Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 89 (1964), No. 3, 364--372

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117503

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 89 (1964), Praha

RECENSE

Jan Berg: BOLZANO'S LOGIC (Bolzanova logika). Acta universitatis Stockholmiensis; Stockholm, Studies in philosophy 2. Stockholm-Göteborg-Uppsala 1962. Matematická část: kap. I a XII.

Kap. I, *Bolzanův život a dílo*, se skládá ze čtyř paragrafů. § 1. Bolzanova raná dráha životní, § 2. Wissenschaftslehre, § 3. Grössenlehre (GL), § 4. Jiná pozdní díla. V této kapitole uvádí autor ve velmi zhuštěném podání některá životopisná a bibliografická data týkající se Bolzana. Popisuje pozůstalé Bolzanovy rukopisy a určuje jejich vznik.

*

V kap. I, § 4 (str. 25—27) upozorňuje autor na zajímavou podrobnost týkající se „*Bolzanovy funkce*". Tak se nazývá nyní všeobecně funkce, kterou podává Bolzano ve své „Funktionenlehre" (FL).[1]) Tamtéž dokazuje Bolzano (str. 98), že

a) „Bolzanova funkce" je spojitá a nemá (konečnou) derivaci pro body jisté všude husté množiny bodové.

Jak však bylo dokázáno (V. Jarník, K. Rychlík, s různým zpřesněním):

b) Bolzanova funkce nemá derivaci v žádném bodě jistého konečného intervalu.

Pokud je známo, věta b) se v Bolzanových spisech nevyskytuje.

Ve spise „Paradoxien des Unendlichen" (PU) vydaném po Bolzanově smrti (r. 1851) jeho žákem a přítelem F. Přihonským je v § 37 podána definice derivace. Je tu připojena pozn. p. č.:

c) Je možno ukázat, že všechny *závisle proměnné veličiny* $f(x)$, jsou-li vůbec určitelné, jsou vázány nutně na tento zákon (že totiž derivace $f'(x)$ existuje), takže výjimky od tohoto zákona mohou nastat vždy jen pro izolované hodnoty nezávisle proměnné[2]) tvořící popřípadě i nekonečnou množinu. Tato věta se pak v PU v podstatě opakuje v § 45, na tomto místě je však vložena do textu.

Kdybychom funkci spojitou v jistém intervalu považovali za „určitelnou funkci", byla by věta c) na základě věty b) neplatná.

Prof. M. Jašek přednášel o rukopisné pozůstalosti Bolzanově v přednáškách pořádaných Jednotou českých matem. a fyz. 3. 12. 1921 a 14. 1. 1922 a podal o ní předběžnou zprávu v „Časopise pro pěstování matematiky a fysiky" a ve „Věstníku královské české společnosti nauk" (VKČSN). Z první přednášky, jakož i z rozmluvy s prof. Jaškem po ní vyšlo najevo, že se domnívá,

[1]) Viz také A. Kolman: Bernard Bolzano. Přeložil z rušt. J. Šimánek, Praha 1958. Příl. 2, str. 201—208.

[2]) Termínu *izolovaný bod* je zde užíváno ve smyslu nyní obvyklém. Bolzanova definice (PU, § 38 — vereinzelt (isoliert) stehender Punkt) je širší. Přitom je sledována podobná zásada, jakou se řídí G. Cantor (Math. Ann. 21, 1881, str. 51, Gesam. Abh., str. 194) při definici kontinua. Kontinuum je u Bolzana definováno v § 38 z PU. Bolzano však při definici kontinua neuvádí předpoklad, aby kontinuum bylo souvislou množinou.

G. Cantor si velmi váží Bolzanova spisu PU, nezamlčuje však, že obsahuje různé nepřesnosti, ba dokonce chyby.

Bližší o otázkách týkajících se Bolzanovy funkce bude uvedeno v autorově pojednání, které vyjde později.

že platnost věty b) je bezprostředním, zcela nasnadě jsoucím důsledkem platnosti věty a). Také byl přesvědčen, že jistě i Bolzano větu b) znal a není-li věta tato obsažena ve FL, lze to vysvětlit tím, že rukopis FL nebyl úplný a zcela k tisku připravený.

