Časopis pro pěstování matematiky

Recense

*Časopis pro pěstování matematiky*, Vol. 91 (1966), No. 3, 359--366

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117561

# RECENSE

*Vl. Knichal, A. Bašta, M. Pišl, K. Rektorys,* MATEMATIKA I., SNTL-SVTL, Praha 1965, strán 544, obrázkov 258, cena 48,50 Kčs.

Recenzovaná kniha je prvým dielom štvordielnej vysokoškolskej učebnice matematiky pre vysoké školy technického smeru. Je v nej zahrnutá látka, ktorá se preberie asi v prvom semestri na vysokých školách technických. Je rozdelená na 11 kapitol.

V úvode knihy poukazujú autori na to, že riešenie technických problémov má obyčajne tri fázy a to: 1. matematickú formuláciu technického problému, 2. matematické riešenie takto formulovanej úlohy a 3. rozbor výsledku. O týchto fázach sa v úvode potom krátko pojednáva.

Prvá kapitola je venovaná matematickej logike a obsahuje niektoré základné pojmy z matematickej logiky. Vysvetľujú sa tu pojmy: axióma, definícia, veta, implikácia, obrátená veta k danej vete, ekvivalencia výrokov, negácia výroku a dôkaz. Preberajú sa pri tom priame a nepriame dôkazy a dôkaz úplnou indukciou.

Druhá kapitola začína pojmom množiny a základnými operáciami s množinami. Pokračuje výkladom o reálnych číslach, pričom sa uvádzajú niektoré axiómy racionálnych čísel. Na presné vybudovanie teórie reálnych čísel odkazujú autori čitateľa na iné knihy. Za tým nasledujú definície intervalov a niekoľko článkov, ktoré pojednávajú o nerovnostiach, o lineárnych a kvadratických nerovnostiach s jednou neznámou a o sústave lineárnych nerovností s jednou neznámou. Potom nasleduje článok týkajúci sa definície a vlastností absolútnej hodnoty reálnych čísel. Koniec kapitoly je venovaný komplexným číslam a to ich definícii, definícii modulu komplexného čísla, geometrickému znázorňovaniu komplexných čísel, goniometrickému tvaru komplexných čísel, geometrickej interpretácii operácií s komplexnými číslami a umocňovaniu a odmocňovaniu komplexných čísel.

Tretia kapitola je venovaná otázkam lineárnej algebry. V úvodnom článku sa naznačuje problematika celej tejto kapitoly. V druhom a treťom článku pojednáva sa o vektoroch a o ich lineárnej závislosti a nezávislosti. Štvrtý článok obsahuje výklad o maticiach a výsledkov tohto článku využíva sa v ďalšom článku, ktorý sa týka riešenia sústavy lineárnych rovníc. Je tu uvedená Gaussova eliminačná metóda a Frobeniova veta. Po tomto článku nasledujú determinanty. K ich zavedeniu používa sa pojem permutácie a inverzie u permutácie. V ďalšom článku sú uvedené vlastnosti determinantov. Nasleduje článok o použití determinantov pri riešení sústavy lineárnych rovníc a Cramerovo pravidlo. Na to naväzuje pojednanie o homogenných sústavách lineárnych rovníc a o ich riešeniach. Kapitola končí základnými pojmami z maticového počtu.

Štvrtá kapitola s názvom „Analytická geometria v rovine" začína výkladom pravouhlého súradnicového systému v rovine. V treťom článku na začiatku sa dokazuje veta o invariantnosti rozdielu $x$-ových a $y$-ových súradnic dvoch bodov v rovine voči posunutiu pravouhlého súradnicového systému. Tejto vety sa potom častejšie používa. V tomto článku sa ďalej nachádza vzorec pre vzdialenosť dvoch bodov v rovine, definícia uhlu a smeru v rovine, definícia smerového uhlu priamky, vzorec pre smernicu priamky danej dvoma bodmi a tangensu uhlu dvoch priamok. Nasledujúci článok je venovaný analytickému vyjadreniu priamky. Sú tu rôzne druhy rovníc priamky a ukazujú sa spôsoby, ako prejsť z jedného vyjadrenia priamky do druhého. Piaty článok sa týká vzdialenosti bodu od priamky. Články o priamke končia článkom o vzájomnej polohe dvoch priamok a sväzkom priamok. Potom nasledujú články o kužeľosečkách. Najprv sa preberá kružnica a jej rovnica a vzájomná poloha kružnice a priamky. Potom nasleduje článok o elipse, článok o hyperbole a článok o parabole. V týchto článkoch sa nachádza odvodenie ich stredových a osových rovníc. Súčasne sa v tých článkoch vyšetruje vzájomný vzťah priamky a kužeľosečky. Po týchto článkoch nasleduje pojednanie o transformácii súradníc a článok o polárnych súradniciach. Pri polárnych súradniciach preberajú sa niektoré krivky, ktorých rovnice majú v polárnych súradniciach veľmi jednoduchý tvar a rovnice kužeľosečiek pri špeciálnej polohe v polárnych súradniciach. V predposlednom článku kapitoly ukazuje sa ako pomocou transformácií môžeme zistiť, aký geometrický útvar predstavuje kvadratická rovnica v dvoch premenných. V článku o geometrických miestach preberajú sa niektoré dôležité krivky.

