RECENSE

A. Doneddu: GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE PLANE (Eukleidovská geometrie roviny), vydal Dunod, Paris 1965, stran 336.

Tato kniha uzavírá cyklus tří Doneddu-ových učebnic elementární matematiky (Arithmétique générale 1962, Les bases de l'Analyse mathématique moderne 1963).[1])

Autor předeslal své knize dosti obšírnou předmluvu, v níž vykládá o jejím vzniku, poslání a pojetí. Některé myšlenky a názory vyslovené v předmluvě by si zasloužily obšírnější kritický rozbor, než jaký je možno zařadit do stručné recenzní zprávy; pravděpodobně se k nim ještě vrátím ve zvláštním článku.

Doneddu navázal při spisování své Geometrie na nedokončený rukopis předčasně zesnulého francouzského matematika Brisaca, omezil se však bohužel jen na planimetrii. Autor je přesvědčen, že geometrie má značný význam pro matematické vzdělání člověka současnosti, nemůže to však být eukleidovská geometrie vykládaná tradičním způsobem. Je rozhodným stoupencem axiomatické metody, která jednak žákům přináší jasno v pojmech, jednak jim ukazuje velmi instruktivně, jak budujeme abstraktní teorii vycházejíce z materiálního modelu. Geometrie má i vynikající hodnotu metodickou: nutí žáky třídit, pořádat poznatky, schematizovat zkušenosti získané smyslovým vnímáním, což všecko jsou činnosti mimořádně cenné pro budoucího výzkumníka. Doneddu, který zřejmě inklinuje k bourbakistům a velmi silně uplatňuje algebraické struktury, staví se zde však proti těm, kteří znechuceni neúspěchy tradičního vyučování geometrii buď chtějí potlačit tuto disciplinu vůbec nebo ji deformují do nepřijatelné a nesrozumitelné podoby.

Vedle zavedení axiomatické metody je základní myšlenkou Donedduovy koncepce využití algebraických struktur, zejména pojmu zobrazení[2]) — tedy jakési vzkříšení Kleinových idejí na modernějším algebraickém podkladě. Zvláštní důraz klade autor na otázku, na kterém místě má být do geometrie zaveden pojem čísla: je to při zavedení pojmu délky, resp. míry délky (mesure des longueurs)[3]), kde je třeba vyslovit axiomy spojitosti a využít jich při kalkulu.

Kniha se skládá ze dvou částí: ze stručného algebraického úvodu (asi 70 stran), v němž se ve čtyřech kapitolách probírají množiny a relace, binární operace (pologrupy a grupy), funkce i zobrazení a konečně reálná čísla, a za druhé z části geometrické.

Jádro knihy je druhá část, která je věnována rovinné eukleidovské geometrii. V čele této části je uvedeno dvanáct axiomů, z nichž je teorie vybudována. Jsou to:

I. Axiomy prostorové:

A_1 Rovina obsahuje aspoň dva body. Přímka je neprázdná podmnožina roviny té vlastnosti, že každé dva různé body roviny jsou obsaženy aspoň v jedné přímce.

A_2 Ke každé přímce p a ke každému jejímu bodu A existuje rozdělení množiny $p - \{A\}$ ve dvě neprázdné podmnožiny, zvané opačné polopřímky.

A_3 Ze tří různých bodů přímky právě jeden leží mezi ostatními dvěma.

---

[1]) Recenze druhé z těchto učebnic vyšla v Časopisu pro pěstování matematiky, *89* (1964), str. 366.

[2]) Obdobná myšlenka se vyskytuje v řadě sovětských učebnic, kde se vychází z tzv. pohybových axiomů.

[3]) Názvem „longueur" označuje autor tzv. volnou úsečku, tj. třídu navzájem shodných úseček.

A_4 Ke každé přímce p roviny ϱ existuje rozdělení množiny $\varrho - p$ ve dvě neprázdné konvexní podmnožiny, zvané opačné poloroviny, které mají tu vlastnost, že mezi dvěma body opačných polorovin leží aspoň jeden bod přímky p.

II. Axiomy grupové:

B_1 Izometrie (tj. shodná zobrazení) v rovině tvoří podgrupu grupy všech permutací roviny.[4])

B_2 Relace „mezi" se izometrií zachovává.