Po druhé přednášce jsem upozornil prof. Jaška na větu c) v PU, z níž vzniká, jak již bylo řečeno, nepravdivá věta, považujeme-li v ní funkci spojitou v intervalu za určitelnou funkci. A tuto „nesrovnalost" u Bolzana snažil se prof. Jašek odstranit: Tvrdil, že věta c) nepochází od Bolzana, nýbrž byla do PU vložena vydavatelem Přihonským a pochází od druhého Bolzanova žáka A. Slivky ze Slivic, který projevoval nadání k matematice a zájem o ni.[3])

Pokud je známo, neexistuje ani od Bolzana pocházející konečná redakce PU, ani Přihonským opravená transkripce PU, jež by byly sloužily za podklad tištěného textu PU. Dr. J. Berg podrobil tedy rozboru materiál méně uspokojující. Jsou to rukopisy:

I. Rukopis uložený v Rakouské národní knihovně ve Vídni.

II. Rukopis „Über die Paradoxien der Mathematik" uložený v Literárním fondu národního muzea v Praze (sgn. 4 L 52).

Rukopis I nepřináší nic pozitivního. Je to fragment skládající se z několika listů psaných vlastní rukou Bolzanovou, naprosto nečitelný.

Rukopis II je rovněž psán vlastní rukou Bolzanovou a je velmi těžko čitelný. Zatím není uspořádán. Obsahuje řadu listů, jejichž obsah není v souhlasu s titulem. Jinak je ho však možno považovat za předběžnou redakci PU.

V tomto rukopise nalezl Dr. J. Berg list, na němž je podán výklad o derivaci podobný výkladu v § 37 z PU. V textu je pak obsažena modifikace věty c).[4]) Tato modifikace však nevylučuje možnost, že věta c) pochází od Bolzana samotného. Poněvadž pak prof. Jašek pro svůj výklad neuvádí žádný jiný písemný doklad, není jeho výklad příliš přesvědčivý. Z druhé strany nelze ovšem vyloučit tu možnost, že Bolzano pod vlivem uvedeného názoru Slivkova (viz pozn. p. č. [3])), který Slivka patrně také uplatňoval v rozhovoru s ním, přiklonil se k tomuto Slívkovu názoru, výsledkem čehož pak byla věta c) v PU. V posledních létech svého života byl Bolzano zcela zaujat

[3]) Bolzano poslal A. Slivkovi k posouzení rukopis GL (24. 10. 1834, J. Berg, str. 21). Slivkův posudek, velmi obsáhlý, je uložen v Rakouské národní knihovně: FL je v něm věnováno 81 listů. Tamtéž pak podotýká Slivka, že by nepojal do FL větu a); říká pak dále (v Jaškově pojednání z VKČSN, str. 31):

Ich bin nämlich der Meinung, es gelte als eine nachweisliche Wahrheit, jede stetige Funktion habe höchstens mit Ausnahme isoliert stehender Werte für die Werte ihrer Stetigkeit eine abgeleitete, die so meine ich ferner gleichfals stetig ist und eine weitere abgeleitete hat.

[4]) Na přední straně listu čteme:

[...] *dass die in Rechnung genommenen Grössen y, ... wirklich frei, und zwar dass die höchstens mit Ausnahme isoliert stehender Werte ihrer frei veränderlichen Grösse x, nach dem Gesetze der Stetigkeit sich verändern, d. h. dass der Zuwachs von y kleiner als jede Grösse* $1/N$, *die man uns angeben mag, gemacht werden können* [...].

Na zadní straně téhož listu pak čteme (v úpravě mnou provedené):

Ist nun y eine dergleichen Grösse, und gibt es, wie wir zur Abkürzung hier annehmen wollen, nur eine einzige frei veränderliche, von der sie abhängt, x, so dass die Gleichung $y = fx$ *gilt: so wird, wenn wir den Zuwachs, den x bei dem Übergange von x in* $x + \Delta x$ *erfährt, durch* Δy *bezeichnen,* $y = \Delta y = f(x + \Delta x)$ *sein, und es lässt sich strenge erweisen, dass die Fraktion*

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - fx}{\Delta x}.$$

Ausnahme nehme [?] *bloss für isoliert stehende Werte von x* [*und es eine*] *konstante Grösse F oder jedoch* [*eine*] *Funktion von x gebe,* $f'(x)$, *welcher der Quotient sonst* [?] *so nahe gebracht werden kann als man nur immer will* [...].

spisováním PU, takže patrně již nenalezl času, aby provedl konfrontaci s tím, co napsal o derivacích ve FL.

Konečně praví Dr. J. Berg: Za této situace vzrůstá podezření, že má pravdu D. A. STEELE (v historickém úvodu k anglickému překladu PU, Londýn 1950), domnívá-li se, že Bolzano prostě na svou dřívější větu a) zapomněl.[5])

*

Konečně se zmiňuje Dr. J. Berg v kap. I, § 4 (str. 29, 30) o krátkém pojednání H. HORNICHA z Vídně,[6]) který v něm sděluje, že byl upozorněn prof. Dr. P. FUNKEM na rukopisnou pozůstalost Bolzanovu v Rakouské národní knihovně a speciálně na práci Bolzanovu, obsahující jedenáct rukopisných stránek: „*Geometrische Begriffe, die jeder kennt und nicht kennt. Versuch einer Erhebung derselben und deutliche Beweisssetzungen*".[7]) Tato práce dle jeho mínění obsahuje pojmy a věty, které se staly známými a všeobecně běžnými až pro pozdější generaci matematiků, částečně pod vlivem Cantorovy teorie množin. H. Hornich cituje z této práce *Jordanovu větu* uvedenou v ní bez důkazu v tomto znění:

Každá jednoduchá uzavřená křivka ležící v rovině dělí tuto rovinu ve dvě části, které se tím od sebe liší, že všechny body N, které na křivce neleží, leží buď na jedné straně nebo na opačné straně křivky.