Po kapitole o analytickej geometrii začína kapitolou o postupnostiach matematická analýza. Najprv sa vysvetľuje pojem postupnosti, ohraničenej postupnosti, monotónnej postupnosti. Na príklade postupnosti $\{n/(n+1)\}$ prichádza sa k pojmu limity postupnosti, na ktorý nadväzuje presná definícia pojmu limity postupnosti. V článku o limite postupnosti sú obsažené základné vety o limite postupnosti. V nasledujúcom článku sú vety o limite postupností, ktoré súvisia s usporiadaním reálnych čísel. Po článku pojednávajúcom o nevlastnej limite postupnosti je zaradený článok o vetách týkajúcich sa limít postupností vzhľadom na operácie s reálnymi číslami. Za tým nasleduje pojednanie o konvergencii monotónnych postupností. V súvislosti s tým definuje sa číslo $e$, pričom sa predtým dokazuje existencia limity postupnosti $\{(1 + 1/n)^n\}$. Okrem toho opisuje sa tu metóda, ktorá pomocou pojmu limity postupnosti umožňuje nám definovať mocniny s iracionálnym exponentom. Kapitola končí výkladom Ritzovej iteračnej metódy a Gaussovej-Seidelovej metódy na riešenie sústavy lineárnych rovníc. Tvrdenia o konvergencii takto získaných postupností sa vyslovujú bez dôkazov a autori odkazujú čitateľa v tejto súvislosti na citovanú literatúru.

Šiesta kapitola je venovaná pojednaniu o funkci jednej premennej. Začína sa úvodným článkom a pokračuje definíciou funkcie, spôsobmi zadania funkcie a s operáciami s funkciami. Tretí článok obsahuje niektoré jednoduché funkcie a ich grafy. V štvrtom článku sa preberajú niektoré typy funkcií, ako sú párne a nepárne funkcie, periodické funkcie, monotónne a ohraničené funkcie. Pojmu složená funkcia je zasvätený nasledujúci článok. Šiesty článok sa týka pojmu jedno-jednoznačnej funkcie a s tým súvisiaceho pojmu inverznej funkcie. Po týchto článkoch preberajú sa v jednotlivých článkoch goniometrické, cyklometrické, exponenciálne, mocninné a logaritmické funkcie. Posledný článok obsahuje pojem elementárnej funkcie a pojmy algebraickej a transcendentnej funkcie.

Siedma kapitola je vyhradená otázke spojitosti funkcie. V jej prvom článku je pojem okolia bodu, prírastku argumentu a prírastku funkcie. Druhý článok obsahuje definíciu spojitosti funkcie v bode a spojitosti funkcie na otvorenom intervale. Pojem spojitosti funkcie v čísle je sprevádzaný geometrickým výkladom vlastnosti spojitosti funkcie v čísle. Tretí a štvrtý článok obsahuje vety o spojitosti súčtu, rozdielu, súčinu a podielu dvoch funkcií a spojitosti složenej funkcie. Potom sa autori venujú výkladu spojitosti zprava a zľava. Šiesty článok pojednáva o spojitých funkciách na uzavretom intervale a obsahuje Weierstrassovu vetu o maxime a minime funkcie spojitej na uzavretom intervale, Bolzanovo-Weierstrassovu medzihodnotovú vetu, ich dôsledky a vetu o rovnomernej spojitosti funkcie spojitej na uzavretom intervale. V poslednom článku kapitoly dokazuje sa spojitosť inverznej funkcie, ak pôvodná funkcia je rýdzomonotónna a spojitá na intervale.

Nasledujúca kapitola o limite funkcie začína definíciou limity funkcie v čísle a vzťahom medzi spojitosťou a limitou funkcie a pokračuje druhým článkom o jednostranných limitách funkcie. Tu sa definujú body nespojitosti prvého druhu a druhého druhu a funkcia po čiastkach spojitá na intervale. V treťom článku sú vety o limite súčtu, rozdielu, súčinu a podielu dvoch funkcií a o limite složenej funkcie. Štvrtý článok je venovaný definícii nevlastnej limity funkcie a limity a nevlastnej limity funkcie v nevlastných bodoch. V tomto článku sú vypočítané aj niektoré limity, ktoré sa budú neskôr používať. V poslednom piatom článku sú vety o nevlastných limitách.