B_3 Jsou-li dány dva rovinné repery[5]), pak existuje jediná izometrie, která převádí první reper v druhý.

B_4 Ke každým dvěma bodům existuje izometrie, která oba tyto body vyměňuje.

B_5 Ke každým dvěma polopřímkám s týmž počátkem existuje izometrie, která tyto polopřímky vyměňuje.

III. Další axiomy:

C (axiom Archimedův) Ke každým dvěma délkám x, y existuje přirozené číslo n tak, že je $nx > y$.

D Posloupnost do sebe zařaděných úseček na přímce, jejichž délka konverguje k nule, má neprázdný průnik.

E (axiom Eukleidův) Každým bodem prochází jediná přímka rovnoběžná s danou přímkou.

Uvedl jsme úmyslně všecky axiomy v plném a přesném znění: na první pohled je vidět, že k jejich výběru, uspořádání i k jejich formulacím by bylo možné připojit řadu kritických poznámek.

Z této soustavy buduje Doneddu abstraktní eukleidovskou rovinnou geometrii. Její obsah můžeme ilustrovat aspoň stručně názvy všech devatenácti kapitol: 1. Rovina. 2. Grupa izometrií v rovině. 3. Izometrie daná dvěma repery. 4. Úsečky; axiom o výměně dvou bodů (B_4). 5. Délky. 6. Míra délky. 7. Úhly, kolmice. 8. Translace, rovnoběžky. 9. Vektory. 10. Průměty, vektorový prostor. 11. Skalární součin a metrika roviny. 12. Úhlové struktury roviny (tj. úhly ve svazku polopřímek). 13. Míra úhlu. 14. Rotace o daném středu. 15. Míra rotace. 16. Grupa přemístění (tj. přímých shodností). 17. Eukleidovská grupa roviny (tj. grupa podobností). 18. Studium podobných zobrazení. 19. Základy trigonometrie.

Vlastnosti uspořádání na přímce odvozuje autor na podkladě pojmu uspořádané množiny; pomocí axiomu A_2 zavádí relaci „mezi" a pojem konvexního útvaru, kterého však dosti nevyužívá. Orientace na přímce a v rovině se opírá o grupu izometrií. Např. orientace v rovině se zavádí na základě relace souhlasnosti dvou reperů (drapeaux)[6]). Metrické vlastnosti roviny odvozuje Doneddu vesměs na podkladě grupy izometrií. Vektory se zavádějí jako třídy shodných orientovaných úseček. V kapitole 11 části II se definuje ortonormální baze vektorového prostoru, je tu náběh k použití soustavy souřadnic, ale tyto myšlenky se dále nerozvíjejí. Zdařilé a podrobné je studium grupy všech podobností.

Před každou kapitolou je stručný úvod, v němž se nastiňuje téma kapitoly. Vůdčí metodickou myšlenkou je taková koncepce výkladu, aby „homo arithmeticus" (tj. člověk ovládající aritmetiku reálných čísel a algebraické struktury, ale postrádající smyslového vnímání — autor užívá tohoto termínu J. Hadamarda) byl s to, seznámit se s eukleidovskou geometrií a porozumět jí.

Učebnice bohužel neobsahuje ani ilustrační příklady ani úlohy ke cvičení. Styl jejího výkladu

---

[4]) Permutací množiny nazývá Doneddu každé vzájemně jednoznačné přiřadění jejích prvků.

[5]) Rovinným reperem rozumíme množinu skládající se z otevřené poloroviny a otevřené polopřímky, která náleží její hranici; Doneddu nazývá tento útvar „drapeau" (prapor).

[6]) Dva repery jsou souhlasné, existuje-li přemístění (tj. přímá izometrie), které převádí jeden v druhý.

je jasný a výstižný, symbolika hojná, moderní a většinou dobře propracovaná; její přehled je uveden na počátku díla. Graficky je kniha vypravena velmi dobře.

Doneddu-ova Geometrie není ovšem učebnicí pro žáky, ale pro učitele, resp. pro autory učebnic. Přes různé výhrady, které je k ní možné mít, je to rozhodně dílo pozoruhodné, je to zajímavé svědectví o modernizačních snahách ve vyučování geometrii na Západě, je to závan čerstvého vzduchu. Naši pracovníci v školské matematice by se měli s touto knihou seznámit.