*

Kap. VII jedná o *Bolzanově filosofii matematiky.* V § 1, Přirozená čísla, podotýká Dr. J. Berg, že ve Wissenschaftslehre je několik poznámek ukazujících, že Bolzano považoval přirozená čísla za pojem charakterizující množinu předmětů nebo za míru rozsahu (šířku) množiny. Rozvinutí teorie přirozených čísel je v GL. Vykládáme-li přitom abstrakci ve smyslu Fregově nebo Russellově, dostaneme teorii přirozených čísel těchto autorů. § 2, Reálná čísla, je zpracován v podstatě podle mých předběžných pojednání o teorii reálných čísel v Bolzanově rukopisné pozůstalosti.[8]) § 3 je věnován nekonečným množinám.

*

V díle jsou uveřejněny tři reprezentativní *portréty Bolzanovy*: Ve věku 25 let jako řádného profesora nauky náboženské. Kresba pochází od J. N. MADERA (1806) a mědirytinu zhotovil J. C. Draha. Portrét je uschován v Historickém muzeu ve Vídni. Je to první reprodukce tohoto portrétu. Dále podána reprodukce výřezu z malby olejem F. HORČIČKY (1824 nebo 1825) znázorňující Bolzana v polovině let čtyřicátých. Je to portrét vystihující podle mínění současníků nejlépe Bolzanovu podobu. Konečně uvedena reprodukce Bolzanova portrétu ve věku 58 let. Obraz maloval olejem H. HOLLPEIN (1839), reprodukce však zhotovena podle litografie J. KRIEHUBERA (z r. 1849).

Konečně obsahuje kniha Bergova velmi obsáhlou bibliografii a index vlastních jmen.

Karel Rychlík, Praha

A. Doneddu: LES BASES DE L'ANALYSE MATHÉMATIQUE MODERNE. Vydavatel Dunod, Paris 1963, XX — 372 stran, obr. 54; cena neudána.

Kniha pojednává o *vybudování pojmu čísla* na podkladě moderní algebry.

První část uvádí na 50 stranách aparát pojmů a vět, o něž se celý další výklad opírá. V první kapitole se jedná o množinách a množinových operacích, o binárních relacích a o uspořádání mno-

[5]) Mezi časem, kdy se Bolzano zabýval spisováním FL a PU uplynulo více než deset let.

[6]) H. HORNICH: Über eine Handschrift aus dem Nachlass von B. Bolzano, Anzeiger d. Math.-Naturw. Klasse d. Öster. Akad. d. Wiss. 1961, Nr. 2, str. 17 a 18.

[7]) Chystá se vydání této práce. (Dle pozn. Dr. J. Berga, str. 30.)

[8]) Vyšlo mezitím knižně (Praha 1962, nákl. ČSAV).

žiny. V druhé kapitole se zavádějí postupně pojmy: pologrupa, grupa, okruh, obor integrity, těleso a vektorový prostor; třetí kapitola je věnována pojmu zobrazení (funkce) a jeho vlastnostem.

Druhá část knihy se zabývá v 6 kapitolách vybudováním pojmu přirozeného čísla.*) Autor tu vychází celkem tradičně z Peanových axiomů, zavádí početní operace s přirozenými čísly, jejich uspořádání, zmiňuje se o číslech kardinálních i ordinálních, uvádí eukleidovský algoritmus, základní poznatky o dělitelnosti včetně zbytkových tříd a pojednává o z-adickém vyjádření přirozeného čísla.

Třetí část knihy obsahující 4 kapitoly je věnována nezáporným racionálním číslům. První kapitola pojednává o rovnosti zlomků a uspořádání racionálních čísel, druhá o početních výkonech s nimi. V třetí kapitole se zavádí pojem z-adických zlomků a rozvíjí se počítání s nimi, čtvrtá kapitola se zabývá aproximacemi nezáporného racionálního čísla z-adickými zlomky.

Čtvrtá část knihy pojednává ve 4 kapitolách o nezáporných reálných číslech. V prvních dvou kapitolách se tu zavádí reálné číslo pomocí aproximací z-adickými zlomky a probírají se početní operace s reálnými čísly. Třetí kapitola je věnována dosti obecnému výkladu o míře (v archimedovské pologrupě), čtvrtá kapitola obsahuje podrobný výklad o velikosti neorientovaného úhlu.