Deviata kapitola o derivácii funkcie začína článkom, kde na príklade priamočiareho pohybu hmotného bodu a na úvahe o dotyčnici krivky sa ukazuje na význam, aký má limita $\lim\limits_{\Delta x \to 0} (f(x + \Delta x) - f(x))/\Delta x$. Takto prechádzajú autori k definícii derivácie funkcie. Súčasne sa zavádza pojem nevlastnej derivácie a derivácie zprava a zľava. V druhom článku odvodzujú sa vzorce pre deriváciu konštanty, funkcie $x^n$, kde $n$ je prirodzené číslo a funkcií $\sin x$, $\cos x$, $e^x$ a $\ln x$. Potom nasleduje článok o vetách o derivácii súčtu, rozdielu, súčinu a podielu dvoch funkcií, ako aj veta o spojitosti funkcie v čísle, v ktorom má deriváciu. Pri tom sa odvodzujú vzorce pre deriváciu $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$ a $x^{-n}$, kde $n$ je prirodzené číslo. V štvrtom článku je veta o derivovaní inverzných funkcií. Jej sa používa potom k odvodeniu vzorcov pre deriváciu $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$ a $\operatorname{arccotg} x$. Piaty článok obsahuje vetu o derivácii zloženej funkcie s rôznymi príkladmi, medzi iným s príkladmi derivácie funkcií $x^\alpha$ a $a^x$. V šiestom článku sú definície derivácií vyšších rádov a fyzikálny význam derivácie druhého rádu. Kapitola končí článkom o diferenciálu funkcie, v ktorom sa poukazuje aj na význam diferenciálu a krátkym článkom, ktorý obsahuje tabuľku derivácií základných elementárnych funkcií.

Za deviatou kapitolou nasleduje najdlhšia kapitola pojednávajúca o aplikáciach diferenciálneho počtu. Začína vetami o strednej hodnote, najprv Rolleovou vetou, potom Lagrangeovou vetou a nakoniec Cauchyho vetou. Autori dávajú aj geometrický výklad týchto viet. Sú tu uvedené niektoré dôsledky týchto viet, ako napr.: funkcia, ktorej derivácia na nejakom otvorenom intervale je 0, je na ňom konštanta; ďalej vety týkajúce sa vzťahu monotónnie a derivácie. Cauchyho vety o strednej hodnote používa sa v štvrtom článku pri odvodzovaní l'Hospitalovho pravidla. Tento článok pojednáva o všetkých prípadoch neurčitých výrazov. Piaty článok je aplikácia diferenciálneho počtu na extrémy funkcie. Sú tu uvádzané vety týkajúce sa lokálnych extrémov funkcií. Najprv sa formulujú tieto podmienky len použitím prvej derivácie a až v druhej časti sa nachádzajú podmienky, ktoré používajú aj druhú deriváciu funkcie. Tretia časť článku obsahuje hľadanie extrémov funkcie na intervale a niektoré slovné úlohy týkajúce sa extrémov funkcie. V šiestom článku pojednáva sa o konvexnosti, konkávnosti a inflexných bodoch funkcie na základe druhej derivácie a vyšších derivácií. Potom nasleduje článok o asymptotách funkcií. V ďalšom článku je vyšetrovanie grafu funkcií. Po článku o hyperbolických funkciách nasleduje článok o Taylorovej vete a jej použití. V ňom sa najprv zavádza pojem nekonečne malej a nekonečne veľkej funkcie v čísle, ďalej rád nekonečne malých veličín a symbol malé $o$. V druhej časti tohto článku je Taylorov vzorec a jeho použitie na niektoré funkcie. Kapitola končí článkom o približnom riešení rovníc, kde sa preberá metóda regula falsi a Newtonova metóda. Pritom je udaný aj výpočet chyby pri týchto metódach.

Posledná kapitola sa týká rovinných kriviek. V prvom článku sa jedná o parametrické rovnice kriviek a ako príklad sa preberajú cykloidy. V druhom článku je definícia hladkej krivky a okrem toho sa preberajú kardioida a asteroida. Tretí článok je venovaný otázke dotýčnice a normály krivky danej buď parametricky alebo pomocou polárnych súradníc. Posledný článok pojednáva o styku kriviek a o oskulačnej kružnici.

V úvode autori píšu, že napísať učebnicu matematiky pre technikov nie je úloha ľahká a sú rôzne názory na to, z akých hľadísk ju možno písať. Autori vykladajú látku veľmi podrobne a zrozumiteľne a ilustrujú ju na príkladoch. Hľadiská na spracovanie látky sú dobre volené. Pred definíciou dôležitých pojmov je úvodný výklad, ktorý má čitateľovi umožniť správne pochopiť tento pojem. Niektoré dôkazy autori vynechávajú a na niektorých miestach upúšťajú od podrobností. V takýchto prípadoch odkazujú čitateľa na literatúru. Na konci každej kapitoly je zhrnutie, ktoré podáva krátky prehľad látky, o ktorej sa v kapitole pojednáva a ďalej článok „Otázky a cvičenia", kde sú príklady na riešenie. Týchto príkladov je ovšem pomerne málo. Je tomu tak možno preto, že sa snaď k tejto učebnici chystá nejaká zbierka úloh; čo by bolo veľmi užitočné. Autori si dosť všímajú otázok približných metód na riešenie rovníc.