Jan Vyšín, Praha

Einar Hille: ANALYSIS, Volume one, Blaisdell Publishing Company, New York, Toronto, London, 1964, strán 626.

V knihe sa zaoberá autor v 9 kapitolách a v 3 dodatkoch reálnymi a komplexnými funkciami jednej reálnej premennej, ich deriváciami a integrálmi, nekonečnými radmi a analytickou geometriou v rovine.

Na začiatku prvej „úvodnej" kapitoly je vysvetlený najprv pojem a vznik „calculusu", pojem množiny a pojem prirodzeného čísla. Prirodzené čísla sa zavádzajú pomocou Peanových axiómov. V dvoch ďalších článkoch pojednáva sa o reálnych číslach. Uvedený je tu aj historický vývoj reálnych čísel. Množina reálnych čísel definuje sa ako usporiadané teleso, v ktorom každá neprázdna ohraničená množina má hornú hranicu. Pri tom definícia usporiadaného telesa zavádza sa axiomaticky. V týchto článkoch hovorí sa aj o tom, čo sú to čísla racionálne, iracionálne, algebraické a transcendentné. Za týmto výkladom nasleduje geometrická interpretácia reálnych čísel pomocou bodov priamky a dokazuje sa veta, že každá nerastúca postupnosť uzavretých intervalov, ktorých dĺžka konverguje k nule, má práve jednobodový prienik. Ďalší článok pojednáva o riešení nerovností a súčasne sa odvodzujú trojuholníková nerovnosť pre vzdialenosť dvoch bodov v rovine, tvrdenie, že geometrický stred nie je väčší ako aritmetický a tvrdenie, že zpomedzi všetkých pravouholníkov s tým istým obvodom štvorec má najmenší plošný obsah. Na konci úvodnej kapitoly pojednáva sa o postupnosti a o limite postupnosti. Číslo e sa definuje ako limita postupnosti $\{(1 + 1/n)^n\}_{n=1}^{\infty}$ a ukazuje sa, že platí aj $e = \lim_n (1 - 1/n)^{-n}$. V tomto článku odvodzujú sa okrem toho pravidlá pre počítanie s limitami postupností.

Za prvou kapitolou nasleduje dodatok A týkajúci sa základov analytickej geometrie v rovine. Tu sa definujú geometricky obvyklým spôsobom vektory v rovine a operácie s nimi. Potom sa prechádza k štúdiu priamky, uvádzajú sa rôzne tvary rovníc priamky v rovine a podmienky rovnobežnosti a kolmosti dvoch priamok v rovine. Jeden článok je venovaný pojednaniu o kružnici a vzájomnému vzťahu kružnice a priamky. V nasledujúcom článku ukazuje sa, ako vznikajú rôzne druhy kužeľosečiek ako rezy roviny s kúželom. V tomto článku odvodzujú sa aj rovnice kužeľosečiek v špeciálnych polohách a rovnice ich dotyčníc. V nasledujúcom článku odvodené sú podmienky, za ktorých kvadratická rovnica v dvoch reálnych premenných predstavuje elipsu, hyperbolu a parabolu. Posledný článok je venovaný výkladu polárnych súradníc a vyjadreniu rovníc kužeľosečiek pomocou polárnych súradníc.

Druhá kapitola má nadpis „*Funkcie*". Začína sa pojmom limitného bodu množiny a Bolzano-Weierstrassovým tvrdením, že každá lineárna ohraničená množina má aspoň jeden limitný bod. Pomocou pojmu limitného bodu definuje sa $\liminf a_n$ a $\limsup a_n$ pre postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$. Druhý článok začína historickým vývojom pojmu funkcie. Funkcia sa definuje známym spôsobom ako podmnožina bodov kartézskeho súčinu dvoch množín X a Y. V ďalšom článku preberajú sa niektoré elementárne funkcie, medzi iným algebraické, po čiastkach lineárne a stupňovité funkcie. Látka pokračuje výkladom limity funkcie (limity zľava a limity zprava) v bode, pričom sa odvodzujú základné pravidla pre ňu. Na to nadväzuje nasledujúci článok pojmom spojitosti funkcie a vetami o operáciach so spojitými funkciami. Potom nasledujú vety o vlastnostiach spojitých funkcií na uzavretom intervale a pojem rovnomernej spojitosti. Ďalej sa definujú monotónne a konvexné funkcie, vyšetrujú sa niektoré ich vlastnosti a kapitola končí článkom o inverzných funkciách.