Pátá část, věnovaná tzv. relativním číslům, obsahuje opět čtyři kapitoly. V první kapitole se zavádějí opačná čísla k reálným číslům nezáporným a rozvíjejí se početní operace v tělese reálných čísel. Druhá kapitola je věnována mocnině reálného čísla s reálným exponentem. Zbývající dvě kapitoly této části jsou charakteru geometrického: v třetí kapitole se probírá zejména geometrie orientovaných úhlů, ve čtvrté elementy vektorové algebry a její užití v geometrii (trigonometrii).

Poslední šestá část knihy se zabývá ve dvou kapitolách komplexními čísly. Komplexní čísla se zavádějí adjunkcí imaginární jednotky k tělesu reálných čísel. Druhá kapitola šesté části je věnována geometrickým aplikacím; končí Moivre-ovou větou a řešením binomické rovnice.

Obsahem Donedduovy knihy je v podstatě (až na první část) tradiční látka; její předností však je, že její výklad je důsledně opřen o pojmy moderní algebry, které jsou zas naopak teoretickou aritmetikou bohatě ilustrovány. Při rozšiřování číselného oboru využívá kniha vydatně principu permanence. Zdařilé a originální jsou zejména geometrické kapitoly čtvrté části.

Přesto, že text je psán stylem stručným a že využívá dosti bohaté symboliky (kvantifikátory, množinová symbolika, relace atd.), je kniha přehledná, přístupná a dobře se čte. Je možné ji označit za vskutku moderní učebnici teoretické aritmetiky, vhodnou zejména pro ty učitele matematiky, kteří se chtějí seznámit s tradiční látkou z vyššího a modernějšího hlediska. Zkrátka, je to kniha jako stvořená pro postgraduální studium našich učitelů matematiky.

Pozornost zasluhuje i vtipná předmluva akademika A. Lichnerowicze, jejíž část pro její aktuálnost uvádíme v doslovném znění:

„Moderní matematické disciplíny mají od nynějška napříště své místo ve vyučování. Objevují se dokonce i v našem denním tisku a můžeme vidět, jak kolem nich propukají polemiky mezi novátory a otci rodin, kteří jsou bolestně dotčeni tím, že nerozumějí věcem, jež podle svého mínění znají. Jak to všechno vlastně je?

Není tomu dávno, co se vyučování matematice všude na světě skládalo z různorodých geologických vrstev, které nikdy nebyly ztaveny ohněm ducha. Jsou to: rozsáhlá vrstva geometrie obnovené po Řecích, ale zřídka dosahující přesnosti Eukleidovy; objemná vrstva algebry a nátěr analyzy — vše prodchnuté didaktikou klasického XVII. a XVIII. století. K tomu by se ještě mělo připojit používání elementárního vektorového aparátu, které se však rozvíjí velmi pomalu a které se až příliš často vydává za jakousi nadstavbu.

Tento stav věcí se právě nyní pronikavě mění. Matematické disciplíny, zvané „moderní", nemají v sobě — jak známo — nic obzvláště moderního a jejich hlavní aparát je starý asi sto let. Přece však díky jim se dopracovala matematika toho, že nalezla opět svou jednotu, vymezila svou přesnost, a podařilo se jí dosáhnout globálního pohledu na sebe samu. Tak se také stalo, že se matematika zaku-

*) A. Doneddu počítá nulu mezi přirozená čísla.

sovala čím dále tím hlouběji do reality a stala se cenným způsobem myšlení pro všechny, pro fyzika i inženýra, ale také pro ekonoma i sociologa.

Současná škola se nesnaží — jak se často myslí — uvést žáky do zázraků současné vědy — toho naprosto není schopná, ale chce je seznámit s tímto globálním pohledem, na který mají právo a který sám jim umožní bez bolestného přizpůsobování pokračovat dále a plně se účastnit kulturního života v nejrůznějších oborech.

Jde tu skutečně o veliký podnik, který je teprve v začátcích. Během dlouhých staletí pracovali bystří myslitelé na vymýcení didaktických obtíží, na sestavení těch tisíců myšlenkových problémů, jejichž řešení nebylo cílem samo o sobě, ale které jsou zcela jasně cvičením, cvičením v myšlení. Musíme se znovu pustit do této práce, ale ze zcela odlišného hlediska; a právě proto potřebujeme knihy nasycené zároveň teoretickou vědou i pedagogickými zkušenostmi našich nejlepších učitelů."

Jan Vyšín, Praha

Edgar Raymond Lorch: SPECTRAL THEORY. University Texts in the Matematical Sciences, New York-Oxford University Press 1962, stran 158, obr. 3.

