Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 99 (1974), No. 4, 412--418

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117852

RECENSE

T. A. Springer, JORDAN ALGEBRAS AND ALGEBRAIC GROUPS. Ergebnisse d. Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 75. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Str. VII + 169, cena DM 48,—.

Nechť K je algebraicky uzavřené těleso; algebrou A nad K rozumíme vektorový prostor konečné dimense nad K s bilineárním násobením $(a, b) \to ab$ (které nemusí být asociativní) takovým, že existuje jednotkový prvek $e \in A$. Algebra A se nazývá Jordanovou algebrou, jestliže $x(x^2y) = x^2(xy)$ pro všechna $x, y \in A$. Jestliže A je Jordanova algebra, existuje jediné bilineární zobrazení $i : A \to A$ takové, že $i(x)\ x = e$ právě když i je regulární v $x \in A$ a dále (A, i, e) je tzv. J-struktura, tj. jsou splněny následující axiomy: (J1) i je homogenní biracionální zobrazení stupně -1 a $i = i^{-1}$, i je regulární v e a $i(e) = e$; (J2) jestliže $x \in A$ je takový prvek, že i je regulární v x, $e + x$ a $e + i(x)$, pak $i(e + x) + i(e + i(x)) = e$; (J3) orbita $G(e)$ je otevřená v A, kde topologií v A rozumíme Zariskiho topologii (uzavřené množiny jsou algebraické podmnožiny prostoru A) a $G \subset G\,L(A)$ je definována jako (nutně uzavřená podgrupa) πH, kde $\pi : G\,L(A) \times G\,L(A) \to G\,L(A)$ je projekce na první faktor a $H \subset G\,L(A) \times G\,L(A)$ je množina všech dvojic (g, h), pro něž $gi = ih$. Jestliže char $K \neq 2$, potom obráceně každé J-struktuře odpovídá Jordanova algebra výše uvedeným způsobem. Jestliže připouštíme char $K = 2$, nevystačíme již s Jordanovými algebrami, ale musíme přejíti k tzv. kvadratickým Jordanovým algebrám. Taková algebra je trojice (V, P, e), kde V je vektorový prostor konečné dimense nad K, P je kvadratické zobrazení $V \to End(V)$, $0 \neq e \in V$ a platí následující axiomy, kde definujeme $P(x\,y) = P(x + y) - P(x) - P(y)$: (QJ1) $P(e) = e$, $P(x, e)\,y = P(x, y)\,e$; (QJ2) $P(P(x)\,y) = P(x) \,.\, P(y)\,P(x)$; (QJ3) $P(x)\,P(y, z)\,x = P(P(x)\,y, x)\,z$. Nechť $U \subset V$ je množina těch $x \in V$, pro něž $P(x)$ má inverzní prvek; definujme $ix = P(x)^{-1} \,.\, x$. Nechť char $K = 2$ a S je buď J-struktura nebo kvadratická Jordanova algebra; S se nazývá separabilní, jestliže zobrazení $x \to x^2$ má hustý obraz v A. Jestliže nyní char $K = 2$ a (V, P, e) je separabilní kvadratická Jordanova algebra, pak (V, i, e) je J-struktura.

Podprostor $W \subset V$ se nazývá ideálem J-struktury (V, i, e), jestliže pro všechna $w \in W$ je racionální zobrazení $x \to i(x + w) - i(x)$ racionálním zobrazením V do W; J-struktura se nazývá jednoduchá resp. silně jednoduchá, jestliže nemá netriviální ideály resp. jestliže komponenta jednotky G^0 příslušné grupy G operuje ireducibilně na V. Je možno ukázati, že silně jednoduchá J-struktura je jednoduchá, obrácené tvrzení platí v případě char $K \neq 2$. Hlavní část textu knihy je věnována nalezení všech jednoduchých resp. silně jednoduchých J-struktur a příslušných grup G.

Kniha je určena specialistům. Případnému čtenáři doporučuji srovnání s monografiemi Braun-Koecher, Jordan Algebren (Springer 1966) a Jacobson, Structure and Representation of Jordan Algebras (AMS 1968).

Alois Švec, Praha

J. E. Humphreys, INTRODUCTION TO LIE ALGEBRAS AND REPRESENTATION THEORY. Graduate Texts in Mathematics 9. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1972. Str. XIV + 169, cena 34,10 DM.

