Časopis pro pěstování matematiky, roč. 87 (1962), Praha

RECENSE

M. Godefroy: MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES. SYNTHÈSE ÉLÉMENTAIRE (Obecná matematika. Elementární přehled). Vydalo nakladatelství Gauthier-Villars & Cie, Paříž 1961; 187 stran, cena 16 NF.

Cílem této nevelké knížky zřejmě bylo podati stručný přehled základních partií „vyšší" matematiky na úrovni odpovídající zhruba nejvyšším třídám francouzské střední školy. Obsahuje — jak se píše v anonci nakladatelství — „to podstatné, co je třeba znát ke studiu libovolné matematické discipliny".

Matematika je tu ovšem chápána po výtce klasicky, s mírnou převahou ve prospěch geometrie. Nasvědčuje tomu i obsah jednotlivých pěti kapitol, do nichž je kniha rozdělena.

První kapitola s názvem *Algebra* (my bychom řekli spíše Analysa) má 44 stran a obsahuje v podstatě úvod do základů matematické analysy, od pojmu iracionálního čísla přes pojmy limity, funkce, spojitosti, řady až k derivacím a integrálům, včetně základních vět, jako je věta Rolleova, věta o střední hodnotě, a Taylorova rozvoje.

Druhá kapitola — *Vektorová geometrie* (23 stran) — je věnována jednak výkladu základních pojmů geometrie ve vektorovém podání (orientace, vektory, lomené čáry a mnohoúhelníky, úhly), jednak (a to dosti podrobně) trigonometrii. Na to pak navazuje nejdelší (52 stran) třetí kapitola — *Analytická geometrie v rovině* — ve které jsou podány základní pojmy analytické a zčásti i diferenciální geometrie. Názvy jednotlivých paragrafů (Souřadnice, Přímka, Rovinné křivky, Kružnice, Goniometrické funkce, Inversní goniometrické funkce, Elipsa, Hyperbola, Parabola, Rovnice $r = p/(1 \pm e \cos v)$, Obsahy, Objemy, Křivost) svědčí dostatečně o obsahu této kapitoly. Další, čtvrtá kapitola — *Analytická geometrie v prostoru* (20 stran) — tvoří logické pokračování kapitoly předchozí (Souřadnice, Rovina, Přímka, Křivky, Křivost).

Knihu pak uzavírá pátá kapitola nazvaná *Mechanika* (32 stran). V ní jsou vyloženy pojmy jako: pohyb, dráha, rychlost, zrychlení, síla, setrvačnost, gravitace atp.

Na výběr látky měl nesporně vliv učební program francouzských středních škol. Přesto by knížka mohla být zajímavá a užitečná i pro českého čtenáře, kdyby však nebyla postižena dosti závažnými nedostatky ve zpracování. Autor sice v předmluvě píše, že jeho myšlenky ovládala „starost o dokonalou přesnost spolu se snahou o vyloučení všech abstraktních spekulací bez praktické užitečnosti", zdá se však, že tato druhá snaha převládla víc, než bylo zdrávo. Výklad je bezesporu jasný a přehledný, avšak co se týče „dokonalé přesnosti", jsme většinou zvyklí klásti na ni poněkud vyšší nároky. Autor totiž soustavně zanedbává právě všechny ty zdánlivé maličkosti, které onu dokonalou přesnost tvoří, všechny ty detaily, „singulární případy", jejichž postižení vyžaduje exaktní úvahy, a zůstává tak jen u jakéhosi „matematického přírodopisu", který se zajímá jen o „obecný případ" pojmu či tvrzení. Bylo by možno uvésti zde dlouhou řadu konkretních příkladů, avšak celkový význam této knížky, která v ČSSR existuje — jak se zdá — v jediném exempláři, neodpovídá tak důkladnému zkoumání. K této bezstarostnosti v úvahách se nadto ještě připojují některé nepříliš vhodně zvolené formulace i označení (např. soustavné značení $\lim f(x)$ pro $x = x_0$ nebo definice spojitosti nezávisle proměnné apod.).

Nelze tedy rozhodně knihu doporučit k tomu, aby se kdokoliv podle ní matematice s o u s t a v n ě učil. Českému čtenáři, který příslušné partie již zná, může však kniha dosti dobře posloužit k tomu, aby se seznámil se základní francouzskou matematickou terminologií a frazeologií a v jistém smyslu i se specificky francouzským pojetím. Po čistě věcné stránce by snad mohly zaujmout některé přibližné vzorce, zejména trigonometrické.

Kniha je vzorně vypravena a vytištěna s pečlivostí, jež by si zasloužila hodnotnějšího objektu.

František Zítek, Praha

Wolfgang Franz: TOPOLOGIE. I. ALLGEMEINE TOPOLOGIE. Vydáno v Berlíně 1960 v edici Sammlung Göschen, svazek 1181; 144 stran, cena DM 3,60. Navazuje na něj svazek 1182 téhož autora, Algebraische Topologie.

Kniha obsahuje výklad některých partií obecné topologie, dnes již vesměs klasických. Autor předpokládá u čtenáře určité znalosti z analysy, algebry i geometrie, které lze nabýti v prvních dvou letech studia na vysoké škole. Na druhé straně je, až na některé výjimky, výklad velmi podrobný a jsou v něm detailně vypsány i zcela jednoduché úvahy. Kniha je vhodná pro posluchače vyšších ročníků vysoké školy, kteří již mají potřebné znalosti z jiných partií matematiky a chtějí získat základní poznatky z topologie. Vhodný k tomu účelu je též způsob, jakým autor přivádí čtenáře k pojmům, s nimiž se pracuje. Definicím zhusta předchází úvaha ukazující, jak se k určitému pojmu došlo, co vede k jeho definici.

Při výběru látky stál patrně autor před velmi těžkým problémem. Úkol podat čtenáři elementárním způsobem v poměrně malé knize ucelený pohled do topologie stál autora jistě mnoho přemýšlení. Domnívám se, že se tohoto úkolu zhostil pěkně, i když pochopitelně zůstala stranou celá důležitá odvětví topologie, o kterých není v knize ani zmínka (nebo skutečně jen zmínka).