Kniha obsahuje ucelený výklad spektrální teorie na poměrně málo stránkách. Přitom nepředpokládá u čtenáře předchozí znalost funkcionální analysy a začíná od definice lineárního prostoru. Z funkcionální analysy obsahuje pouze ty partie, které autor dále potřebuje k vybudování spektrální teorie. K cíli se snaží dospěti nejkratším způsobem. Ke spektrálnímu rozkladu samoadjungovaného operátoru dochází novým způsobem, a to přes operátor

$$K_{\lambda\mu}(m, n) = (2\pi i)^{-1} \cdot \int_C (\xi - \lambda)^m (\mu - \xi)^n R_\xi \, d\xi ,$$

kde C je uzavřená křivka v komplexní rovině jistých vlastností, protínající reálnou osu v bodech λ, μ; m, n jsou čísla přirozená a R_ξ je resolventa samoadjungovaného operátoru.

Kniha končí deseti příklady na probranou teorii; zde dospívá autor (vedle dalších cenných výsledků) také ke spektrální větě jinou cestou, a to použitím vět z poslední kapitoly o Banachových algebrách.

Kniha je napsána přehledně a je vhodná jako učebnice pro vyšší ročníky posluchačů matematiky a teoretické fysiky na universitě.

Pavel Čihák, Praha

H. Behnke, F. Sommer: THEORIE DER ANALYTISCHEN FUNKTIONEN EINER KOMPLEXEN VERÄNDERLICHEN. (Teorie analytických funkcí jedné komplexní proměnné.) 2. přepracované vydání. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1962. 603 strany, cena DM 79,—.

Kniha má sloužit dvojímu účelu. Je určena jednak studentům k podrobnému studiu teorie funkcí komplexní proměnné, jednak odborníkům s ukončeným matematickým vzděláním jako příručka k jednotlivým speciálním otázkám. Obsahuje látku v rozsahu od teorie komplexních čísel až po teorii funkcí na Riemannových plochách.

Látka je stejnoměrně rozdělena do šesti kapitol. V prvé kapitole je zavedeno těleso komplexních čísel a pojem uzavřené komplexní roviny, dále jsou probrány základy množinové topologie, komplexní funkce a jejich derivace, křivkové integrály a věty o mocninných řadách a o záměně limitních procesů. V druhé kapitole se dokazují některé základní věty o holomorfních funkcích, počínaje Cauchyovou větou a konče větou Vitaliovou. K této kapitole je připojen dodatek věnovaný harmonickým funkcím.

Třetí kapitola pojednává nejdříve o analytickém pokračování a Schwarzově principu symetrie, o singulárních bodech, Laurentově rozvoji a residuu. V dalších odstavcích jsou zkoumány normální třídy meromorfních funkcí, je dokázána Mittag-Lefflerova věta a věty příbuzné. Následují odstavce věnované různým typům aproximace holomorfních funkcí: aproximace polynomy a racionálními funkcemi, Fourierův rozvoj periodických holomorfních funkcí, aproximace pomocí lineárních kombinací ortogonálních funkcí a konečně asymptotické rozvoje.

Čtvrtá kapitola se zabývá základními principy konformních zobrazení. Speciální třídy konformních zobrazení (např. zobrazení oblastí na sebe a do sebe se samodružným bodem) jsou studovány s pomocí teorie grup transformací, jež je nejdříve probrána. Po důkazu Riemannovy věty je vyšetřováno chování zobrazovací funkce na hranici oblasti. Poslední odstavec je věnován obecným vlastnostem prostých funkcí a větám o deformaci.

Teoretickým vrcholem knihy jsou poslední dvě kapitoly, jež pojednávají o *Riemannových plochách*. Nejdříve je podána obecná definice Riemannovy plochy a na funkce definované na těchto plochách jsou přeneseny základní věty o analytických funkcích. Po teorii algebraických funkcí a křivek následuje teorie uniformisace. Za posledním odstavcem páté kapitoly, zabývajícím se vyjádřením některých transcendentních funkcí pomocí integrálů na Riemannových plochách, je připojen dodatek věnovaný topologii algebraických Riemannových ploch. V šesté kapitole jsou s pomocí aparátu teorie grup lineárních transformací zkoumány automorfní funkce, dále jsou zavedeny a studovány diferenciály, integrály a divisory na Riemannově ploše. Je dokázána Riemann-Rochova věta o divisorech na kompaktní Riemannově ploše a nakonec jsou zkoumány vlastnosti funkcí na kompaktních i nekompaktních Riemannových plochách.