Knih stejného zaměření je mnoho, recensovaná kniha vyniká přehledností, rozsáhlým množstvím látky na poměrně malé ploše a množstvím zajímavých příkladů. V první kapitole se uvádějí základní poznatky o Lieových algebrách, jediná hlubší dokazovaná věta je Engelova věta; druhá kapitola je věnována podrobnějšímu studiu polojednoduchých algeber, v následující se důkladně (axiomaticky) probírají systémy kořenů. Hlavním obsahem čtvrté kapitoly je důkaz tvrzení o tom, že dvě polojednoduché Lieovy algebry se stejnými systémy kořenů jsou isomorfní, následují věty o konstrukci polojednoduchých algeber. Šestá a sedmá kapitola se zabývá značně hlubokými vlastnostmi konečně-dimensionálních representací polojednoduchých algeber. Z dosud existující literatury o uvedeném tématu je Humphreysovu knihu možno doporučiti na prvém místě.

Alois Švec, Praha

Otto Endler, VALUATION THEORY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Stran XII + 243, cena 25,— DM.

Obvyklý materiál o archimedovských a nearchimedovských ohodnoceních je předložen v úvodní kapitole, druhá kapitola je věnována ohodnocovacím okruhům. Hlavní význam mají však dvě další kapitoly, kde jsou v soustavné formě vyloženy původní nové výsledky o rozšíření ohodnocení. Zhruba se jedná o následující problém. Nechť je dáno algebraické číselné těleso K a $A \neq K$ budiž jeho okruh ohodnocení, tj. takový okruh, že $x \in A$ nebo $x^{-1} \in A$ pro každé nenulové $x \in K$. Nechť v je exponenciální ohodnocení tělesa K, tj. zobrazení $v : K \to \mathcal{R} \cup \{\infty\}$, pro něž: (i) $vx = \infty \Leftrightarrow x = 0$, (ii) $v(xy) = vx + vy$, (iii) $v(x + y) \geqq \min(vx, vy)$. Potom $A_v = \{x \in K; vx \geqq 0\}$ je okruh ohodnocení a $M_v = \{x \in K; vx > 0\}$ je jediný maximální ideál v A_v. Těleso $K_v = A_v \mid M_v$ se nazývá residuové těleso ohodnocení v; obraz vK^* multiplikativní grupy $K^* \subset K$ se značí Γ_v a nazývá se grupou hodnot ohodnocení v. Nechť nyní je dáno ohodnocení v tělesa K, tělesa $L^{(i)} \supset K_v$ a grupy $\Gamma^{(i)} \supset \Gamma_v$; $i = 1, \ldots, n$; ptáme se, existuje-li rozšíření $L \supset K$ a jeho ohodnocení v_i taková, že $v_i \mid_K = v$ a $L^{(i)}$ resp. $\Gamma^{(i)}$ je residuové těleso resp. grupa hodnot ohodnocení v_i. Tento problém byl částečně řešen Hassem v r. 1925 a nejnovější a nejúplnější výsledky pocházejí od Krulla, Ribenboima a autora monografie.

Alois Švec, Praha

M. S. Raghunathan, DISCRETE SUBGROUPS OF LIE GROUPS. Ergebnisse d. Math. und ihrer Grenzgebiete, Bd. 68. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Str. IX + 227, cena 56,— DM.

Nechť G je lokálně kompaktní grupa a H její uzavřená podgrupa. Borelova míra μ na G/H se nazývá invariantní, jestliže $\mu(gE) = \mu(E)$ pro každou měřitelnou množinu $E \subset G/H$ a $g \in G$; diskrétní podgrupa $H \subset G$ se nazývá svazem (lattice), jestliže na G/H existuje konečná invariantní míra. Obsahem monografie je v podstatě studium svazů v Lieových grupách. Teorie svazů v nilpotentních Lieových grupách se opírá hlavně o Malcevovy výsledky; existenční otázka je vyřešena následující větou: V grupě G existuje svaz právě když v příslušné Lieově algebře g existuje base tak, že příslušné konstanty struktury jsou racionální. V řešitelných Lieových grupách je situace složitější, hlavní výsledky byly dosaženy Mostowem. Podgrupa $\Gamma \subset G$ se nazývá polycyklická, jestliže existuje posloupnost $\Gamma = \Gamma_0 \supset \Gamma_1 \supset \ldots \supset \Gamma_k = \{e\}$ podgrup tak, že Γ_i je normální v Γ_{i-1} a Γ_{i-1}/Γ_i je cyklická; Γ je silně polycyklická, jestliže navíc Γ_{i-1}/Γ_i je nekonečně cyklická pro $1 \leqq i \leqq k$. Hlavní věta říká, že svaz v jednoduše souvislé řešitelné Lieově grupě je silně polycyklický a obráceně každá polycyklická grupa Γ připouští normální podgrupu Γ' konečného indexu v Γ, jež je isomorfní se svazem v nějaké jednoduše souvislé řešitelné G. Nejzajímavějším objektem studia jsou ovšem polojednoduché Lieovy grupy. Výsledky nejsou již tak úplné a k jejich získání je zapotřebí složitý aparát, zahrnující např. kohomologickou teorii Lieových algeber.