Ďalšia kapitola je venovaná diferenciálnemu počtu funkcie jednej reálnej premennej. Začína sa definíciou Landauových symbolov O a o, pokračuje definíciou derivácie funkcie v čísle a príkladmi. Druhý článok pojednáva o pravidlách pre derivovanie a o rozličných spôsoboch označovania derivácií. Tretí článok je venovaný otázke derivácie zloženej funkcie. Nasledujúci článok obsahuje vety o derivácii zľava a zprava konvexných funkcií. Potom nasledujú dva články o derivácii inverznej funkcie a o derivácii funkcie danej implicitne. Siedmy článok obsahuje definíciu derivácií vyšších rádov. V poslednom článku definujú sa diferenciály funkcie prvého rádu a vyšších rádov a ukazuje sa na rôznych príkladoch použitie diferenciálu prvého rádu funkcie.

Štvrtá kapitola nazvaná „*Základy integrovania*“ týká sa určitého a neurčitého integrálu. Na začiatku kapitoly je definícia plošného obsahu so známym príkladom plošného obsahu úseku paraboly. Určitý integrál definuje sa najprv pre stupňovité funkcie a pomocou dolného a horného integrálu zavádza sa trieda funkcií integrovateľných v zmysle Riemanna. Odvodzujú sa základné vlastnosti Riemannovho integrálu a dokazujú sa vety o tom, že každá spojitá funkcia na uzavretom intervale a každá monotónna funkcia na uzavretom intervale sú Riemannovsky integrovateľné. Hlavným obsahom tretieho článku tejto kapitoly sú vety o strednej hodnote integrálneho počtu, základná veta integrálneho počtu a definícia neurčitého integrálu. Nasledujúci článok pojednáva o základných metódach počítania neurčitých integrálov. V ďalšom výklade zavádza sa pomocou určitého integrálu funkcia $\log x$ a exponenciálna funkcia ako k nej inverzná. Za týmto článkom nachádza sa definícia absolútne konvergentných nevlastných integrálov a niektoré základné vety o triede funkcií s absolútne konvergentným nevlastným integrálom na uzavretom intervale. Kapitola končí článkom venovaným výpočtom niektorých plošných obsahov.

Piata kapitola týka sa nekonečných radov. Prvý článok obsahuje definíciu nekonečného radu, jeho súčtu a absolútnej konvergencie radu spolu s vetou o Bolzano-Cauchyovej nutnej a postačujúcej podmienke pre konvergenciu radu. V druhom článku odvodzujú sa mnohé kritéria pre absolútnu konvergenciu nekonečného radu. Nasledujúci článok pokračuje Leibnizovým kritériom pre rad so striedavými znamienkami a rôznymi úvahami okolo absolútnej a relatívnej konvergencie nekonečných radov. Kapitola končí dvoma článkami o nekonečných radoch, ktorých členy sú funkcie, špeciálne mocninnými radmi. V nich sa poukazuje aj na význam rovnomernej konvergencie funkcionálneho radu pre derivovanie a integrovanie funkcionálnych radov člen po člene.

Za piatou kapitolou nasleduje dodatok B, ktorý je krátky. Obsahuje len dva články. Prvý o komplexných číslach, druhý o komplexnej funkcii reálnej premennej, jej derivácii a jej určitom integráli.