Kniha je rozdělena do čtyř částí. V první části podává autor ve třech kapitolách nejzákladnější *pojmy obecné topologie*. Abstrahováním z konkrétních příkladů získává definici topologického prostoru. Velkou pozornost věnuje různým způsobům zavedení topologie (pomocí okolí, vnitřku, resp. otevřených množin) a situaci rozebírá velmi pečlivě a precisně, snad i poněkud na úkor přehlednosti. Dále zavádí pojem podprostoru, topologického součinu konečně mnoha prostorů, base, jemnější a hrubší topologie a odvozuje jednoduché důsledky těchto definic. Ve stručné poznámce se zmiňuje i o kvocientovém prostoru a topologickém součinu libovolného počtu prostorů. V této části jsou pak ve druhé kapitole zavedeny i pojmy husté a souvislé podmnožiny.

Ve druhé části knihy, obsahující kapitolu 4 a 5 a nazvané *speciální třídy prostorů*, autor přidává k obecné definici topologického prostoru další axiomy a odvozuje z nich jednoduché důsledky. V kapitole 4 uvažuje oddělovací axiomy, z nichž vybral jen Hausdorffův axiom, regularitu a normalitu. Kromě zcela jednoduchých vlastností těchto prostorů (např. dědičnost regularity) dokazuje v § 15 o normálních prostorech běžným způsobem Urysohnovo lemma. V kapitole 5 probírá kompaktní prostory, které definuje jako Hausdorffovy a mající příslušnou pokrývací vlastnost (z každého otevřeného pokrytí lze vybrat konečné). Dokazuje jejich absolutní H-uzavřenost a řadu dalších známých a používaných vlastností. Definuje též lokálně kompaktní prostor a dokazuje větu o jeho vnoření do kompaktního prostoru.

V třetí části knihy (kapitola 6—8) se autor podrobněji zabývá *metrickými prostory*. Zavádí pojem úplnosti, omezenosti a totální omezenosti a vyjasňuje vztahy mezi nimi. Je vyslovena věta o vnoření metrického prostoru jako husté části do úplného metrického prostoru a naznačen způsob důkazu. Dále si autor blíže všímá kompaktů (kompaktních metrických prostorů) a odvozuje řadu vět, potřebných v další části v úvahách o dimensi. Dokazuje mimo jiné, že množina všech spojitých zobrazení kompaktu do úplného metrického prostoru s metrikou definovanou obvyklým způsobem tvoří úplný metrický prostor. Na závěr této části uvádí s úplným důkazem Bing-Smirnov-Nagatovu metrizační větu.

Ve čtvrté a poslední části knihy (kapitola 9 a 10) je předmětem studia *dimense* topologického prostoru. V kapitole 9 zavádějí se pojmy, potřebné ve zbytku knihy a pro další svazek o algebraické topologii. Je definován simplex a jeho algebraická dimense, komplex, polyedr a jsou uvedeny o nich základní poznatky. Teprve v kapitole 10 autor vyšetřuje dimensi. Uvádí pouze definici dimense pomocí pokrytí a pro kompakty. Dokazuje, že každý O-dimensionální kompakt bez isolovaných bodů je homeomorfní s Cantorovým diskontinuem. Pomocí Spernerova lemmatu dokazuje pro simplex rovnost algebraické a pokrývací dimense. Pomocí pojmu nervu pokrytí a vět z třetí části knihy dokazuje větu o vnoření n-dimensionálního kompaktu do $(2n + 1)$-dimensionálního eukleidovského prostoru.

Kniha byla vypracována s velkou pečlivostí a jen velmi zřídka se v ní vyskytnou různá drobná nedopatření (např. nejednotnost v užívání znaků $+$ a $\bigcup$ pro sjednocení množin, na str. 118 je $\varkappa$ místo K, na str. 72 je k důkazu užito věty teprve později dokázané, ač se tomu lze snadno vyhnout.

Text je doplněn občas vhodnými poznámkami o tom, kdo kterou větu dokázal, kde byla prvně určitá věc vyšetřována a poznámkami o terminologii. Kniha obsahuje 9 obrázků, z nichž některé skutečně vhodně text ilustrují (např. obr. 8), ale přínos jiných (např. obr. 1, 3) je pochybný. Seznam použité literatury uvedený v úvodu může sloužit čtenáři jako vodítko pro případ, že by se chtěl zabývat topologií hlouběji. Vcelku možno říci, že Franzova kniha je dobrou studijní příručkou pro posluchače vyšších ročníků.

Věra Trnková, Praha

Wacław Sierpiński: CO WIEMY A CZEGO NIE WIEMY O LICZBACH PIERWSZYCH. Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1961, vyd. 1, výt. 5240, str. 80, cena zl. 11,50.

Nová knížka prof. W. Sierpińského se obrací k velmi širokému okruhu čtenářů, kteří se tu přístupným způsobem dovědí mnoho zajímavého z číselné teorie. Jak známo, vyznačuje se tento obor matematiky tím, že často i naprostý laik se tu může seznámit s nejnovějšími vědeckými výsledky, i když proces dedukce, jímž se k výsledkům došlo, je velmi složitý a laiku nepřístupný.

Je velmi obtížné, abychom v této stručné recensi vybrali ze zajímavého a rozmanitého obsahu Sierpińského knížky právě to nejzajímavější. Budu trochu jednostranný a všimnu si zde jen údajů o tom, kam až došlo současné bádání o velikých prvočíslech.

Největší dnes známé prvočíslo je *Mersennovo číslo* $M_{3217} = 2^{3217} - 1$, které má v desítkové soustavě 969 číslic. Toto prvočíslo bylo určeno r. 1957 na švédském elektronkovém stroji BESK a výsledek byl publikován r. 1958. Zajímavý je též údaj o soustavných tabulkách prvočísel: Nejobsáhlejší tabulky zpracovali C. L. BAKER a F. J. GRUENBERGER a vydali je r. 1959 jako mikrofilm. Jejich tabulky obsahují 6 000 000 prvočísel a končí prvočíslem $p_{6\,000\,000} = 104\,395\,301$. Je tedy vidět, že moderní technické metody zasahují i do teorie čísel.

Závěrem bych chtěl novou Sierpińského publikaci doporučit všem našim studentům.

Jiří Sedláček, Praha

Günther Asser: EINFÜHRUNG IN DIE MATHEMATISCHE LOGIK. Teil I, Aussagenlogik. Teubner, Leipzig, 1959, 184 str.