V knihe sa vyskytuje pomerne málo chýb a vznikli buď prepisom alebo pri sádzaní knihy. Uvediem tu tie chyby, na ktoré som pri čítaní prišiel. V $27^3$ príde $B \subset A$ miesto $B \cup A$; v $27^5$ zas $B \subset A$ miesto $B \supset A$; na str. 40 sú obrázky 2.17 a 2.18 navzájom vymenené; na str. 56 vo vete 1 má byť $z \neq 0$ a nie $\zeta \neq 0$; v $145_3$ príde $k = -a/b$ miesto $k = -b/a$; v $183^3$ príde $\sqrt{[(x - p/2)^2 + y^2]}$ miesto $\sqrt{(x - p/2)^2 + y^2}$; v $242_1$ príde $G - \varepsilon < a_n \leqq G$ miesto $G - \varepsilon < a_n < G$; v $245^3$ príde $(1 + 1/n)^n$ miesto $(1 \neq 1/n)^n$; v príklade 2 na str. 454 príde $f(x) = (x^2 + 2x + 5)/(3x + 4)$ miesto $f(x) = (x^2 + 2x + 5)/(3x^2 + 4)$; vo vete 1 na str. 520 príde $I_1 \subset I$ miesto $I_1 \in I$ a v odmocnine v $527_4$ príde $y_0'^2$ miesto $y_0$.

Tvrdenie v poznámke 7 na str. 230 nemožno považovať za obrátenú vetu k vete 4 v zmysle definície obrátenej vety zo str. 19. Ani tvrdenie, že obrátená veta k vete 4 neplatí, nie je správne. Zrejme totiž platí: Postupnosť $\{a_n\}$ je konvergentná vtedy a len vtedy, keď každá postupnosť z nej vybraná je konvergentná. Autori mali asi niečo iného na mysli, než vyjadrili v poznámke 7. Chceli totiž povedať, že z konvergencie nejakej vybranej postupnosti nevyplýva ešte konvergencia pôvodnej postupnosti.

Ešte by som chcel v súvislosti s recenziou tejto knihy upozorniť na dva problémy. Prvý sa týka otázky, či je správne, že autori obchádzajú definíciu reálnych čísel a odkazujú čitateľa na tri knihy. Reálne čísla predsa tvoria základný pojem matematickej analýzy a s ich definíciou sa čitateľ nestretne ani v rámci stredoškolského štúdia, ani pri čítaní tejto učebnice. Myslím, že axiomatika množiny reálnych čísel nie je taká ťažká, aby sa nemohla v učebnici takéhoto typu uviesť. V tejto súvislosti by bolo bývalo aspoň dobré, keby boli autori poznamenali, že budú sa pridržiavať definície reálnych čísel tak, ako je ona uvedená v nimi citovaných knihách. Autori to zrejme mlčky robia. Pri tejto definícii reálnych čísel sa veta o supremu javí totiž ako veta. Pri inej definícii reálnych čísel môže byť veta o supremu jednou z axiómov. Neuvedenie vlastností množiny reálnych čísel má tiež napr. za následok, že na str. 29 v príklade 2 sa ukazuje, že číslo $3 - a$, kde $a > 0$, nie je horným ohraničením množiny $M$ len pre špeciálny prípad $a = 0{,}01$, ale tvrdenie je vyslovené obecne. Z Archimedovej vlastnosti množiny reálnych čísel by toto tvrdenie pre každé $a > 0$ ľahko vyplývalo. Druhý problém sa týka toho, či vety 2 a 3 na str. 30 a 31 nie sú priskoro. Autori ich uvádzajú bez dôkazu s tým, že ich možno dokázať pomocou vety 1 (vety o supreme). Je pravda, že k ich dôkazu môžeme použiť vetu 1, ale okrem toho treba ešte použiť napr. spojitosť funkcie $x^n$. K dôkazu vety 3 dávajú autori v cvičení 5 na str. 58 návod. Ale na základe toho návodu dokáže čitateľ len toľko, že existuje také číslo $b$, že pre $0 \leqq x < b$ platí $x^2 < a$ a pre $b < x$ platí $a \leqq x^2$. Čitateľ musí ovšem dokázať viac; totiž, že platí $\sup \{x^2 : 0 \leqq x < b\} = a$ a $\inf \{x^2 : b < x\} = a$.