Kniha je psána jasně a přesně. K jejímu studiu se předpokládá znalost infinitesimálního počtu v rozsahu základního universitního kursu. Bez důkazu je přijata pouze Jordanova věta a několik dalších základních vět topologického charakteru. Proti prvému vydání z roku 1955 má tato přepracovaná verse sevřenější charakter: nejdříve je vybudován obecný aparát (např. na začátku teorie Hausdorffových prostorů) a s jeho pomocí jsou potom studovány speciální partie. V místech, kde to vyžaduje názornost, je výklad doplněn příklady. Věty jsou zřetelně odlišeny od ostatního textu, což umožňuje snadnou orientaci. K jednotlivým odstavcům je připojen seznam literatury, mnohdy značně obsáhlý. Kniha tedy dobře splňuje oba účely, jak bylo záměrem autorů, a lze ji doporučit jak studentům, tak ostatním pracovníkům, kteří přicházejí do styku s teorií funkcí komplexní proměnné.

Hana Švecová, Praha

Miroslav Valach: STROJE POMÁHAJÍ MYSLET. NČSAV, Praha 1962, edice Cesta k vědění, 152 stran, 40 obr., cena Kčs 7,40.

Tato knížka je jednou z řady u nás vyšlých menších populárně vědeckých publikací, které se týkají matematických strojů a jejich použití. Liší se od nich poněkud tím, že sice čtenáře rovněž seznamuje s fysikálními principy počítačů, avšak pojednává v míře daleko větší, než tomu u podobných publikací bývá, i o *logice* konstrukce a práce počítačů.

Autor nejprve osvětluje pojem *modelování* a klasifikuje stroje na zpracování informací. Na příkladu mechanického diferenciálního analysátoru vysvětluje práci analogových strojů.

Daleko podrobněji než v jiné literatuře tohoto druhu se probírá *kódování* čísel; autor se zmiňuje i o kódu zbytkových tříd, různých typech dekadických kódů, takže čtenář poznává, že vedle běžné dvojkové soustavy se leckdy užívá ve strojích i jiných zajímavých zobrazení čísel. Podobně hlouběji vysvětluje i různé aritmetické principy, které se užívají při násobení a dělení na strojích.

V dalších odstavcích se pak probírá *logika práce* jednotlivých částí počítače a fysikální principy, na nichž jsou založeny. Výklad je doplněn jednoduchým příkladem programu. Nakonec autor vysvětluje základy sdílení času u počítačů a na řadě příkladů ukazuje, jak se počítače používají nejen v nejrůznějších vědních oborech, ale i v průmyslu, obchodu a dokonce i hudbě.

V knize je poněkud povrchně vysvětleno *programování*. Jednoduchý příklad programů se opírá o ne zcela typický počítač SAPO. O automatickém programování je jen velmi krátká zmínka, podle níž by čtenář mohl souditi, že při automatickém programování jde jen o pouhé sestavování předem připravených podprogramů. Hodnoty některých technických parametrů jsou zastaralé, např. kapacita ferritových pamětí o 1000 slovech se dnes již pokládá za nepoužitelně malou.

Kniha je napsána jasným, svěžím slohem, předpokládá (kromě odstavce o diferenciálním analysátoru, který je však možno vynechat) pouze středoškolské vzdělání a lze ji doporučit každému, kdo o oboru matematických strojů hledá první zběžnou informaci.

Jiří Raichl, Praha

Wacław Sierpiński: LICZBY TRÓJKĄTNE. Panstwowe zakłady wydawnictw szkolnych, Warszawa 1962, stran 68, obr. 2, cena 10,50 zł.

Trojúhelníkovým číslem t_n se nazývá číslo tvaru

$$t_n = \frac{n(n+1)}{2} .$$

Těmito čísly se již r. 1762 zabýval E. DE JONCOURT. Nová knížka W. Sierpińského podává přehled zajímavých elementárních otázek o číslech t_n. Vychází se zde i ze starších pramenů, ale zvláštní pozornost je věnována výsledkům poměrně nedávným — zejména pracím polských autorů (A. MĄKOVSKI, A. SCHINZEL, W. SIERPIŃSKI, K. ZARANKIEWICZ aj.).

Všimněme si trochu obsahu nové knížky. Najdeme tu věty o vyjádření přirozeného čísla rozdílem dvou čísel trojúhelníkových a bez důkazu je uvedena věta, že každé přirozené číslo lze vyjádřit jako součet nejvýše tří čísel trojúhelníkových. A. Schinzel vyslovil domněnku, že každé přirozené číslo (s výjimkou čísel 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 15, 20, 23, 33 a 78) lze vyjádřit jako součet dvou nebo tří různých čísel trojúhelníkových; to bylo prověřeno pro všechna přirozená čísla $m < 12\,500$. Tentýž autor dokázal, že každé dostatečně velké přirozené číslo je součtem tří různých trojúhelníkových čísel V dalším obsahu si knížka všímá vyjádření trojúhelníkového čísla součinem dvou trojúhelníkových čísel a pak ukazuje, že nekonečně mnoho čísel t_n je 2. mocninou přirozeného čísla. Také neurčitým rovnicím $t_x + t_y = t_z$, $t_x^2 + t_y^2 = t_z^2$ a $t_x^{-1} + t_y^{-1} = t_z^{-1}$ je věnována pozornost. Teorie kvadratických zbytků a nezbytků dává podnět k obdobnému zkoumání o zbytcích trojúhelníkových. Byla též zkoumána otázka, která z čísel Mersenneových a Fibonacciových jsou trojúhelníková, a bylo vyšetřováno rozložení čísel t_n mezi čísly přirozenými. Knížka končí paragrafem o číslech čtyřstěnových