První díl chystaného třídílného úvodu do matematické logiky je věnován klasickému dvouhodnotovému výrokovému počtu. (Druhý díl má obsahovat predikátový počet prvního stupně, třetí díl logiku vyšších typů.) Autor se v předmluvě otevřeně hlásí k tzv. „Berlínské škole“. Výrokový počet je zde podán především jako formalismus, sloužící k vybudování teorie dvouhodnotových funkcí. Vlastní logická problematika přitom ustupuje do pozadí, příklady konkrétních matematických teorií nejsou uváděny. Charakteristické je též to, že algebraická struktura výrokové logiky zůstává úplně stranou (např. o Booleově algebře není zde ani zmínka). Při těchto omezeních je však knížka napsána velmi důsledně a přes nevelký rozsah obsahuje ve svých dvanácti paragrafech všechna základní fakta, vížící se jak k sémantické, tak syntaktické formulaci výrokové logiky, a navíc je tu ještě značně podrobný výklad základních pojmů tzv. metodologie deduktivních systémů. Výklad je nadmíru pečlivý, místy snad až příliš vzhledem k tomu, že použité matematické prostředky jsou v podstatě pouze matematická indukce a elementární množinové operace.

V § 1 jsou zavedeny základní *výrokové spojky* a *výrokové* resp. *pravdivostní funkce* a je podána jejich extensionální charakterizace. — § 2 obsahuje popis *syntaxe výrokového počtu*. Je definován pojem (správně utvořeného) výrazu a je udán algoritmus jak poznat, že posloupnost symbolů je výrazem. Totéž je provedeno pro případ Łukasiewiczovy bezzávorkové symboliky. Základními spojkami jsou v celé knize non, et, vel, implikace a ekvivalence. — V § 3 je zaveden pojem *simultánního vyhodnocení* všech spočetně mnoha výrokových proměnných (Belegung) a pomocí něho je definována logická hodnota výrazu a je stanoveno, kdy výraz je splnitelný, identicky pravdivý, kontradiktorický, neutrální. V souvislosti s tím je diskutováno pravidlo odloučení (modus ponens) a operace obyčejné i simultánní substituce. — § 4 je věnován *sémantické ekvivalenci* výrazů. Je uvedena řada formulí, které vyjadřují sémantickou ekvivalenci dvou výrazů a které teprve umožňují ve výrokové logice skutečné „počítání", jakož i odvozovacích pravidel (Schlussregel), pomocí nichž lze z identické pravdivosti jednoho výrazu soudit na identickou pravdivost druhého. Závěrem je dokázána věta o dualitě. — § 5 obsahuje podrobný výklad teorie *konjunktivních a alternativních normálních forem*, sémanticky ekvivalentních s daným výrazem. Výstižná je autorova poznámka o tom, že intuitivní význam složitějších výrazů je náležitě jasný teprve tehdy, jestliže symbol negace stojí pouze před výrokovými proměnnými (verneinungstechnische Normalform). Kanonická normální forma (tj. taková, že každý její člen obsahuje právě jednou všechny proměnné resp. jejich negace) se používá k důkazu toho, že každou *n*-argumentovou pravdivostní funkci lze representovat nějakým výrazem výrokové logiky. Dále je zde zmínka o užití normálních forem pro popis činnosti serioparalelních kontaktních schémat. (Toto téma tvoří výjimku z celkové koncepce knížky, která aplikace výrokové logiky ponechává zcela stranou.) — § 6 je přípravou pro induktivní definici množiny všech identicky pravdivých formulí, která je podána v následujícím paragrafu. Je definován syntaktický pojem formální odvoditelnosti, a to jednak s použitím pravidla odloučení (relace *Abla*), jednak s použitím operace substituce (relace *Able*), a konečně s použitím obou (relace *Abl*; ta je v dalším základní). Ve všech třech případech má operace přiřazující množině výrazů množinu všech z ní odvoditelných výrazů tři základní vlastnosti topologického uzávěru a kromě toho každý odvoditelný výraz lze odvodit už z konečně mnoha výrazů původní množiny (Endlichkeitssatz). Pro odvoditelnost *Abl* je dokázáno, že všechny substituce lze provést předem. — V § 7 je uveden *axiomatický systém výrokové logiky*. Až na jednu výjimku je totožný se systémem Hilbert-Bernaysovým, má 15 axiomů a obsahuje všech pět základních výrokých spojek. 25 stránek tohoto paragrafu je věnováno především přípravě a důkazu (sémantické) úplnosti tohoto systému. Jsou podány dva důkazy, opírající se jednak o důkaz Postův, jednak Wajsbergův. — Následující § 8 obsahuje (s omezením na výrokový počet) úvod do tzv. *metodologie deduktivních systémů*, kterou vypracoval v třicátých letech Tarski. Je definován pojem (konečně) axiomatizovatelné teorie a dále tři varianty pojmu bezespornosti a úplnosti. Rozhodující význam pro výrokovou logiku má však přitom pouze sémantická a syntaktická varianta. Jsou diskutovány vztahy mezi těmito pojmy a je dokázána Lindenbaumova věta o možnosti rozšířit každou syntakticky (sémanticky) bezespornou množinu výrazů v syntakticky (sémanticky) bezespornou a úplnou a navíc deduktivně uzavřenou množinu. Důkaz je veden paralelně pro obě znění, i když sémantická varianta je triviální, neboť jediná sémanticky úplná a sémanticky bezesporná množina je množina všech identicky pravdivých výrazů. Syntaktická varianta Lindenbaumovy věty je pak zobecněna a toto zobecnění platí i pro případ odvozovací relace *Abla*. Pro tuto relaci je pak (s jistým omezením) dokázána *věta o dedukci*. Závěrem jsou podány dva nové důkazy úplnosti výrokové logiky, tj. sémantické úplnosti množiny axiomů z § 7 (jeden z nich je známý důkaz Kalmárův). — Další § 9 je věnován pojmu *nezávislosti*. Je zde zmínka i o tzv. ordinální nezávislosti, tj. nezávislosti vůči určitému dobrému uspořádání uvažované množiny výrazů. Hlavní prostředek při důkazech nezávislosti je pojem logické matice. Je dokázána Lindenbaumova věta o existenci adekvátní normální matice s nejvýš spočetnou množinou hodnot pro každou množinu výrazů a její specializace na případ, že se užívá odvozovací relace *Able*. Důsledkem je tzv. sémantická charakterizace odvozovací relace *Abla* a *Able*. Té je užito k důkazu nezávislosti axiomatického systému z § 7. Konečně je zde zmínka o zobecnění pojmu logické matice a jeho použití na různé fragmenty výrokové logiky, vícehodnotovou logiku atd. — § 10 je věnován úplnému řešení otázky, které z pěti základních výrokových funkcí lze sémanticky definovat pomocí všech možných kombinací ostatních. — V dalším § 11 je především podána varianta Gentzenova systému tzv. *přirozeného usuzování*, ve kterém se neužívá axiomů, nýbrž pouze odvozovacích pravidel (např. jedno z nich odpovídá větě o dedukci). Jsou uvedeny vlastnosti odpovídající relace „přirozené odvoditelnosti" a je dokázáno, že z prázdné množiny lze odvodit právě všechny identicky pravdivé výrazy. Kromě toho je dokázána jedna z nejdůležitějších vět výrokové logiky, ze které vlastně teprve plyne význam identicky pravdivých výrazů pro formální odvozování v konkrétních matematických teoriích: *Výraz A je přirozeně odvoditelný z množiny výrazů X právě tehdy, jestliže existuje konečná množina* $Y \subset X$ *taková, že je identicky pravdivá implikace, jejíž přední člen je konjunkce výrazů z Y a zadní člen je výraz A.* Zbývající část paragrafu je věnována sémantickému pojmu důsledku, který pochází od Tarskiho a opírá se o definici (výrokového) modelu množiny výrazů. Jsou uvedeny nejdůležitější vlastnosti modelů a je dokázáno, že množiny přirozených a sémantických důsledků dané množiny jsou totožné. Za zmínku též stojí zde uvedená sémantická charakterizace odvozovací relace *Abla*, kterou podal Thiele. — Závěrečný § 12 je věnován obecnému pojmu *formálního kalkulu*, jehož výrazy jsou chápány jako prvky volné pologrupy, vytvořené pomocí operace zřetězení z generátorů, jimiž jsou libovolné symboly. Je zde též zmínka o tom, že na takový kalkul lze přenést pojmy syntaktické a sémantické bezespornosti apod.