Na koniec možno konštatovať, že recenzovaná kniha dobre spĺňa svoj účel a myslím, že mnohým poslucháčom vysokých škôl technických bude veľmi dobre slúžiť pri štúdiu matematiky. Obrázky v knihe Matematika I sú veľmi starostlivo urobené a budú uľahčovať čitateľovi pochopenie vykladanej látky. Svoju recenziu končím poznámkou, že je škodou, že tak hodnotná knižka má farebne málo výraznú väzbu.

*Ladislav Mišík*, Bratislava

*J. P. Leonov, S. J. Rajevskij, N. S. Rajbman:* NA POMOC AUTOMATIZACI. (O použití statistické dynamiky v automatizaci), SNTL Praha 1965 — knižnice automatizace, 105 stran, cena Kčs 5,50.

Cílem této nevelké knížky je seznámit poměrně široký okruh lidí — inženýry a technické pracovníky v automatizaci a hromadné výrobě — s aplikacemi statistických metod a metod teorie pravděpodobnosti v automatickém řízení a v hromadné výrobě. U čtenářů autoři nepředpokládají bližší znalosti z teorie pravděpodobnosti a v první kapitole definují základní pojmy, jako např.

náhodný jev, pravděpodobnost, podmíněnou pravděpodobnost, náhodnou veličinu, náhodný proces atd. Druhá kapitola pojednává o optimálních řídicích obvodech lineárních i obecných. Třetí kapitola je věnována statistickému popisu vzájemných vztahů a hledání vhodných matematických modelů vyjadřujících tyto vztahy. Čtvrtá kapitola pojednává o statistických metodách v automatické regulaci a o nejnovějších principech regulace. Pátá a šestá kapitola jsou věnovány statistickým charakteristikám výrobních procesů a automatických výrobních linek. V závěru je uvedena tabulka hustoty pravděpodobnosti normovaného normálního rozložení.

V souvislosti se snahami o rozvoj našeho národního hospodářství, o zvědečtění jeho řízení a se snahami o prosazování automatizace ve výrobní sféře se zdá, že uvedená publikace zasahuje do oblasti v současné době velmi aktuální. Publikace podobného zaměření by bylo třeba v ediční činnosti SNTL jen vítat. Aktuálnost a potřebnost by měla být v souladu se skutečnými hodnotami díla, jenže v případě uvedené knihy nemůžeme být příliš potěšeni. Hloubavější čtenář, který není blíže seznámen s problematikou, bude pravděpodobně zaražen svou neschopností pochopit a zvládnout rozebíranou tématiku a dojde (možná zcela nesprávně) k závěru, že to je „věda" nad jeho síly. Skutečná příčina však tkví v množství nejasností a nepřesností, které v recensované knížce nalezneme. Není možné zde rozebírat všechny detaily — omezme se jen na několik příkladů.

Základní pojmy teorie pravděpodobnosti jsou definovány velmi mlhavě, neučitě nebo dokonce definice chybí. Velmi nejasná je definice náhodného jevu na str. 9 říkající, že „v podstatě náhodných jevů není přesně určených zákonitostí". Což statistické zákonitosti „nejsou přesně určeny", jsou nepřesné? Pojem pravděpodobnosti je definován na straně 10 zcela mylně. Autoři vycházejí z frekvenčního von Misesova pojetí pravděpodobnosti, mylně však slučují relativní četnost jevu s jeho pravděpodobností (viz vzorec (1) a (4)). (Autoři uvažují výrobu určité součásti. Nechť $N$ je celkový počet uvažovaných součástí, $n_1$ je počet součástí s odchylkou větší než předepsaná mez a $P = n_1/N$. Uvažujeme-li i jiné partie o $N$ výrobcích a nezmění-li se podmínky výroby potom „číslo $P$ má ... důležitou vlastnost — stabilitu a může být objektivní charakteristikou celého procesu výroby součásti ... a nazývá se pravděpodobnost výskytu daného znaku". Základní omyl zde vznikl, jelikož nebyl přesně vymezen náhodný jev, jehož pravděpodobnost se definuje. Pokud jde o zkoumání pouze jedné partie o $N$ výrobcích, potom opravdu $n_1/N$ je klasickou definicí pravděpodobnosti výskytu výrobku s velkou odchylkou v dané partii. Pokud však autoři mají na mysli definici pravděpodobnosti výskytu zmetků v celém procesu, jde o omyl.) Pojem podmíněné pravděpodobnosti na str. 12 vzorce (4), (5), (6) je definován chybně — zdá se však, že zde jde pouze o tiskové chyby. Pro upřesnění a snazší pochopení by bylo třeba vzorce (5) a (6) uvést ve formě

$$P_2^{(1)} = \frac{n_2^{(1)}}{n_1} \tag{5}$$

$$P_{1,2} = \frac{n_2^{(1)}}{N} = \frac{n_2^{(1)}}{n^1} \cdot \frac{n_1}{N} = P_2^{(1)} \cdot P_1 \tag{6}$$