Kniha vznikla na základě autorových přednášek na Yale University a v Tata Institute v Bombayi v letech 1968—70 a je jednoznačně určena pro specialisty.

Alois Švec, Praha

J. C. Tougeron, IDÉAUX DE FONCTIONS DIFFÉRENTIABLES. Ergebnisse d. Math. und ihrer Grenzgebiete, Bd. 71. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Str. VII + 219, cena 69,— DM.

Hlavním obsahem knihy je v podstatě studium okruhů germů hladkých funkcí v okolí počátku numerického prostoru R^n. B. Malgrange napsal knihu s obdobným zaměřením (Ideals of Differentiable Functions, Oxford Univ. Press 1966; ruský překlad 1968), Tougeronova kniha je však daleko podrobnější a zahrnuje i řadu dalších témat. Po rozsáhlé algebraické přípravě přistupuje autor k Whitneyově větě o prodloužení a k teorii uzavřených ideálů diferencovatelných funkcí. Zhruba druhá polovina knihy obsahuje geometricky „názornější" teorie. Je dokázána Sardova věta o kritických bodech zobrazení a Thomova věta o transversalitě a její zobecnění. Závěr knihy je věnován stabilitě zobrazení.

Knihu nelze doporučiti začátečníkovi. Po prostudování Malgrangeovy knihy se však její čtení stane velmi zajímavou četbou, protože čtenář není již rozptylován velkým množstvím technických detailů.

Alois Švec, Praha

Bertram A. F. Wehrfritz: INFINITE LINEAR GROUPS, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 76, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1973, 229 stran, cena 59,— DM.

Bouřlivý rozvoj teorie grup si vyžádal systematické studium teorie nekonečných lineárních grup. I když základy této teorie byly položeny již v počátcích tohoto století (Burnside, Schur), prudší rozmach nastal zhruba před dvaceti lety. Wehrfritzova kniha je patrně prvním monografickým zpracováním teorie nekonečných lineárních grup. Studium této knihy, která svým obsahem pokrývá značnou část zmíněné teorie až k nejnovějším poznatkům, vyžaduje dosti široké znalosti nejen obecné teorie grup, ale i teorie okruhů a komutativní algebry.

Kniha sestává ze čtrnácti kapitol. V kapitolách 1, 2, 5 a 6 jsou vyloženy základy teorie nekonečných lineárních grup a to v první kapitole z hlediska teorie grup a okruhů a v 5. a 6. kapitole z hlediska geometrického. Kapitola 2 obsahuje některé důležité příklady lineárních grup. Kapitoly 3 a 4 pojednávají o některých speciálních třídách, totiž o řešitelných a konečně generováných grupách. V dalších kapitolách jsou studovány některé speciální vlastnosti, jako Jordanovy rozklady, horní centrální řady, periodické lineární grupy, variety grup, superřešitelné a lokálně superřešitelné lineární grupy, lokalizace. V kapitole 13 je ukázáno, jak lze některé vlastnosti lineárních grup aplikovat na studium vlastností grup automorfizmů modulů nad komutativními okruhy. Kapitola 14 je dodatkem uvádějícím do studia algebraických grup.

Ladislav Bican, Praha

K. B. Athreya, P. E. Ney: BRANCHING PROCESSES. Vydalo nakladatelství Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, jako 196. svazek knižnice Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften v roce 1972. Stran 287. Cena 76 DM.