Z podaného přehledu je jasné, že přes elementárnost použitých matematických prostředků nejde o nějaký nenáročný úvod, nýbrž o knížku určenou vážnému zájemci o matematickou logiku. Je však třeba říci, že autor vyžaduje od čtenáře (zvláště začátečníka) značnou trpělivost a víru ve smysl celého počínání a po stránce heuristické mu vychází vstříc minimálně. Kniha omezující se na výrokový počet znamená ovšem vždy jisté provisorium, jestliže konečným cílem má být abstraktní popis pojmové a deduktivní struktury konkrétních matematických teorií, neboť ten se neobejde bez predikátové logiky; v tom smyslu je třeba pro posouzení celého díla vyčkat dalších svazků. Nicméně nedostatek materiálu, na kterém by byl ilustrován proces matematické dedukce, bude čtenář jinak pěkné knížky už teď výrazně pociťovat. Konečně je možno mít ještě jednu výhradu, a to k celkové koncepci. V knize zřetelně vystupuje do popředí otázka induktivní definice množiny identicky pravdivých formulí a v souvislosti s tím odvozovací relace *Abl*. Ta však ve skutečnosti není adekvátní pojmu (logického) důsledku dané množiny vět (s omezením na výrokový počet), protože do její definice není zahrnuto použití logických axiomů. Teprve v § 11 dostáváme v přirozeném a sémantickém důsledku adekvátní pojmy; způsob jejich zavedení však nikterak nedává vyniknout jejich primárnímu logickému významu. Tak výrazné odsouvání logické problematiky do pozadí nemůže patrně přinést výhodu čtenáři, kterému jde o porozumění vlastnímu smyslu matematické logiky; ten si bude muset fakta v knize obsažená ještě doplnit vhodnou interpretací odjinud.

Kniha je pěkně vytištěna, pouze na str. 29 dole a na podobných místech způsobuje úspora závorek nepřehlednost. Na str. 121 řádek 8 zdola má být p_i *aus H* místo *aus* $p_i H$.

Jiří Bečvář, Liberec

Alexander Dinghas, o. Prof. a. d. Freien Universität Berlin: MINKOWSKISCHE SUMMEN UND INTEGRALE — SUPERADDITIVE MENGENFUNKTIONALE — ISOPERIMETRISCHE UNGLEICHUNGEN. Mémorial des sciences mathématiques fasc. CXLIX, Paris, Gauthier-Villars & Cie, 1961, 101 s.

Recensovaná knížka je patrně první německy psanou studií ve známé francouzské knižnici „Mémorial...“. Seznamuje čtenáře s problematikou mající kořeny v klasické teorii konvexních těles u Brunna a Minkowskiho, jež se po Lusternikově objevu rozvinula v řadě moderních prací (z nichž mnohé patří autoru knihy) studujících obecné nekonvexní množiny. Všimněme si nejprve alespoň ilustrativně obsahu čtyř kapitol, do nichž je knížka rozdělena.

V první kapitole jsou zavedeny některé potřebné pojmy a dokázány později používané nerovnosti; dále je zde definováno tzv. Brunn-Minkowskiho zobrazení a s jeho pomocí je dokázána Brunn-Minkowskiho věta. Ústředním pojmem celého výkladu je pojem superaditivního funkcionálu. Uveďme ho pro speciální případ funkcionálu definovaného na systému podmnožin n-rozměrného euklidovského prostoru E^n. Umluvme se, že sčítání bodů prostoru E^n a jejich násobení reálným číslem budeme vždy chápat obvyklým způsobem (po souřadnicích). Jsou-li A, B podmnožiny v E^n, pak definujeme $A + B = \{z; z = x + y, x \in A, y \in B\}$; je-li ještě λ reálné číslo, položíme $\lambda A = \{z; z = \lambda x, x \in A\}$. Buď nyní $\mathfrak{X}$ systém neprázdných podmnožin v E^n, jenž s každými dvěma elementy A, B obsahuje i $A + B$ a buď Φ nezáporný funkcionál na $\mathfrak{X}$. Řekneme, že Φ je superaditivní v užším smyslu (dále krátce: superaditivní), jestliže $\Phi(A + B) \geqq \Phi(A) + \Phi(B)$, kdykoli $A, B \in \mathfrak{X}$. Důležitý příklad superaditivního funkcionálu je odvozen z tzv. Steinerových koeficientů. Je-li $A \subset E^n$ omezená konvexní množina, S jednotková koule v E^n a značí-li $|M|$ objem množiny M, pak pro $h \geqq 0$ platí Steinerův vzorec

$$|A + hS| = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} V_{n-k}(A)\, h^k ,$$

přičemž každý Steinerův-koeficient $V_i(A)$ je homogenní funkcí i-tého stupně vzhledem k transformaci $A \to hA$. Podle známého výsledku spjatého se jmény Fenchela a A. D. Aleksandrova je každý funkcionál $[V_i(A)]^{1/i}$, pokud ho uvažujeme na systému konvexních těles A (tj. kompaktních konvexních množin o neprázdném vnitřku), superaditivním funkcionálem. Protože $V_n(A) = |A|$, plyne odtud jako speciální případ Brunn-Minkowskiho věta tvrdící, že $|A|^{1/n}$ je superaditivním funkcionálem na systému konvexních těles $A \subset E^n$. Důležitým rozšířením právě uvedeného tvrzení mimo obor konvexních těles je následující výsledek Lusternikův:

Značí-li symbol L_* vnitřní Lebesgueovu míru, pak

$$(*) \qquad \mathsf{L}_*(A + B)^{1/n} \geqq \mathsf{L}_*(A)^{1/n} + \mathsf{L}_*(B)^{1/n}$$

pro libovolné množiny $A, B \subset E^n$.

