniha je doplněna velmi dobře vypracovanými poznámkami týkajícími se literatury k jednotlivým kapitolám.

Ladislav Skula, Brno

Robert R. Singleton, William F. Tyndall: GAMES AND PROGRAMS: MATHEMATICS FOR MODELING (Hry a programy: matematika pro modelování), W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1974, 304 + 12 stran, $ 11.95.

Teorie maticových her a teorie lineárního programování vznikly nezávisle a zpočátku se i nezávisle rozvíjely. Rozpoznání vzájemných souvislostí těchto oborů ke konci čtyřicátých let vedlo k jejich vzájemnému obohacení, dalšímu rozvoji a podstatným zjednodušením. Dnes je možné s úspěchem vykládat základní poznatky teorie maticových her a lineárního programování tak, aby výklad byl srozumitelný každému, kdo má běžné středoškolské znalosti týkající se reálných čísel a řešení soustav lineárních rovnic. Pokud v tomto ohledu ještě existují pochybnosti, kniha R. Singletona a W. Tyndalla je schopna je dokonale rozptýlit.

Vlastní výklad začíná kapitolou věnovanou jednoduchým modelům rozhodovacích situací. Tyto modely vedou přirozenou cestou k pojmu hry v rozvinutém tvaru. Po zavedení základních termínů přecházejí autoři k normálnímu tvaru konečných her dvou osob s nulovým součtem, k němuž se pak vztahuje veškerý další výklad z teorie her. Studuje se pojem řešení hry v čistých strategiích, pojem řešení ve smíšených strategiích a metody řešení speciálních tříd her (hry s maticí typu (2, 2), (2, n), (m, 2), hry s antisymetrickou maticí typu (3, 3)). Potřeba efektivního řešení hry s maticí obecného typu vede ke studiu úloh lineárního programování. Lineárnímu programování je pak věnována další část knihy. Nejprve jsou osvěženy pojmy související s řešením soustav lineárních rovnic a soustav lineárních nerovnic. Důkladně se motivují modely lineárního programování a na základě kombinatorického přístupu je vyložen simplexový algoritmus a rozvinuta teorie duality a její aplikace včetně postupu pro řešení maticových her.

Z čistě matematického hlediska je kniha elementární a není určena ani matematikům ani studentům matematiky. Je určena především studentům společenských věd a nevyžaduje téměř žádné matematické znalosti. Nicméně kniha může být velmi užitečná i studentům matematiky i učitelům matematiky na různých školských stupních a oborech. Autoři totiž pečlivě dbají na důslednou motivaci všech pojmů a postupů. Formulace úloh je většinou ukázkovou matematizací vhodně vybraných a postupně idealizovaných reálných situací. Autorům se daří — a to je na knize mnohem cennější než výklad příslušného množství matematických poznatků — ukazovat cestu od reálné situace k matematickému modelu, k formulaci úlohy v rámci příslušného modelu a přes řešení matematické úlohy k závěrečné interpretaci získaných výsledků a jejich konfrontaci s reálnou situací.

Každou kapitolu, až na jednu, uzavírají pečlivě vybrané příklady a cvičení (celkem je jich 160), jejichž výsledky čtenář nalezne na konci knihy. Značná část těchto cvičení je zaměřena na rozvíjení schopnosti vytváření modelů reálných situací.

Knihu vřele doporučuji všem, kteří mají zájem o netradiční aplikace matematiky a zaručuji jim, že knihu mohou číst s porozuměním bez předchozí matematické průpravy.

Milan Vlach, Praha

5th CONFERENCE ON OPTIMIZATION TECHNIQUES, Part I, II. Edited by R. Conti and A. Ruberti; Lecture Notes in Computer Science 3, 4. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, XIII + 565 a XIII + 389 str., cena 38,— a 28,— DM.

Třetí a čtvrtý svazek nové (stříbrnočervené) série známých springrovských Lecture Notes. Oba svazky obsahují materiály páté konference o optimalizaci IFIP, která se konala 7.—11. května 1973 v Římě. Konference byla věnována optimalizaci a aplikacím na modelování, identifikaci a regulaci velkých systémů. Velký důraz byl položen na nové oblasti aplikací: systémy životního prostředí, socio-ekonomické systémy a biologické systémy.

Do prvního svazku jsou zařazeny příspěvky teoretického charakteru: Modelování a identifikace systémů (10 prací), Systémy s rozdělenými parametry (6 prací), Teorie her (4 práce), Rozpoznávání obrazců (4 práce), Optimální regulace (11 prací), Stochastická regulace (4 práce), Matematické programování (10 prací), Numerické metody (5 prací).

Druhý svazek je věnován příspěvkům o aplikacích: Urbanistické a společenské systémy (8 prací), Počítačové a komunikační obvody (5 prací), Systémy životního prostředí (9 prací), Ekonomické modely (7 prací), Biologické systémy (6 prací).

Štefan Schwabik, Praha

Bröcker T., Jänich K.: EINFÜHRUNG IN DIE DIFFERENTIALTOPOLOGIE, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, 168 str., 14,80 DM.

V knize jsou vyloženy geometrické metody diferenciální topologie. Od čtenáře se vyžadují základní znalosti z analýzy a obecné topologie.

Jsou dokázány věty o vnoření, transverzalitě, je pojednáno o Sardově větě, rozkladech jedničky, dynamických systémech, souvislých sjednoceních, slepování variet s krajem apod. Analýza na varietách, Morseova teorie a algebraická topologie variet nejsou do knihy zahrnuty.

Knihu lze považovat za úvod do diferenciální topologie. Může dobře posloužit všem, kteří potřebují základní informace o metodách a pojmech diferenciální topologie.

Štefan Schwabik, Praha

G. Asser: EINFÜHRUNG IN DIE MATHEMATISCHE LOGIK I, II. B. G. Teubner, Leipzig 1972, 4. vydání, 184 stran, 7 obr., cena 19 M; 190 stran, cena 21 M.

První svazek se zabývá výrokovým počtem, druhý predikátovým počtem prvního řádu. Předpokládá se, že vyjde ještě třetí svazek, který by byl věnován predikátovému počtu vyšších řádů. Zkoumá se pouze klasická logika tj. nikoli směry jako intuicionismus nebo modální logika. Autor nepředpokládá žádné znalosti kromě elementárních pojmů teorie množin a proto se domnívá, že by knihy měly být srozumitelné i pro studenty středních škol. Na konci druhého dílu je připojen dodatek obsahující pojmy teorie množin, které podle autorova názoru přesahují rámec základních pojmů této teorie (hlavně kardinální a ordinální čísla).

V celém výkladu se klade důraz na podrobnost a důkladné vysvětlování i za cenu omezení se na nejzákladnější partie matematické logiky. Autor zavádí mnohá označení, která mu sice usnadňují výklad, ale na druhé straně nejsou obecně používaná a tedy ztěžují možnost číst pouze vybrané partie knihy.

Přestože je probírána i axiomatika, je hlavní důraz kladen na pravdivostní tabulky a sémantické modely. Pro lepší orientaci uveďme některé partie probírané v prvním svazku: definice formule — pravdivostní hodnoty formulí — definice ekvivalence na základě pravdivostních hodnot a její nejdůležitější vlastnosti — věta o normální formě — axiomatika výrokového počtu — pojem důkazu — závislost logických spojek. V druhém svazku jsou probírány např. následující partie: formule predikátového počtu — interpretace v sémantickém modelu — pravidla predikátového počtu odvozená na základě sémantických modelů — věta o normální formě — Löwenheimova-Skolemova věta — obecná definice odvoditelnosti.

Antonín Sochor, Praha