Kniha Branching Processes navazuje na Harrisovu knihu, vyšlou v roce 1963 v téže Springerově knižnici. Shrnuje výsledky, dosažené v teorii větvicích procesů za posledních deset let, nikoliv však ve směru dalšího zobecňování. Pojednává o klasických procesech a všímá si prohloubení známých výsledků i nových důkazových metod a obsahuje řadu tvrzení, patřících autorům. Je to kniha matematická, pro poučení o konkrétních modelech je čtenář odkázán např. ke knize J. C. Mode: Multitype Branching Processes.

Galton-Watsonův větvicí proces je pěknou ukázkou toho, jak v poměrně jednoduchém pravděpodobnostním modelu lze použitím různých metod matematické analysy odvodit množství zajímavých výsledků. O tomto procesu pojednává první kapitola recenzované knihy, která obsahuje zejména zjemnění limitních vět od doby vydání díla Harrisova. Limitní věty jsou tradičně tří typů. Značí-li Z_n rozsah n-té generace a $m = E\{Z_1 \mid Z_0 = 1\}$, lze typy popsati stručně takto: 1. Subkritický případ ($m < 1$). Vyšetřuje se $\lim P(Z_n = j \mid Z_n > 0)$, (Jaglomova věta). 2. Kritický případ ($m = 1$). Dokazuje se exponenciální tvar $\lim P(Z_n/n > z \mid Z_n > 0)$. 3. Superkritický případ ($m > 1$). Vyšetřuje se $\lim Z_n/m^n$. Na příklad v kritickém případě se v knize předpokládá konečnost EZ_1^2 a nikoliv EZ_1^3. V superkritickém případě přibyla Kestenova-Stigumova nutná a postačující podmínka $EZ_1 \log Z_1 < \infty$ pro existenci netriviální limity. Pozoruhodné je rovněž využívání monotonie podílu $P(Z_n = j \mid Z_0 = 1)/P(Z_n = 1 \mid Z_0 = 1)$ v některých důkazech a určité rozšíření problematiky subkritických procesů na superkritické.

Kapitola druhá, nazvaná Teorie potenciálu, se týká invariantních měr a jejich asymptotiky. Dále obsahuje lokální limitní věty pro kritický a superkritický případ a věty o Greenově funkci. V kapitole o markovských větvicích procesech ve spojitém čase neuvádějí autoři obdoby vět kapitoly 1, ale všímají si spíše specifické problematiky, dané náhodovostí doby existence částice. Pojednávají také o časové transformaci, převádějící větvicí proces na Poissonův a o otázce vložení Galtonova-Watsonova procesu do procesu se spojitým časem. Výklad v kapitole o věkově nehomogenních procesech vychází z integrální rovnice pro vytvořující funkci rozložení rozsahu populace. Z této rovnice jsou odvozeny věty o asymptotickém chování vytvořující funkce a o momentech. V uplynulém desetiletí byly získány zejména limitní věty pro subkritické a kritické věkově nehomogenní procesy a to i v případě, kdy Malthusův parametr neexistuje. V kapitole páté jsou dokázány limitní věty pro procesy s několika typy částic. Klasifikace procesů na tři skupiny je určena velikostí Perronova-Frobeniova charakteristického čísla matice prvých momentů. V poslední kapitole je podán výběr některých zobecnění větvicích procesů: větvicí náhodová procházka a difuse, větvicí procęsy v náhodovém prostředí, procesy se spojitými stavy apod. Ke každé kapitole je připojena řada doplňků a problémů. Čtenář tak může sám ověřit tvrzení, jejichž důkaz by byl zdlouhavý, procvičit se nebo rozřešit dosud otevřený problém. Kniha obsahuje podrobnou bibliografii za léta 1963—1971 a rejstříky.

Autorům se jistě podařilo podati ucelený obraz současného stavu teorie, která v mnoha směrech nabyla již definitivní formu. Monografie bude proto dlouhou dobu základním referenčním dílem o větvicích procesech.

Petr Mandl, Praha

S. MacLane: KATEGORIEN. BEGRIFFSSPRACHE UND MATHEMATISCHE THEORIE. Vydal Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, v roce 1972, 295 stran, cena 34,—DM (Německá verse knihy „Categories. For the working mathematician" vydané týmž nakladatelstvím.)