Velmi nejasně je na str. 13 definována náhodná veličina. „Hodnota náhodné veličiny na rozdíl od veličiny, která není náhodná, není přesně určena". Znamená to snad, že při realizaci náhodné veličiny nevíme „přesně" jakou hodnotu nabyla a v tom je její náhodnost? Jako v případě pojmu náhodného jevu a v řadě dalších případů jde zde o nepřesné, nejasné a neúplné formulace. V uvedené větě by stačilo položit slůvko „předem" na třetí místo od konce, stejně jako by stačilo v definici střední hodnoty na str. 14 dodat slůvko „právě" ve větě „Uvažujme náhodnou veličinu, která může nabýt při realizaci (právě) jedné z konečně mnoha hodnot $x_1, \ldots, x_n$." Jinak je definice střední hodnoty nesmyslná a špatná — může jít třeba o spojitou náhodnou veličinu nabývající všech reálných čísel a tedy i hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Podobné výtky není možné brát za puntičkářství — vždyť slovo „právě" je jedno z nejsilnějších a nejdůležitějších slov dnešní matematiky. Dále je třeba podotknout, že definice střední hodnoty náhodného procesu na str. 15 je nepřesná. V případě stacionárních ergodických procesů je v pořádku, v případě pouhých stacionárních procesů však poměr $m_N = (a_1 + a_2 + \ldots + a_N)/N$ nekonverguje k jedinému číslu, ale k podmíněné střední hodnotě vzhledem k $\sigma$-algebře invariantních podmnožin vzhledem k transformaci prostoru, která je fakticky měřitelnou funkcí vzhledem k této $\sigma$-algebře. Ve vzorci (14) na téže straně jde zřejmě o chybu tisku a má být správně $t \to 0$. Na str. 16 se mluví o rozptylu náhodného procesu, definuje se však jen rozptyl náhodné veličiny. Jednoduchý vzorec pro koeficient korelace chybí, i když se o něm mluví. Na str. 22 se praví, že intenzita poruchy je charakterisována číslem $\sigma_N^2$, aniž se objasní, co to vlastně $\sigma_N^2$ je. Mnohým čtenářům asi nebude jasný symbol $R \gg 1$ na téže straně a bylo by snad dobré říci, že neznamená nic víc, než že $R$ je „mnohem" větší než 1. Formální matematický aparát je nejbohatěji rozvinut na str. 34—35 v příkladě z mechaniky — tedy v příkladě vzdáleně ilustrativním, ale v problematice samotných stochastických procesů a teorie pravděpodobnosti není formální matematický aparát téměř vůbec využit (vzorce, odvozování, dokazování atd.) — dokonce není ani uveden vzorec pro korelační koeficient (pro přílišnou složitost?). Jeden ze základních a nejdůležitějších pojmů regulace — pojem zpětné vazby — je nedostatečně osvětlen a rozebrán (viz str. 21a str. 46 druhý odstavec). Úvahy na str. 56 ve třetím odstavci platí jedině za předpokladu nezávislosti činitelů. Mnohokrát se hovoří o Gaussově zákonu, nikde však není jasně řečeno, oč jde (viz str. 55, 61 a str. 75). Na str. 75 se dokonce hustotě normálního rozložení říká „teoretická četnost"! Na str. 77—80 jsou uváděny testy dobré shody, aniž je vysvětleno, co je vlastně rozumět pod pojmem statistického testu; nicméně testy jsou prováděny do číselných detailů. Velkým nedostatkem knihy je naprostá neujasněnost v předpokladech, kladených na čtenářovy znalosti. V první kapitole se autoři snaží vysvětlit nejzákladnější a nejjednodušší pojmy: pojem pravděpodobnosti, střední hodnoty, rozptylu atd. U čtenáře se tedy nepředpokládají ani nejzákladnější znalosti. Avšak *téměř ani jeden ze složitějších pojmů není definován, zaveden ani objasněn.* Uveďme některé příklady: str. 10 třetí odstavec shora pojem nezávislosti; str. 36 šestý řádek zdola — statistická závislost náhodných veličin; str. 37 vzorec (42) a str. 39 vzorec (45) — střední hodnoty byly definovány jen pro veličiny nabývající konečně mnoha hodnot; str. 37 druhý odstavec a str. 39 třetí odstavec — podmíněná střední hodnota; str. 45 druhý odstavec — diskretní náhodný proces; str. 49 druhý odstavec — diskrétní náhodná funkce a systém podmíněných distribučních funkcí; str. 52 výraz $M(Y/x^*)$ atd atd. Autoři tedy na druhé straně předpokládají znalosti tolika náročných pojmů, že čtenář vybavený těmito znalostmi určitě sáhne po nějaké solidnější knížce.