Šiesta kapitola „*Taylorove rady*“ začína článkom o Rolleovej vete a o vetách o strednej hodnote diferenciálneho počtu. V druhom článku je Taylorova veta s dvoma rôznymi jej dôkazmi. Otázka konvergencie zbytku z Taylorovej vety a definícia Taylorovho radu je obsahom nasledujúceho článku. V štvrtom článku pojednávajú sa rôzne otázky súvisiace s Taylorovou vetou a jej použitím. Dva ďalšie články sú venované algebraickým otázkam. V prvom z nich nachádza sa dôkaz fundamentálnej vety algebry založený na myšlienke princípu minima a pochádzajúci od Weierstrassa a druhý obsahuje pojednanie o rozklade racionálnej funkcie na parciálne zlomky. Kapitola končí l'Hospitalovými pravidlami pre výpočet neurčitých výrazov.

Siedma kapitola pojednáva o niektorých transcendentných funkciách. V prvom článku zavádzajú sa funkcie sínus a kosínus pomocou y-ovej a x-ovej súradnice bodov jednotkovej kružnice. Pomocou nich definujú sa potom ostatné trigonometrické funkcie. Odvodzujú sa pre ne základné vlastnosti, ich derivácie a ich Maclaurinové rady. V ďalšom článku definuje sa exponenciálna funkcia komplexnej premennej pomocou svojho Taylorovho radu, odvodzujú sa jej základné vlastnosti a jej vzťah k trigonometrickým funkciám. V tomto článku ukazuje sa na príkladoch aj výpočet niektorých integrálov obsahujúcich exponenciálne a trigonometrické funkcie. Tretí článok pojednáva o hyperbolických funkciách. V štvrtom článku definujú sa známym spôsobom cyklometrické funkcie. V piatom článku vysvetľuje sa integrácia racionálnych funkcií. Kapitola končí článkom o riešení lineárnej diferenciálnej rovnice n-tého rádu s konštantnými koeficientami.

Ôsma kapitola je venovaná aplikáciam diferenciálneho počtu. Začína sa pojednaním o dotyčnici a normále krivky. V treťom článku vykladá sa priamočiary a rovinný pohyb a základné pojmy, ktoré s nimi súvisia. Posledné články kapitoly obsahujú vyšetrovanie priebehu rovinných kriviek pomocou diferenciálneho počtu a rôzne úlohy na maximá a minimá.

Deviata — posledná — kapitola pojednáva o rovinných krivkách. Nachádzajú sa v nej definície rôznych kriviek a vyšetrovania ich vlastností. Definujú sa tu okrem iného algebraické krivky a vyšetrujú sa niektoré z nich rádu 2, 3 a 4. Jeden článok je venovaný aj dĺžke rovinnej krivky a jej výpočtu pomocou určitého integrálu.

Kniha končí tretím dodatkom. V jeho prvom článku nachádza sa definícia funkcií s ohraničenou variáciou a vety o vlastnostiach variácie a funkcií s ohraničenou variáciou. Potom nasleduje pojednanie o krivkách rektifikácie schopných. V poslednom článku ukazuje autor na príklade funkcie $F(x) = \sum_{i=1}^{\infty} a^n \sin (b^n \pi x)$ príklad spojitej funkcie nemajúcej nikde deriváciu.

Kniha je písaná zaujímavo, presne a zrozumiteľne. Autor doprevádza výklad a definíciu základných pojmov historickými úvahami a poznámkami, ktoré sú veľmi zaujímavé a osožné. Výklad dopĺňa množstvo vyriešených príkladov, takže uľahčujú pochopenie vyloženej látky. Okrem vypočítaných príkladov má čitateľ možnosť precvičiť si látku na veľkom počte daných úloh. Tieto úlohy nachádzajú sa jednak za každým článkom s problematikou toho článku, jednak na konci každej kapitoly, resp. dodatku s problematikou viažucou sa na tú kapitolu, resp. dodatok. Na konci knihy sú ešte uvedené ďalšie úlohy z látky celej knihy. Často ide autor v úlohách za rámec vykladanej látky, takže mnohé úlohy slúžia čitateľovi na rozšírenie a doplnenie vyloženého textu. Kniha obsahuje na konci aj riešenia daných úloh.

Ladislav Mišík, Bratislava

H. Bergström: LIMIT THEOREMS FOR CONVOLUTIONS (Limitní věty pro konvoluce). Vydala nakladatelství Almqvist & Wicksell, Stockholm a J. Wiley & Sons, New York, 1963; 347 stran, cena 78,— Sw. Kr.