Čtenář zde dostává do ruky knihu o teorii kategorií napsanou autorem z nejpovolanějších: jedním ze zakladatelů teorie, který se též velmi aktivně podílel a podílí na celém jejím dosavadním vývoji. Je možno ji doporučit matematikům, chtějícím získat přehled o teorii kategorií, i těm, kteří hledají informaci o některých jednotlivostech, a rovněž studentům vyšších ročníků, hledajícím vhodnou učebnici. U dosud vydaných monografií a učebnic teorie kategorií jsme byli často svědky toho, že některé speciální partie (abelovské kategorie, aplikace v homologické algebře) byly preferovány na úkor obecných, v jiných matematických disciplinách aplikovatelných partií. Při celkem omezeném rozsahu recensované knihy, který nedovolil bližší výklad o některých záležitostech (hlavně teorii konkretních kategorií), podařilo se autoru dosáhnout vzácné vyváženosti materiálu. Důraz, kladený na obecné partie důležité v aplikacích (v ostatních matematických disciplínách, ale např. přes teorii automatů též mimo matematiku) jistě dojde náležitého ocenění.

Kniha je rozdělena do deseti kapitol. V kapitole první jsou podány základní definice (kategorie, funktor, přirozená transformace). Druhá kapitola se zabývá některými konstrukcemi (např. kategorie funktorů, komma-kategorie, vytváření volných kategorií). Kapitola třetí uvádí do problematiky limit. Kapitola čtvrtá podává definice a základní fakta o adjungovaných funktorech. V kapitole páté se autor vrací k podrobnějšímu výkladu o limitách, zvláště k jejich vztahům k adjunkci. Šestá kapitola je věnována pojmu monády a monadickým kategoriím (autor razí tyto termíny proti starším, skutečně trochu matoucím: triple, tripleable). Kapitola sedmá pojednává o dodatečných strukturách v kategoriích (monoidální struktura, uzavřenost). Kapitola osmá se zabývá abelovskými kategoriemi, kapitola devátá speciálními limitami, kapitola desátá Kanovými rozšířeními.

Jak je vidět z obsahu, jednou z předností knihy je též to, že přináší mnoho materiálu, který byl dosud k disposici jen v časopisecké formě. Jednotlivé paragrafy (kapitoly jsou dále členěny na paragrafy, jejichž počet kolísá mezi čtyřmi u kapitoly osmé a devíti u kapitol páté a šesté) jsou doplněny řadou vhodně volených cvičení. V závěru kapitol jsou uváděny poznámky o historii probíraných záležitostí a jejich vztahu k jiným teoriím. Nakonec uvedu ještě jednu technickou přednost, kterou ocení zvláště ti kdo hledají rychlé poučení o nějakém detailu: dobrý rejstřík, v němž je možno hledat i podle anglických termínů.

Aleš Pultr, Praha

Albrecht Dold: LECTURES ON ALGEBRAIC TOPOLOGY. Vydal Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, v r. 1972, 377 stran, cena 68,— DM.

Jedná se o učebnici algebraické topologie psanou v moderním duchu, není to však jeden z těch případů, kdy modernost je na úkor srozumitelnosti. Spíše naopak, myslím, že je to jedna z nejpřehledněji napsaných učebnic z tohoto oboru. Jádrem knihy je detailní výklad singulární teorie homologií, se zvláštním zřetelem na obohacování struktury (ko)homologických grup (zavádění různých produktů) a aplikace v teorii variet. Pozornost je však věnována též Čechově teorii homologií.

Kniha je rozdělena do osmi kapitol a dodatku. První dvě kapitoly mají přípravný charakter: Kapitola I seznamuje se základy řeči teorie kategorií, sumarizuje několik nejnutnějších vět a pojmů z teorie abelových grup (věty jsou ovšem i zde podávány s důkazy) a zavádí pojem homotopie. Kapitola II se zabývá teorií homologií algebraických komplexů. Vlastní algebraická topologie začíná v kapitole III. Zde je podána definice singulárních grup a dokázány jejich základní vlastnosti (věta o homotopii, věta o výřezu). Následující IV. kapitola je věnována základním aplikacím na euklidovské prostory (stupeň zobrazení, věta o pevném bodě, Jordanova věta ap.), kapitola V homologické teorii buněčných prostorů, zvláště CW-polyedrů a simpliciálních polyedrů. Kapitola VI obrací pozornost k algebře (tensorový a torsní součin, funktory Hom a Ext, věta o universálních koeficientech ap.). V jejím závěru je dokázána Künnethova formule pro součin prostorů. Kapitoly VII a VIII jsou jakýmsi vyvrcholením knihy. Kapitola VII přináší bohatý materiál o různých homologických a kohomologických součinech (v této širší souvislosti je též dokázána jedna z pro aplikace nejdůležitějších vět teorie homologií, Lefschetzova-Hopfova věta o pevném bodě). Kapitola VIII je pak věnována aplikacím teorie homologií na teorii variet. Na závěr je připojen dodatek o Kanových a Čechových rozšířeních funktorů.