$$T_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} .$$

Nemusíme jistě příliš zdůrazňovat, že výklad v tomto spisku je veden přesně, ale velmi přístupně. Naši čtenáři znají řadu předcházejících knížek W. Sierpińského a proto nepochybuji, že si rádi přečtou i tento jeho nový spis.

Jiří Sedláček, Praha

Richard Courant, Herbert Robbins: WAS IST MATHEMATIK? Springer-Verlag; Berlin-Göttingen-Heidelberg 1962 (z angličtiny do němčiny přeložila Iris Runge, upravili Arnold Kirsch a Brigitte Rellich), 400 stran, 287 obr., cena DM 36,—.

Kniha „What is Mathematics", jejíž první anglické vydání vyšlo r. 1941, není u nás neznámá. Nedávno vyšla totiž též polsky;*) v této recensi si všimneme vydání německého z roku 1962. Předmluvu k tomuto německému vydání napsal sám R. Courant. Dílo se obrací k velmi širokému okruhu čtenářů, kteří se setkávají s matematikou a chtějí získat lepší přehled o jejím dnešním stavu. Ačkoliv je výklad veden systematicky, souvisí spolu jednotlivé kapitoly poměrně volně. To jistě uvítá čtenář, který si z knihy chce vybrat ke studiu jen některé partie. Dílo má osm kapitol, jichž si nyní všimneme podrobněji.

*) „Co to jest matematyka", Warszawa 1962, II. vydání.

První kapitola se zabývá *přirozenými* čísly. Předpokládá se zde školská znalost přirozených čísel a dvou početních výkonů s nimi. Podrobněji si autoři všímají početních zákonů, jimiž se tyto výkony řídí, a pak seznamují čtenáře s počítáním v různých číselných soustavách (v desítkové, sedmičkové, dvojkové apod.). Podrobný je též výklad o matematické indukci, který se pak aplikuje na aritmetickou a geometrickou posloupnost a jiné otázky z elementární matematiky. Závěr první kapitoly je věnován teorii čísel (prvočísla, kongruence lineární a kvadratické, pytagorejská čísla a velká věta Fermatova, Eukleidův algoritmus).

Druhá kapitola je věnována dalším druhům čísel. Od čísla racionálního se přejde k číslu iracionálnímu a k *pojmu limity*. Reálných čísel se pak používá k popisu některých elementárních pojmů z analytické geometrie (rovnice přímky, kružnice, elipsy a hyperboly). Pak následuje matematická *analýza nekonečna* s výkladem o číslech kardinálních. Čísla komplexní, Moivreova věta a základní věta algebry tvoří zde též obsah jednoho paragrafu, načež se pozornost čtenáře obrátí k číslům algebraickým a transcendentním. Závěr kapitoly se týká boolovské algebry a jejích aplikací v matematické logice a v teorii pravděpodobnosti.

Geometrických konstrukcí a algebry *číselných těles* se týká kapitola třetí, která je rozdělena na dvě části. V první z nich se autoři zabývají zejména konstrukcemi pravítkem a kružítkem a najdeme tu též poznámky o zdvojení krychle, trisekci úhlu a kvadratuře kruhu. Druhá část kapitoly začíná výkladem o kruhové inversi a pak se pojedná o Mascheroniho konstrukcích, o kreslení mechanickými pomůckami a o kloubových mechanismech.

Čtvrtá kapitola je věnována *projektivní geometrii*, axiomatice a neeukleidovské geometrii. Je uvedena Desarguesova věta, definován dvojpoměr a zavedeny nevlastní body. Při vyšetřování kuželoseček si autoři všímají věty Pascalovy a Brianchonovy a věnují též pozornost plochám 2. stupně. V další části dává nám *neeukleidovská geometrie* možnost, abychom se seznámili s axiomatickou metodou. Doplněk kapitoly nás stručně uvádí do vícerozměrné geometrie.