Přes všechny tyto výtky není možné uvedenou knížku zcela odsoudit. Dvě poslední kapitoly, pojednávající o statistických charakteristikách automatických výrobních procesů a o statistických charakteristikách výrobních linek přinášejí hodně zajímavého a podnětného materiálu, se kterým se jinde běžně nesetkáme a který má velký význam v aplikacích. Kromě toho je třeba zdůraznit, že uvedený materiál je podán dostupně a přitom dostatečně přesně, aby bylo možné vyložené metody zavádět přímo do praxe (nejde o pouhé přehledy nebo neúplné informace o metodách). Zdá se, že největší vadou knihy je nevyrovnanost jednotlivých kapitol, která vznikla patrně špatnou spoluprací autorského kolektivu. Místa, kde autoři neopouštějí původní záměr a vykládají užití statistiky nebo statistické dynamiky v hromadné výrobě, jsou napsána poměrně zajímavě a lze uvítat, že byla zpřístupněna českému čtenáři. Bohužel autoři se snaží zároveň vykládat i teorii pravděpodobnosti a z uvedených výtek je zřejmé, že se tím pustili na příliš tenký led. Otázka, zda a nakolik je v populární knížce únosné vykládat teoretické základy probírané látky je velmi obtížná a je zřejmé, že v této knížce nebyla vyřešena příliš šťastně.

*Miloslav Nosal*, Praha

*H. Lenz:* VORLESUNGEN ÜBER PROJEKTIVE GEOMETRIE (Prednášky o projektívnej geometrii), Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig, 1965, strán 360, obrázkov 90.

Kniha obsahuje 11 kapitol.

I. *Základné pojmy projektívnej geometrie v rovine a v priestore.* Pod základnými pojmami sa rozumia predovšetkým pojmy projektívnej a afinnej roviny a priestoru, ich podpriestorov, súradníc, kolineácie a jej zvláštnych prípadov, Desarguesovej, Moufangovej a Fanovej roviny, harmonickej štvorice. Uvádzajú sa vzájomné vzťahy medzi týmito pojmami.

II. *Klasická syntetická geometria.* Zavádza sa pojem dvojpomeru štyroch kolineárnych bodov v projektívnej súradnicovej rovine nad komutatívnym telesom. Ďalej sa dokazuje známa Hessenbergova veta: Každá projektívna rovina, v ktorej platí Pappova veta, je desarguesovská. Ťažisko kapitoly spočíva na definícii kužeľosečky (Steinerovej a von Staudtovej) a s ňou súvisiacich pojmov polarity a korelácie. Napokon sa vyšetrujú projektívne zobrazenia kužeľosečiek.

III. *Zavedenie súradníc.* Zavádzajú sa súradnice v desarguesovských rovinách a v priestore.

IV. *Kolineácie a korelácie.* Vychádza sa z pojmu incidenčnej štruktúry a zo semilineárneho zobrazenia vektorových priestorov a dokazujú sa fundamentálne vety projektívnej geometrie. Ďalej sa študujú projektívne kolineácie a s tým súvisiace vlastnosti dvojpomeru. Pomocou semibilineárnych a bilineárnych foriem sa vyšetrujú niektoré vlastnosti korelácií a špeciálne polarít.

V. *Oddeľovanie a usporiadanie.* Ide najprv o reláciu oddeľovania a reláciu „medzi“ za predpokladu platnosti Fanovej axiómy (podľa Spernera). V ďalšom sa tieto relácie zobecňujú.

VI. *Kvadriky v obyčajných projektívnych priestoroch.* Pod obyčajným projektívnym priestorom sa rozumie priestor konečnej dimenzie nad komutatívnym telesom charakteristiky $\neq 2$. Najprv sa definujú metrické vektorové priestory a ich ortogonálne bázy. V ďalšom sa vychádza z Wittovej vety a uvádza sa projektívna i afinná klasifikácia kvadrík.

VII. *Kvadratické formy a kvadriky nad špeciálnymi telesami.* Jedná sa najmä o konečné telesá, o $p$-adické číselné telesá a o racionálne číselné telesá. Napokon je dokázaná Bruck-Ryserova veta o existencii konečných projektívnych rovín.

VIII. *Ďalšie vety o kolineáciach a koreláciach.* Ide najmä o invariantné podpriestory, o normálne tvary zobrazení a o rozklady metrických vektorových priestorov.

IX. *Grupy kolineácií.* Vyšetrujú sa niektoré špeciálne grupy transformácií. Väčšina kapitoly je venovaná projektívne-metrickej geometrii, pričom sa uvádzajú aj základné vzťahy hyperbolickej trigonometrie. Napokon sa hovorí o Cliffordových rovnobežkách.