Jednou z nejzajímavějších partií teorie pravděpodobnosti je nesporně studium limitních zákonů rozložení pro součty nezávislých náhodných veličin. Tato disciplina přitahovala odedávna zájem matematiků a je dnes již podrobně prozkoumána. Přitom se jako jako hlavního nástroje obvykle používá aparátu Fourierovy-Stieltjesovy transformace, tj. charakteristických funkcí. To umožňuje nahradit nepříliš přehledné konvoluce mnohem jednoduššími součiny, s nimiž se ovšem pracuje daleko snáze. Na rozdíl od tohoto „klasického" přístupu k problému položil si H. Bergström za úkol studovat přímo konvoluce distribučních funkcí a nalézti vnitřní zákony struktury konvolučních součinů a jejich konvergence.

První krok v tomto směru učinil ve své obsáhlé stati „*On the limit theorems for convolutions of distribution functions*" otištěné v časopise Journal für die reine und angewandte Mathematik *198* (1957), 121—142 a *199* (1958), 1—22. Jeho základní myšlenkou tu je využití analogie mezi konvolučními součiny $\Pi^* F_n$ distribučních funkcí a součiny reálných nezáporných čísel Πa_n v jejich vztahu k součtům $\Sigma(a_n - 1)$, resp. $\Sigma(F_n - E)$. Zcela přirozeně byl pak od distribučních funkcí přiveden ke studiu obecnějších systémů funkcí s omezenou variací.

Recensovaná Bergströmova monografie shrnuje autorovy originální výsledky v této oblasti, a to velmi systematicky. Je rozdělena do dvou částí: v první je studován případ jednorozměrný (tj. funkce jedné reálné proměnné), ve druhé části se pak Bergström obrací k případu vícerozměrnému; výklad v této druhé části sleduje v hlavních rysech postup z části první, ovšem nejde do stejných podrobností.

Bergström nejprve zavádí základní prostor $R(M)$ funkcí (s omezenou variací a jistými dalšími vlastnostmi) a některé jeho podprostory, s nimiž pak dále pracuje. V $R(M)$ jsou definovány tři hlavní operace: sčítání, násobení reálnými čísly a konvoluce. Dále je tu zavedena norma (tzv. Gaussova norma), a to formulí

$$\|f\|_\sigma = \sup_x \left| f(-\infty) + \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi[(x-t)/\sigma] \, \mathrm{d}f(t) \right| , \quad \sigma > 0 ,$$

kde

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\tfrac{1}{2}t^2\right) \mathrm{d}t .$$

Bergström studuje různé druhy konvergence posloupností funkcí z $R(M)$ (slabou a úplnou) a ukazuje význam cauchyovskosti v Gaussově normě: ta totiž odpovídá právě oné speciální konvergenci známé z teorie limitních zákonů, kdy kromě konvergence samotných distribučních funkcí požadujeme ještě také konvergenci prvních dvou momentů (useknutých). Tyto základní výsledky o konvergenci obecných posloupností jsou potom aplikovány na případ konvolučních součinů, jaké se vyskytují v teorii limitních zákonů teorie pravděpodobnosti. Přitom je zaveden též pojem V-absolutní konvergence, kdy podobně jako reálné číslo svou absolutní hodnotou je funkce z $R(M)$ majorisována svou absolutní variací, která pak určuje absolutní konvergenci.

Distribuční funkce, resp. obecněji nezáporné neklesající omezené funkce mají ovšem — díky svým vlastnostem i díky svému významu pro teorii pravděpodobnosti — zvláštní místo při tomto studiu a jsou pro ně odvozovány speciální věty a výsledky. I když je explicitní vysvětlení pravděpodobnostní interpretace problémů a výsledků odsunuto do velice stručného (5 stran) druhého dodatku, je zřejmé, že odtud pochází prvotní inspirace. Bergströmovy výsledky jsou ovšem vysoce zajímavé i z hlediska obecně matematického, bez ohledu na význam pro teorii limitních zákonů. Studium vícerozměrného případu ve druhé části knihy pak representuje cenný přínos i v oblasti základních problémů v teorii limitních zákonů, které jsou v jednorozměrném případě již klasické.