Text obsahuje řadu cvičení. Kromě elementární obecné topologie a nejzákladnějších fakt o abelových grupách nejsou od čtenáře předpokládány žádné předběžné znalosti.

V úvodu autor píše, že kniha vznikla z dvou semestrálních přednášek. Je tím asi míněno, že náplň těchto přednášek inspirovala rozvržení knihy. Bohatství materiálu, který kniha přináší daleko přesahuje možný obsah takového kursu. Domnívám se však, že by se mohla stát dobrým vodítkem pro kursy algebraické topologie na našich universitách.

Aleš Pultr, Praha

Daniel T. Finkbeiner II: ELEMENTS OF LINEAR ALGEBRA, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1972; 268 stran, vázané £ 4,30.

Kniha obsahuje hlavní fakta o vektorových prostorech, lineárních zobrazeních, soustavách lineárních rovnic, maticích a kvadratických formách. Je to metodicky velmi pěkně zpracovaná učebnice. Autor vychází v první kapitole z názoru a shrnuje základní pojmy lineární algebry (vektorový prostor, lineární kombinace, lineární nezávislost, base prostoru, soustavy lineárních rovnic, skalární součin, lineární transformace, maticová algebra, kvadratická forma) pro trojrozměrný Euklidovský prostor. V dalších kapitolách pak tyto pojmy uvádí pro obecnou dimensi, většinou konečnou, a zabývá se podrobněji jejich hlavními vlastnostmi.

Výklad je uspořádán tak, že čtenář, který uvedené pojmy pro trojrozměrný prostor zná, a ten, kdo má dostatečnou schopnost matematické abstrakce, může dlouhou (81 stran) první kapitolu vynechat a začít studovat od druhé kapitoly. Ta je o vektorových prostorech konečné dimense n, většinou nad tělesem reálných čísel. Třetí kapitola je věnována lineárním zobrazením a jejich maticovým representacím. Čtvrtá kapitola se zabývá systémy lineárních rovnic. Zahrnuje Gaussovu eliminaci, výpočet inversní matice, ekvivalenci matic, geometrickou interpretaci soustav rovnic a základní vlastnosti determinantů. V páté kapitole se čtenář seznámí s pojmy podobnost matic, vlastní vektor a vlastní číslo lineárního zobrazení, kvadratická forma.

V některých odstavcích jsou uvedeny aplikace vyložené látky např. ve fyzice, v geometrii, v lineárním programování. Kde to povaha vykládané látky dovoluje, jsou v textu uváděny ilustrující příklady. Za každým odstavcem je řada cvičení, na konci knihy jsou uvedeny správné odpovědi a návody k řešení složitějších cvičení.

Kniha je velice vhodná jako učebnice pro samostatné studium úvodu do lineární algebry. Ti, kdo lineární algebru sami vyučují, najdou v knize množství příkladů pro studenty. Vybrané části knihy by se jistě výborně uplatnily jako podklad výuky lineární algebry např. na některých našich gymnasiích.

Olga Pokorná, Praha

F. Maeda, S. Maeda, THEORY OF SYMMETRIC LATTICES (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 173), Springer-Verlag (Berlin—Heidelberg—New York) 1970, XI + 190, DM 48,—, US \$ 13.20.

Uspořádaný pár prvků a, b svazu L se nazývá modulární pár a značí se $(a, b)\ M$, když $(x \vee a) \wedge b = x \vee (a \wedge b)$ pro všechna $x \leqq b$, $x \in L$. Tento pojem je východiskem pro definici modularity a jejího zobecnění, M-symetrie svazu L: $(a, b)\ M \Rightarrow (b, a)\ M$ pro všechna $a, b \in L$. Duálně se definuje vztah $(a, b)\ M^*$ a M^*-symetrický svaz. Autoři zavádějí další typy symetrie, kososymetrii (cross-symmetry), definovanou požadavkem: $(a, b)\ M \Rightarrow (b, a)\ M^*$ a ve svazech s nulou 0 $\perp$-symetrii, jež znamená M-symetrii pro prvky $a, b \in L$, $a \wedge b = 0$. Je řada svazů, které jsou symetrické podle některé z uvedených definic, ale jež nejsou modulární. Takovým typem svazu je např. svaz uzavřených podprostorů Hilbertova prostoru; na takový typ svazů vede také snaha zobecnit afinní geometrii způsobem obdobným tomu, jak spojitá geometrie zobecňuje geometrii projektivní.

