Jan Mařík

Mocninné řady s nezápornými nerostoucími koeficienty

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 89 (1964), No. 1, 102

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117485`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 89 (1964), Praha

RŮZNÉ

MOCNINNÉ ŘADY S NEZÁPORNÝMI NEROSTOUCÍMI KOEFICIENTY

JAN MAŘÍK, Praha

V článku „Elementární zobecnění Kakeyovy věty na mocninnou řadu" (Čas. pro pěst. mat., *88* (1963), 371–375) dokázal J. KADLEC tuto větu:

Nechť $\beta_0 \geqq \beta_1 \geqq \ldots \geqq 0$ *a nechť existuje index* j *takový, že* $\beta_{j-1} > \beta_j > \beta_{j+1}$. *Buď* z *komplexní,* $\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n z^n = 0$. *Potom* $|z| > 1$.

Stejnou metodou lze dokázat toto obecnější tvrzení:

Nechť $\beta_0 > 0$, $\beta_0 \geqq \beta_1 \geqq \ldots \geqq 0$; *buď* z *komplexní,* $|z| \leqq 1$. *Potom platí:*

I. *Číslo* 0 *je hromadným bodem posloupnosti částečných součtů řady* $\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n z^n$ *právě tehdy, když je* $|z| = 1$, $z \neq 1$ *a když nastane některý z těchto dvou případů:*

1. *Je* $\beta_0 = \beta_1 = \ldots$.

2. *Existuje takové celé* $q > 1$, *že* $z^q = 1$ *a že pro každé celé* m *je* $\beta_{mq} = \beta_{mq+1} = \ldots = \beta_{(m+1)q-1}$.

II. *Je* $\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n z^n = 0$ *právě tehdy, když* $\beta_n \to 0$, $z \neq 1$ *a když nastane případ* 2.