Autorův výklad je vždy zcela exaktní a přitom srozumitelný a jasný. O důkladném, systematickém a zároveň originálním zpracování svědčí mj. i mizivý počet odkazů na jinou literaturu: kromě základních poznatků z matematické analysy nevyžaduje četba této monografie dodatečných pramenů (ani znalosti teorie pravděpodobnosti). Po stránce grafické je kniha velmi dobré úrovně, ač snad tiskových chyb mohlo být o něco méně.

Svým originálním pojetím značí Bergströmova monografie určitý mezník ve studiu limitních zákonů. Umožňuje podstatně nový pohled na klasickou problematiku; přes své speciální zaměření nalezne jistě i u nás řadu zaujatých čtenářů. Její konfrontace s klasickými výsledky v tomto oboru pak nepochybně přinese i nové podněty pro další studium hlubších souvislostí mezi různými přístupy k limitním větám teorie pravděpodobnosti.

František Zítek, Praha

B. L. van der Waerden: MATHEMATISCHE STATISTIK (Matematická statistika). 2. vydání. V edici Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, sv. 87, vydalo nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York, 1965. Stran 370, cena 49,60 DM.

Van der Waerdenova kniha o matematické statistice není novinkou; její první vydání vyšlo již v r. 1957 v téže edici a ten kdo je zná, není ani překvapen tím, že se dočkala dalšího vydání.

Van der Waerden se snaží ve své knize podat výklad hlavních metod matematické statistiky, a to takovou formou, aby byla užitečná i těm, kteří se zabývají jen praktickými aplikacemi, i těm, kdo mají zájem o studium teorie. Jde tu především o klasický základní fond statistických metod: odhady pravděpodobností pomocí četností, test χ^2, Studentův test t, teorie chyb a metoda nejmenších čtverců, teorie bodových odhadů parametrů, probitová analysa a podobné metody, analysa variance a test *F*, koeficienty korelace; autorovým původním přínosem je poznamenána především kapitola dvanáctá o pořadových testech (Wilcoxonův test a test *X*). Nutno ovšem přiznat, že plné porozumění textu klade určité nároky na matematické znalosti čtenáře, jaké nelze vždy předpokládat u všech praktických používatelů.

Druhé vydání se nijak podstatně neliší od vydání prvního. Byl pouze vyměněn obr. 28, který byl v prvním vydání chybný.

V roce 1960 vyšel v SSSR ruský překlad prvního vydání van der Waerdenovy knihy. Byl pořízen velmi pečlivě; překladatel a redaktor (N. V. Smirnov) na mnoha místech opatřili text poznámkami, v nichž jednak doplňovali některé bibliografické údaje, jednak opravovali nedopatření a nepřesnosti originálu a podávali podrobnější výklad u těch partií, kde se jim zdál originál příliš stručný nebo nedostatečně jasný. (Obr. 28 je však stejný jako v 1. vydání.) Ačkoliv je existence tohoto ruského překladu autoru i nakladateli pravděpodobně známa, nebylo k němu při druhém vydání přihlédnuto. Byla tak opomenuta výhodná možnost využít těchto poznámek a text zlepšit, nebo alespoň opravit zjevné chyby. Technické potíže s úpravami spojené by snad nebyly nepřekonatelné a kniha by tím byla rozhodně získala.

Jak několikaleté zkušenosti ukazují, plní van der Waerdenova kniha velmi dobře účel, pro nějž byla napsána, i když se pochopitelně nelze omezovat při studiu matematické statistiky jenom na ni, ať již jde o studium čistě teoretické či pro účely praktických aplikací. Je to nesporně kniha zdařilá a její obliba, o níž svědčí i pořízení druhého vydání, je plně oprávněná.

František Zítek, Praha

N. P. Buslenko - J. A. Schreider: DIE MONTE-CARLO-METHODE UND IHRE VERWIRKLICHUNG MIT ELEKTRONISCHEN DIGITAL-RECHNERN. Teubner, Leipzig 1964, stran 191, obrázků 18. Přeložil G. Eisenreich.

N. P. Buslenko - J. A. Šrejder: STOCHASTICKÉ POČETNÍ METODY (METODY MONTE CARLO). SNTL, Praha 1965, stran 195, obr. 18, cena Kčs 9,—. Přeložili S. Jílovec a Z. Rejda.