Autoři budují teorii symetrických svazů od samých začátků až po současný stav. Osm kapitol knihy je rozděleno do 38 paragrafů, většina z nich je doprovázena cvičeními. V knize je předloženo 11 neřešených problémů. (Jeden byl vyřešen během přípravy knihy, řešení je uvedeno v dodatku spolu s dalšími problémy.) Kniha vznikla na základě přednášek staršího z autorů, F. Maedy, týkajících se zejména geometrických symetrických svazů, byla po jeho smrti doplněna druhým autorem (synem) a představuje propracovaný text univerzitního kurzu, předneseného r. 1967/8 na University of Massachusetts.

Kapitoly I (*Symetrické svazy a základní vlastnosti svazů*) a II (*Atomistické svazy a vlastnosti pokrytí*) obsahují základní pojmy, uvedené na začátku této recenze a další jako semi-ortogonalita, Wilcoxův svaz (= Reesův faktor komplementárního modulárního svazu), atomický svaz (každý prvek majorizuje atom), atomistický svaz (každý prvek je suprémem atomů), perspektivita a projektivita, dimenze v atomistickém svazu a matroidní svaz. Obě kapitoly pojednávají o geometrických svazech, tedy o problematice, kterou poskytuje afinní geometrie. Kapitola III se zabývá matroidními svazy, jejich modularitou a jejich vztahem k projektivním prostorům. Tato kapitola stejně jako následující dvě (IV — *Rovnoběžnost v symetrických svazech*, V — *Nebodová rovnoběžnost v symetrických svazech*) buduje teorii Wilcoxových svazů, jejichž definice (vynětí vlastního ideálu z komplementárního modulárního svazu a dodání nuly) je obdobou konstrukce afinního prostoru z projektivního (vynětím nadroviny).

Kapitoly VI (*Atomistické symetrické svazy s dualitou*) a VII (*Atomistické svazy podprostorů vektorových prostorů*) diskutují symetrické svazy pocházející z funkcionální analýzy. Je dokázán geometrický tvar Hahnovy-Banachovy věty, odvozena Mackeyova charakteristika modularity páru uzavřených podprostorů (Hausdorffova) topologického vektorového prostoru, studován svaz uzavřených podporostorů Fréchetova prostoru a uzavřených podporstorů normovaného lineárního prostoru. Mezi svazy studované v poslední kapitole (VIII — *Ortomodulární symetrické svazy*) patří svazy projekčních operátorů von Neumannových algeber.

František Šik, Brno

M. Hakim: TOPOS ANNELÉS ET SCHÉMAS RELATIFS. Ergebnisse d. Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 64. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Stran VI + + 160, cena DM 48.—.

Práce je určena striktně odborníkům v algebraické geometrii. Navazuje na Grothendieckovy myšlenky (viz Séminaire Cartan 1960/61, exposés 7—17) a rozvíjí pojem systému schemat, parametrisovaných okruhovým prostorem.

Alois Švec, Praha

Felix Klein: GESAMMELTE MATHEMATISCHE ABHANDLUNGEN, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973, XXX + 2136 stran, 210,— DM.

Toto vydání sebraných prací Felixe Kleina je přetiskem souboru tištěného v letech 1921—1923. Práce jsou rozděleny do 3 svazků, z nichž každý má okolo 700 stran. Svazky jsou rozděleny na části, které obsahují tematicky příbuzné práce. Připomeneme výčet jednotlivých částí. První svazek je rozdělen na části nazvané Lineární geometrie, Základy geometrie, Erlangenský program, druhý svazek na části Názorná geometrie, Grupy substitucí a teorie rovnic, Matematická fyzika a konečně třetí svazek je tvořen částmi nazvanými Eliptické funkce (včetně teorie čísel), Hyperelip-tické a Abelovy funkce. Dodatek ke třetí části obsahuje též přehled pedagogické činnosti Felixe Kleina a seznam publikací, na jejichž vydání se podílel.

Milan Štědrý, Praha