Okruh otázek souvisísích s Lusternikovou větou je předmětem výkladu druhé kapitoly. Je zde vyložen Henstock-Macbeathův důkaz ostré formulace Lusternikovy nerovnosti (*), jakož i vyšetřování těchže autorů o struktuře měřitelných množin A, B kladné konečné míry, pro něž nastává znamení rovnosti v (*) (pro měřitelné množiny A, B je ovšem vpravo v (*) zbytečné mluvit o vnitřní míře; naproti tomu vlevo je nutno ponechat symbol L_*, neboť z měřitelnosti množin A, B nelze usuzovat na měřitelnost množiny $A + B$). Přitom je podtržen význam, který v těchto vyšetřováních hraje klasická metoda Brunn-Minkowskiho zobrazení (původně aplikovaná jen na konvexní množiny), jež byla vyložena v první kapitole. Ke konci kapitoly jsou ještě stručně naznačena některá zobecnění Lusternikovy věty, patřící autoru knihy.

Třetí kapitola je v podstatě věnována metodě symetrisace a isoperimetrickým nerovnostem. Objasněme nejprve pojem elementární symetrisace. Nechť k, j jsou přirozená čísla, $k + j = n$. Umluvme se, že body z E^n budeme psát ve tvaru $[x, y]$, kde $x \in E^k$, $y \in E^j$ a pro $M \subset E^n$ a $x \in E^k$ položme

$$M^{x,*} = \{y; y \in E^j, [x, y] \in M\} .$$

Je-li $M = \emptyset$, položme $S_x = \emptyset$; v opačném případě označme symbolem S_x množinu všech bodů tvaru $[x, y]$, kde y probíhá uzavřenou j-rozměrnou kouli o středu v počátku a objemu rovném vnější j-rozměrné míře množiny $M^{x,*}$. Elementární symetrisací T^k se nyní rozumí zobrazení, které každé množině $M \subset E^n$ přiřazuje množinu

$$\mathrm{T}^k M = \bigcup_{x \in E^k} S_x .$$

Při specielní volbě $k = n - 1$ představuje tato transformace klasickou Steinerovu symetrisaci množiny M vzhledem k nadrovině $x_n = 0$. Význam metody symetrisace je demonstrován na aplikaci opakované Steinerovy symetrisace při řešení následujícího problému, úzce souvisícího se známou isoperimetrickou vlastností koule:

Buď $V > 0$ a buď C_V systém všech kompaktních podmnožin v E^n o míře rovné V. Pro $A \subset E^n$ a $h > 0$ pišme $A^h = \{z; z = x + y, x \in A, |y| < h\}$ a symbolem S označme n-rozměrnou kouli ze systému C_V. Jest dokázati, že

$$|S^h| = \inf \{|A^h|; A \in C_V\} .$$

Dále je stručně naznačeno Hadwigerovo užití metod symetrisace na jeden speciální případ Lusternikovy věty. Dosti místa je věnováno výkladu obtížných autorových vyšetřování Minkowskiho relativního povrchu

$$\mathbf{M}(A \mid B) = n^{-1} \liminf_{h \to 0+} h^{-1} [\mathsf{L}_*(A + hB) - \mathsf{L}_*(A)] \; (A, B \subset E^n) ,$$

pro nějž platí nerovnost

$$(^{**}) \qquad \mathbf{M}(A \mid B) \geqq \mathsf{L}_*(A)^{1-1/n} . \mathsf{L}_*(B)^{1/n} ;$$

jde o to vyšetřit, pro které dvojice A, B z dostatečně široké třídy množin nastává rovnost v (**). Závěrem kapitoly jsou naznačeny možnosti přenesení výše vyložených metod a výsledků z prostoru E^n na Riemannův prostor

$$R^n = \{x = [x_1, \ldots, x_{n+1}] \in E^{n+1}; x_1^2 + \ldots + x_n^2 + K^{-1} . x_{n+1} = K^{-1}\} \quad (K \neq 0) .$$

Čtvrtá kapitola není rozsáhlá. Zatím co předchozí výklad byl v podstatě věnován různým otázkám souvisícím s „diskrétními" Minkowskiho součty, stává se zde ústředním pojmem jejich „spojité" zobecnění, totiž pojem Riemann-Minkowskiho integrálu funkce s hodnotami v daném systému podmnožin prostoru E^n. Zůstaňme u specielního případu funkce $A(\lambda)$ definované na intervalu $0 \leqq \lambda \leqq 1$, jejímiž hodnotami jsou neprázdné uzavřené konvexní množiny vesměs obsažené v pevné krychli. Pro každou volbu dělení $0 = \lambda_0 < \ldots < \lambda_m = 1$ a bodů $\zeta_i \in \langle \lambda_{1-1}, \lambda_i \rangle$ $(1 \leqq i \leqq m)$ je možno utvořit Riemann-Minkowskiho součet

$$\sum_{i=1}^{m} (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \, A(\zeta_i)$$

a ptát se, zda tyto součty nezávisle na volbě bodů $\zeta_i \in \langle \lambda_{i-1}, \lambda_i \rangle$ konvergují k nějaké neprázdné uzavřené množině A (která se pak značí symbolem $\int_0^1 \mathrm{d}\lambda \, A_\lambda$), když $\max_{1 \leqq i \leqq m} (\lambda_i - \lambda_{i-1})$ konverguje k 0; přitom konvergence množin je odvozena z obvyklé metriky

$$|A, B| = \max \{\sup_{x \in A} (\inf_{y \in B} |x - y|), \sup_{y \in B} (\inf_{x \in A} |x - y|)\} .$$

(Za uvedených předpokladů je postačující podmínkou pro existenci $\int_0^1 \mathrm{d}\lambda \, A_\lambda$ např. spojitost funkce $A(\lambda)$ na $0 \leqq \lambda \leqq 1$.) Zavedení pojmu Riemann-Minkowskiho integrálu umožňuje dokázat za příslušných předpokladů Dinghasovu nerovnost

$$\left|\int_0^1 \mathrm{d}\lambda \, A_\lambda\right|^{1/n} \geqq \int_0^1 |A_\lambda|^{1/n} \, \mathrm{d}\lambda ,$$

jež je spojitým zobecněním Brunn-Minkowskiho věty. Autoru patří též vyčerpávající diskuse znaménka rovnosti v právě uvedené nerovnosti, jež je v knize pouze načrtnuta v hlavních rysech. Závěr kapitoly tvoří obecný přehled okruhu problémů souvisících s obsahem knížky, spojený s některými dalšími bibliografickými a historickými údaji.