X. *Algebraické variety.* Ide o úvod do modernej teórie algebraických nadplôch a variet, špeciálne čiar v rovine.

XI. *Projektívne priestory s topologickou štruktúrou.* Stručný prehľad.

Autor je vynikajúcim odborníkom v projektívnej geometrii. Jeho kniha je veľmi dobrým úvodom do štúdia tejto disciplíny. Je písaná tak, že orientuje čitateľa v problematike, uvádza dosiaľ neriešené problémy, mnoho úloh na precvičenie a tam, kde nemôže ísť dostatočne do hĺbky, uvádza príslušnú literatúru.

Oproti podobným knihám (Baer, Pedoe, Hall) má jednak tú prednosť, že zahŕňa v sebe najnovšie výsledky prác v projektívnej geometrii, no aj tú, že používa analytickú aj syntetickú metódu. Ďalšia výhoda knihy je tá, že autor nepoužíva len strohý „matematický jazyk“, ale hovorí niečo aj „okolo“ zavádzaných pojmov.

Aj keď prakticky všetky používané pojmy sú v knihe definované, pre jej úspešné štúdium je žiadúce mať prehľad o základných algebraických štruktúrach a ich vlastnostiach a taktiež o klasickej projektívnej geometrii.

Kniha je veľmi dobre metodicky spracovaná a možno ju doporučiť všetkým tým, ktorí si chcú prehĺbiť vedomosti o projektívnej geometrii.

*Václav Medek*, Bratislava

*A. Doneddu:* COURS DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES. Tome 1: Algébre et Géométrie. Vydal Dunod, Paris 1966, stran 583, cena neudána.

V poslední době referoval Jan Vyšín v tomto časopise o dvou obsáhlých knihách francouzského autora A. Doneдduho.[1]) Obě zmíněné knihy tvoří část trilogie učebnic elementární matematiky, které jsou pokusem o modernisaci tradiční matematické látky. V této recensi si všimneme další knihy od téhož autora, která nepatří do zmíněné trilogie a je prvním dílem připravovaného dvoudílného cyklu. Podáme nejprve stručný přehled o obsahu knihy.

Dílo se skládá ze čtyř částí, jež jsou dále členěny celkem na 23 kapitol. V osmi kapitolách, které tvoří první část, se pojednává o množinách, relacích a funkcích a zavádí se pojem grupy, okruhu, oboru integrity a tělesa. Čtenář se též seznámí s tím, jak se v matematice rozšiřuje číselný obor od čísel přirozených až po čísla komplexní. Kapitola věnovaná kombinatorické analyse obsahuje v podstatě jen tradiční středoškolskou kombinatoriku, podanou ovšem z trochu modernějšího zorného úhlu. Jedna z kapitol první části je věnována geometrii (eukleidovské, afinní a metrické). Druhá část spisu se ve svých čtyřech kapitolách zabývá polynomy, jejich derivacemi, Taylorovým rozvojem a racionálními lomenými funkcemi. Část třetí o lineární algebře se dělí na sedm kapitol. Je tu výklad o vektorových prostorech, maticích, determinantech (i ve vztahu k řešení soustav lineárních rovnic) a charakteristických polynomech čtvercových matic. Závěrečná čtvrtá část pojednává ve svých čtyřech kapitolách o problémech geometrie afinní, metrické a projektivní z hlediska analytické geometrie. Čtenář se tu poučí o analytickém vyjádření přímky a roviny, o homogenních a barycentrických souřadnicích aj. Výklad končí kapitolou o kuželosečkách a geometrických místech bodů v rovině.

Z obsahu, který jsme stručně nastínili, je zřejmé, že se tento svazek na mnoha místech překrývá s oběma knihami téhož autora, jež v našem časopise byly zhodnoceny. Máme dojem, že tato nová kniha se hodí jako přehledná učebnice pro čtenáře, který buď současně studuje nebo již prostudoval speciální učebnice věnované jednotlivým disciplínám. K prvnímu studiu má však podle našeho názoru výklad příliš velkou šíři; dotýká se velmi mnohých problémů, ale dostatečně je nezkoumá a neprocvičí. Vždyť i z našeho stručného obsahu je vidět, jak zvolená tématika je obsáhlá a různorodá a nelze tedy ani čekat víc než nepříliš hluboký pohled s pokusem o moderní jednotící hledisko. Jsou tu cvičení, ale mnohá mají charakter pouze ilustrační a v některých se zavádějí i nové pojmy (cyklická grupa, kongruence aj.). Trochu nás na příklad překvapilo, že autor zavádí sice kartézský součin, ale nevyužívá jej při definici binární relace. Upozorňujeme též na nedopatření na str. 24; zde se při definici grafu funkce $f$ s množinou vzorů $E$, ztotožňuje množina všech dvojic $(x, f(x))$, kde $x \in E$, s kartézským součinem $E \times f(E)$.

*Jitka Kučerová* a *Jiří Sedláček*, Praha

[1]) Časopis pro pěstování matematiky, roč. *89*, str. 336 a roč. *91*, str. 105.