Pod dvěma různými názvy vyšla v německém a v českém překladu kniha Бусленко - Шрейдер, Метод статистическик испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифферовых вычислительных машинах, vydaná nkladatesltvím Физматгиз roku 1961.

Kniha je patrně první monografií o metodě Monte Carlo ve světové literatuře, nepočítáme-li některé sborníky statí a referativní články časopisecké. V úvodní kapitole udávají autoři obecné schéma výpočtu metodou M. C., v kapitolách 2 a 3 následuje výklad o fyzikálních a aritmetických generátorech náhodných čísel, o ověřování jejich náhodnosti a o transformaci náhodných čísel na daná rozložení; kapitoly 3 až 6 jsou věnovány metodě M. C. v numerické matematice, zejména výpočtu vícerozměrných a kontinuálních integrálů, řešení soustav lineárních algebraických rovnic, řešení okrajových úloh a nalezení nejmenšího vlastního čísla Schrödingerovy rovnice; v kapitole 7 je popsáno řešení ochrany atomového reaktoru, kapitola 8 pojednává o řešení úloh z teorie front a kapitola 9 o jednoúčelových počítačích pro výpočty metodou M. C.

Kniha je určena jak odborníkům ve výpočtové technice, tak i uživatelům této techniky, zejména inženýrům a vědeckým pracovníkům. Obsahuje zajímavý materiál a poskytuje čtenáři celkem dobrou představu o podstatě a použití metody M. C. Kniha má nicméně určité nedostatky. Přestože v řadě úloh záleží metoda M. C. v realizaci homogenního Markovova řetězce, nelze tuto okolnost prohlásit za obecné schéma výpočtů metodou M.C., jak to činí autoři. Značně neúplná je diskuse aritmetických generátorů náhodných čísel, kde jsou opomenuty nejdůležitější výsledky (např. Taussky-Todd, Rotenberg). Kniha obsahuje četné drobné nepřesnosti či nejasnosti výkladu; řadu z nich objasnili překladatelé v podobě poznámek pod čarou — stojí však za zmínku, že poznámky německého překladatele a českých překladatelů tvoří téměř disjunktní množiny.

Václav Dupač, Praha

Klára Pach - Tamás Frey: VEKTOROVÁ A TENZOROVÁ ANALÝZA. SNTL Praha 1964, stran 732, obrázků 161, Kčs 36,50.

Recense knihy K. Pach, T. Frey: Vector and Tensor Analyzis (jde o překlad z maďarštiny) byla již publikována v Časopise pro pěstování matematiky, roč. *90* (1965), 371—373. V této recenzi byly, mimo mnoho jiného, uvedeny i některé nedostatky. Lze konstatovat, že v českém překladu zásluhou překladatele (RNDr. Tomáš Gál) a odborného úpravce (Doc. Josef Schmidtmayer) byly četné nedostatky odstraněny. Byly tak odstraněny nedostatky v tiskových chybách v textu, v chybách ve vzorcích a příkladech. Nedostatky týkající se formulace a důkazů vět a uvádění vzorců bez poukázání na omezení platnosti byly odstraněny jednak přepracováním některých částí textu jednak četnými poznámkami pod čarou. Takové poznámky byly učiněny překladatelem nebo lektorem i ve snaze lépe osvětlit situaci popisovanou v textu a ujednotit některé terminologické otázky, které nejsou dosud normovány. (např. průmět a projekce vektoru, složka a souřadnice vektoru apod.). Ve zmíněné recenzi byla kritizována i grafická část díla. V českém překladu byly četné obrázky změněny nebo doplněny tak, aby poskytovaly názornější popis .problému, studovaného v příslušném textu. V anglickém překladu chyběly poukazy na literaturu a seznam nejdůležitějších symbolů použitých v díle (pro lepší orientaci čtenáře). Lze konstatovat, že v českém překladu byly i tyto závady odstraněny a v seznamu literatury byly uvedeny i ty knihy, z nichž čtenář může načerpat vědomosti o tenzorovém počtu i z jiného hlediska.

Bořivoj Kepr, Praha