Tiskových chyb není v knize mnoho a čtenář si je sám snadno opraví; např. na str. 20, ř. 7 shora má být

$$\mathbf{M}_r(x) = (x_1^r + \ldots + x_n^r)^{1/r} .$$

Čtenářovu práci by usnadnilo zařazení rejstříku používaných symbolů; většiny z nich se totiž užívá průběžně v celé knížce zpravidla bez odvolání na místo, kde byly definovány. Malý objem knihy zřejmě donutil autora, aby upustil od systematického výkladu. Zatím co některé výsledky jsou dokázány podrobně, jiné jsou vysloveny bez důkazu a mnohé jsou doloženy pouze náčrtem hlavních momentů důkazu. Autorovi se tímto způsobem podařilo zachytit na nemnoha stránkách značné množství faktů a dobře osvětlit dosah některých základních metod. Specialista zajímající se o dotčené otázky metrické teorie množin nalezne v knížce mnoho poznatků doložených cennou bibliografií, zahrnující většinou zcela moderní práce.

Josef Král, Praha

Siegfried Kästner: VEKTOREN, TENSOREN, SPINOREN. Akademie-Verlag Berlin, 1960, 1. vyd., 308 str., 27 obr., cena (v ČSSR) Kčs 83,80 váz.

Kniha je učebnicí o tenzorovém počtu, který je velmi vhodným početním aparátem nejen v diferenciální geometrii, ale také při teoretickém i praktickém studiu fyzikálních zákonů. Právě v aplikacích se však tenzorového počtu dosud málo používá, ačkoliv se osvědčil nejen při řešení problémů v obyčejném (euklidovském) trojrozměrném prostoru, ale také při problémech v obecnějších prostorech a zejména v teorii relativity a v kvantové teorii.

Látka je rozvržena do čtyř kapitol, při čemž v první (obsahově nejrozsáhlejší) kapitole se pojednává o tenzorech v trojrozměrném euklidovském prostoru. Kapitola sama se dělí na části zabývající se tenzorovou algebrou a tenzorovou analýzou a každá z těchto částí opět na oddíl věnovaný skalárům a vektorům a na oddíl o tenzorech (druhého a vyššího stupně).

Skaláry a vektory jsou definovány pomocí názorného podkladu a jsou pro ně odvozeny základní vztahy (sečítání, rozklad do tří lineárně nezávislých vektorů, skalární a vektorový součin dvou vektorů, složené součiny více vektorů). Pro další potřeby je ukázán přechod od kartézského základního systému s jednotkovými základními vektory k libovolnému základnímu systému (s nejednotkovými vektory) a obráceně. Po určení složek vektoru rozloženého do směrů základního systému s kovariantními základními vektory jsou odvozeny příslušné kontravariantní základní vektory, vztahy mezi nimi a určeny kontravariantní a kovariantní složky vektoru. Pro ně je pak stanoven vzájemný vztah a provedena transformace při přechodu k jinému systému. Základní vztahy pro vektory jsou pak provedeny v (obojím) složkovém vyjádření. Po zavedení ortogonálního systému jsou uvedeny ortogonální transformace (otáčení, zrcadlení příp. otáčení se zrcadlením). Vektorová algebra končí zmínkou o axiálních vektorech a pseudovektorovým příp. pseudoskalárním součinem.

Tenzory druhého stupně jsou zavedeny formálně užitím tzv. tenzorového součinu dvou vektorů Pro symetrické tenzory druhého stupně je odvozen základní osový tvar, dále pak jednotkový tenzor a základní tenzor. Po určení antisymetrického tenzoru je proveden rozklad daného tenzoru na symetrickou a antisymetrickou část. Po provedeném úžení tenzoru je ukázáno jejich sečítání. Obdobně je postupováno při výkladu o tenzorech vyššího stupně. Jako zvláštní případ symetrických (antisymetrických) tenzorů vystupují úplně symetrické (antisymetrické) tenzory. Po násobení dvou tenzorů a po tenzorových rovnicích následují tzv. relativní tenzory, které při přechodu k jinému základnímu systému jsou násobeny mocninou determinantu z koeficientů transformace. Jako zvláštní případy těchto tenzorů jsou ukázány tenzory třetího stupně zvané tenzorová hustota a tenzorový objem.

V tenzorové analyse je po derivaci vektoru ukázáno použití v diferenciální geometrii křivek. Pak jsou definována skalární a vektorová pole a zavedeny pojmy gradient skaláru, divergence a rotace vektoru. Po zavedení časové závislosti jsou odvozeny Christoffelovy symboly (druhého druhu), kovariantní derivace kontravariantních složek daného vektoru a jeho absolutní derivace (podle času). Podobně pro tenzor druhého stupně je odvozen nejdříve jeho gradient a divergence a ukázáno anulování kovariantní derivace složek metrického tenzoru. Po derivaci tenzoru vyššího stupně a po derivacích součtu a součinu tenzorů jsou odvozené vztahy použity pro relativní tenzory. Tenzorové integrály vedou k základním větám (Gaussova a Stokesova), které však nejsou dokazovány. Dalším důležitým pojmem je potom rovnoběžné posunutí vektoru. Po zavedení pohybu systému souřadnic v čase, zejména jeho translace a rotace, jsou uvedeny vztahy pro derivace podle času pro skaláry, vektory, absolutní i relativní tenzory.

V druhé kapitole jsou zavedeny pojmy a vztahy pro tenzory ve vícerozměrných euklidovských prostorech, které jsou pak užity pro čtyrrozměrný prostor Minkowského s odvozením příslušných Lorentzových transformací. S tímto prostorem je úzce spojen pomocný komplexní prostor, v němž jsou zavedeny tzv. spinory, pro něž jsou uvedena početní pravidla, vzájemné vztahy při transformaci a spinorové rovnice, které lze odvodit z tenzorových rovnic.