Mnoho čtenářů bude jistě zajímat kapitola pátá, která je věnována *topologii*. Soudím tak podle toho, že zde vedle vlastního matematického výkladu najdeme i řadu zajímavých historických poznámek (historické odkazy lze ovšem v jisté míře najít i v ostatních kapitolách). Tato kapitola začíná Eulerovou větou o polyedrech, dále je uvedena Jordanova věta, historie o problému čtyř barev, věta o pevném bodě a je provedena topologická klasifikace ploch. Dodatek obsahuje důkaz věty, že pět barev stačí k obarvení každé mapy, důkaz Jordanovy věty a topologický důkaz základní věty algebry.

Šestá kapitola pojednává *o funkcích a limitách*. Po přístupně psaném úvodu si autoři všímají limity posloupnosti, čísel e a π a řetězových zlomků. V dalším se podává přesná definice spojitosti a jsou probrány některé vlastnosti spojitých funkcí (s aplikacemi v geometrii a mechanice). V doplňku lze najít některé příklady o spojitosti a limitě funkcí.

V sedmé kapitole se autoři zabývají *extremálními úlohami*. Vycházejí z elementární geometrie a dále se vyšetřují maxima a minima funkce pomocí derivace. (Přesnější rozbor pojmu derivace je však uveden až v závěrečné kapitole.) Schwarzova úloha o trojúhelníku s minimálním obvodem, který je vepsán do daného ostroúhlého trojúhelníka, a Steinerova úloha o hledání bodu, jenž má od daných tří bodů nejmenší součet vzdáleností, patří též do sedmé kapitoly. Na dalších stránkách se čtenář seznámí se základy variačního počtu. Kapitola končí popisem několika experimentů s mýdlovými bublinami, na nichž si můžeme názorně ukázat výsledky některých minimalisačních úloh.

Osmá kapitola je věnována *diferenciálnímu a integrálnímu počtu* a obsahuje řadu historických poznámek a příkladů. Vychází se zde z Riemannovy definice určitého integrálu, definuje se derivace a přihlíží se ke geometrickému a fysikálnímu významu zaváděných pojmů. V části věnované diferenciálním rovnicím se též věnuje pozornost aplikacím (radioaktivní rozpad, odvození Keplerových zákonů). Doplněk přináší odvození různých vzorců (např. vzorce pro ln (n!), Eulerovy formule pro e^{ix}) a seznamuje nás se statistickým vyšetřováním věty o rozložení prvočísel.

Výklad v celé knize je zpracován velmi přístupně, o čemž svědčí i řada cvičení u jednotlivých paragrafů. Pro pokročilejšího čtenáře připojili autoři v závěru knihy ještě 19 stran obtížnějších problémů. Doporučujeme tuto významnou knihu i naší čtenářské veřejnosti.

Jiří Sedláček, Praha

SBORNÍK PRO DĚJINY PŘÍRODNÍCH VĚD A TECHNIKY (Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum), VIII, Nakladatelství ČSAV, Praha 1963, 272 stran, 52 obrázků, cena brož. 32,— Kčs.

Osmý svazek Sborníku pro dějiny přírodních věd a techniky má dvě části. V části první nazvané „Články" je dějinám matematiky věnován příspěvek LUBOŠE NOVÉHO „O Kulikových tabulkách dělitelů". Autor si zde všímá Kulikovy pozůstalosti uložené ve Vídni a konstatuje, že jeho známé tabulky jsou nedokončeny a že již od 23. miliónu jsou v nich zaneseny nejmenší prvočinitelé jen některých čísel. Druhá část sborníku má název „Přípravné práce a materiály". Matematiky zde může zajímat příspěvek JOSEFA SMOLKY „Divišova korespondence s L. Eulerem a petrohradskou akademií" a rovněž česká bibliografie dějin přírodních věd, lékařství a techniky za rok 1961, kterou sestavila ANNA LEBEDOVÁ.

Jiří Sedláček, Praha

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

Dirk J. Struik: DĚJINY MATEMATIKY. Vyšlo v Malé moderní encyklopedii v Společnosti pro šíření politických a vědeckých znalostí jako svazek 43 v nakladatelství Orbis v Praze r. 1963. Stran 256, 16 stran příloh, cena brož. výt. Kčs 11,—.

Český překlad anglického originálu „A Concise History of Mathematics" pořídili pracovníci historického ústavu ČSAV LUBOŠ NOVÝ a JAROSLAV FOLTA, kteří pro naše čtenáře připojili na některých místech odstavce týkající se vývoje matematiky v našich zemích. Bohužel nejsou však tato místa v knize dosti nápadně odlišena. Výklady autora knihy ještě překladatelé doplnili poslední kapitolou s názvem „Hlavní období vývoje matematiky" (str. 204—224), obsahující přehled o předmětu matematického bádání, jak se měnil ve čtyřech historických obdobích, a knihu opatřili seznamem literatury o dějinách matematiky.

Recense německého resp. polského překladu knihy jsme už otiskly v Časopise pro pěstování matematiky v roč. *87* (1962) na str. 106.

Redakce