Ve třetí kapitole se jedná o tenzorech v Riemannově prostoru. Úvahy jsou provedeny nejdříve pro dvojrozměrný prostor (určení vektoru, měření délek, úhlů a ploch) a pak v n-rozměrném prostoru. Po určení drah křivek přenosu (podle Levi-Civity) a geodetických křivkách jsou uvedeny tenzory závislé na rychlosti vektoru a na impulsovém vektoru. Závěr kapitoly tvoří zavedení tenzoru křivosti, důležitého zejména v obecné teorii relativity.

Poslední, čtvrtá kapitola je jen krátkou poznámkou o tenzorech v obecných prostorech.

Velkou předností knihy je pěkný, zcela srozumitelný výklad, který je prováděn vždy tak, že na začátku každého odstavce jsou shrnuty vztahy a vlastnosti, které se v něm teprve vyloží a současně se vytkne cíl, k němuž se chce dojít. Téměř všechny odstavce obsahují řadu příkladů z fyziky a propočtených geometrických příkladů, kterých je v dalších odstavcích znovu užito pro procvičení nových pojmů. Vyžaduje se při studiu knihy samostatná práce čtenáře, což usnadní vniknutí do teorie i praxe tenzorového počtu. Přitom je výklad veden od těch nejjednodušších pojmů velmi pomalu (zvláště v první kapitole) ke stále složitějším vztahům.

Knihu lze doporučovat všem zájemcům o vektorový a tenzorový počet a zejména fyzikům, jimž je vlastně určena, neboť je (jak zdůrazněno podtitulkem) úvodem do tenzorového počtu s ohledem na použití ve fyzice. Tomu slouží nejen již dříve zmíněné vložené příklady v běžném textu, ale i celé odstavce zabývající se různými problémy z fyziky.

Karel Drábek, Praha

I. Ye. Kireyeva, K. A. Karpov: TABLES OF WEBER FUNCTIONS, Volume 1 (Tabulky Weberových funkcí, díl 1), vydal Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1961; 364 stran, 10 obr., cena £ 7,—.

Tabulky jsou určeny vědeckým pracovníkům a výpočtovým střediskům zabývajícím se výpočty v kvantové mechanice, radiofysice, aerodynamice, hydrodynamice a podobných oborech, kde je třeba řešit vlnovou rovnici $\Delta\Phi + k\Phi = 0$.

Úvod obsahuje jednak definice a základní vztahy mezi Weberovými funkcemi $D_p(z)$ a $W_p(z)$ (tyto jsou řešeními obyčejných diferenciálních rovnic $4u''(z) + (4p + 2 \mp z^2)\, u(z) = 0$ s jistými počátečními hodnotami, na něž lze převésti řešení dané vlnové rovnice separací proměnných v parabolických souřadnicích), dále charakteristiku tabulek a popis metody jejich výpočtu, popis uspořádání tabulek a návod k použití s příklady interpolací vyšších řádů podle Lagrangeovy formule a odhady chyb těchto interpolací, asymptotické vzorce pro rozšíření tabulek s pomocnou tabulkou koeficientů a vzorce pro výpočty řešení uvedených obyčejných diferenciálních rovnic s libovolnými počátečními podmínkami.

V tabulkách jsou na 6 desetinných míst uvedeny hodnoty reálné ($u_p(x)$) a imaginární ($v_p(x)$) části funkce $D_p[x(1 + i)]$ pro následující hodnoty reálných proměnných x a p:

1. $\pm x = 0\,(0{,}01)\,5{,}00, \quad p = 0\,(0{,}1)\,2\,,$

2. $\pm x = 5{,}00\,(0{,}01)\,10{,}00, \quad p = 0\,(0{,}05)\,2\,.$

(Čísla v závorkách značí tabulkový krok příslušné proměnné.)

Přitom x se mění ve sloupcích, p v řádkách; na jedné stránce jsou uvedeny vždy hodnoty u_p i v_p pro tytéž hodnoty x, p; na sousedních stranách jsou uvedeny hodnoty funkcí pro tatáž p, ale opačná x; v záhlaví stránek je uveden rozsah nezávisle proměnných příslušné stránky. Deset vyobrazení rovinných a prostorových grafů funkcí u_p a v_p v úvodu dává dobrý celkový přehled o průběhu těchto funkcí.

Závažnějších chyb jsem v knize nenalezl; v obsahu na straně V má být v předposledním řádku $\pm x = 0\,(0{,}01)\,5{,}00$ místo ... (0,1) ... a v posledním řádku $p = 0\,(0{,}05)\,2$ místo ... (0,5) ...

Tabulková část knihy je nezměněným přetiskem z ruského originálu И. Е. Киреева - К. А. Карпов: Таблицы функций Вебера, том 1, Вычислительный центр АН СССР, Москва 1959. Úvod přeložil do angličtiny beze změn Prasenjit Basu.

Tabulky Weberových funkcí v obou vydáních jsou velice pečlivě a přehledně připraveny a je možno je všem pracovníkům v uvedených oborech doporučit.

Jaroslav Kautský, Praha

Николай Петрович Соколов: ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МАТРИЦЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва 1960 г., 300 страниц, цена Р. 1,37.

Zobecnenie teórie obyčajných determinantov a im nadradenej teórie obyčajných matíc bolo prevedené hlavne dvoma smermi. Jedno zobecnenie je také, pri ktorom počet rovnobežných radov matice neobmedzene rastie. Tu nastupuje limitný prechod, opúšťame pôdu algebry a dostávame sa do matematickej analýzy. Dostávame tak nekonečné matice a determinanty, ktoré majú veľkú dôležitosť hlavne v teórii obyčajných lineárnych diferenciálnych rovníc. Zobecnenie tohoto druhu deje sa na pôde nekonečna spočetného, pričom n neobmedzene rastie celými kladnými číslami. Zobecnenie pojmu matice a determinantu v tomto smere bolo prevedené i v obore nekonečna spojitého. Došlo sa tak k tzv. maticiam a determinantom Fredholmovým, ktoré majú zásadnú dôležitosť v teórii integrálnych rovníc.

Zobecnenie v inom smere, ktorého doterajšie hlavné výsledky zhrňuje v titule uvedená kniha Sokolovova, bolo prevedené tak, že boli vytvorené útvary analogické obyčajným maticiam a determinantom, ktorých prvky však závisia na viac než dvoch indexoch. Tak sa došlo k tzv. viacrozmerným maticiam, resp. determinantom. Ak počet indexov je $p \geqq 3$, Sokolov tieto matice nazýva *priestorovými maticami*. I tu nejde iba o formálne zobecnenie, ale, ako ukazuje i obsah knihy Sokolovovej, o mocný prostriedok pri vyšetrovaní algebraických foriem a im odpovedajúcich geometrických útvarov. Teória môže byť veľmi užitočná i v celom rade iných matematických disciplín ako sú napr. algebraické transformácie vyšších stupňov, teória momentov s mnohými premennými, lineárne programovanie a pod.

Teória priestorových matíc a im odpovedajúcich determinantov, o ktorých kniha pojednáva, nie je v našej matematickej literatúre spracovaná a nebola doposiaľ, až na niektoré práce, zhrňujúce iba prvé výsledky tejto teórie (napr. M. Lecat: „Abrégé de la théorie des déterminants à n dimensions“, Gand 1911), ucelene spracovaná ani vo svetovej literatúre. Snahou autorovou bolo vyplniť túto medzeru. Autor v knihe zhrnul všetky hlavné doterajšie výsledky v teórii mnohorozmerných matíc a ich determinantov včetne aplikácií. Kniha obsahuje mnoho autorových vlastných výsledkov, z ktorých niektoré už boli pouverejňované v rôznych časopisoch a niektoré sú uverejnené v tejto knihe po prvýkrát.

Obsah knihy je rozdelený nasledovne:

V úvode knihy autor podáva prehľad historického vývoja teórie mnohorozmerných matíc a determinantov.

Ďalší obsah knihy, pozostávajúci zo šesť kapitol, možno rozdeliť na dve časti. Prvé tri kapitoly obsahujú výklad teórie viacrozmerných matíc a ich determinantov, ďalšie tri kapitoly sú venované aplikáciám, hlavne geometrickým.

Kapitola prvá obsahuje výklad štruktúry priestorových matíc a determinantov. V nej sú vyložené základné pojmy, nutné pre štúdium p-rozmerných matíc a determinantov a odvodené sú ich základné vlastnosti.

Kapitola druhá je venovaná operáciám s priestorovými maticami a ich determinantami. Najprv je tu definovaný súčet priestorových matíc, násobenie priestorovej matice číslom a súčin dvoch a viacerých priestorových matíc. Ďalej sú tu definované elementárne transformácie priestorových matíc, klietkové matice a operácie s nimi.

V kapitole tretej sú študované invarianty priestorových matíc a invarianty a kovarianty s nimi združených algebraických foriem. Štúdium je prevádzané pomocou dvojrozmerných a viacrozmerných hodností priestorových matíc a ich hodností rôznych stupňov. Cenným prínosom je tu stať pojednávajúca o invariantných činiteľoch a elementárnych deliteľoch polynomiálnej priestorovej matice, obsahujúca pôvodné autorove výsledky, zobecňujúce klasickú teóriu Weierstrassa.

Kapitola štvrtá obsahuje užitie teórie priestorových matíc a determinantov ku klasifikácii trilineárnych, lineárno-kvadratických a kubických binárnych foriem. Ako geometrické interpretácie získaných výsledkov sú tu prevedené vyšetrovania trilineárnych projektívnych príbuzností (troch rodov) medzi troma systémami bodov na priamke. Stať obsahuje zväčšej časti pôvodné autorove výsledky.

V kapitole piatej je prevedená pôvodná autorova projektívna klasifikácia kubických ternárnych foriem a nimi určených rovinných kriviek tretieho stupňa pomocou invariantov príslušných priestorových matíc.

Posledná, šiesta kapitola je venovaná užitiu teórie elementárnych deliteľov polynomiálnych priestorových matíc k vyšetrovaniu a klasifikácii zväzkov kubických binárnych a ternárnych foriem a nimi určených zväzkov trilineárnych involúcií a zväzkov rovinných kriviek tretieho stupňa.

Na konci jednotlivých paragrafov každej kapitoly sa nachodí veľký počet pekných úloh, ktoré značne rozširujú obsah základného textu. Prevážna väčšina týchto úloh sú originálne autorove úlohy, k ostatným úlohám sú pripojené odkazy na autorov, od ktorých sú úlohy prevziate. K ťažším úlohám sú na konci knihy dané návody k riešeniu a uvedené výsledky.

Obsah vyššie uvedených šesť hláv naznačuje hlavné smery rozvíjania teórie priestorových matíc a ich algebraických a geometrických aplikácií. Táto teória v terajšom svojom stave je ešte ďaleko od úplného dobudovania a uzavretia, avšak aj to, čo je už v tejto oblasti urobené, s dostatočnou presvedčivosťou ukazuje na silu priestorového maticového počtu, hlavne pri vyšetrovaní algebraických foriem a im odpovedajúcich geometrických útvarov. So zvláštnou jasnosťou prejavuje sa to pri vyšetrovaní zložitejších problémov.

Látka v knihe je spravovaná z hľadiska výsledkov modernej algebry, je metodicky usporiadaná, výklad je presný a pri tom jasný. Kniha je prístupná každému, kto pozná základy obyčajného maticového počtu a základy algebraickej geometrie.

Kniha je prvou učebnicou teórie viacrozmerných matíc a ich determinantov a je určená pre vedeckých pracovníkov v matematike a v jej aplikáciách. Napísaním tejto knihy autor vykonal kus záslužnej práce.

Cyril Palaj, Zvolen

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

Rudolf Zelinka: DEVÁTÝ ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY. Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1961, stran 209, obr. 57, cena brož. výt. Kčs 4,10.

Tato knížka, kterou za přispění spolupracovníků zpracoval R. Zelinka, vědecký pracovník Matematického ústavu ČSAV, obsahuje jednak zprávy o průběhu devátého ročníku naší středoškolské matematické soutěže konané ve školním roce 1959/60, jednak úplná řešení všech úloh v této soutěži zadaných. V dodatku je otištěna zpráva o průběhu druhé mezinárodní matematické olympiády konané v Rumunsku v červenci 1960 s texty úloh, které tam soutěžící řešili.

Tato brožura je určena jako studijní pomůcka především pro další olympioniky i ostatní žáky středních škol a jako příručka pro učitele matematiky těchto škol a ostatní zájemce o středoškolskou matematiku.

*

V. Čihák, Zd. Tichý: LOGARITMICKÉ PRAVÍTKO. Svazek 17. polytechnické knižnice II. řady, vydalo Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1961. Stran 232, obr. 59, tabulek 13 + 3 vlepené přílohy; cena Kčs 9,40.

Knížka obsahuje přehled nejdůležitějších pojmů z numerického počítání a výklad o počítání na logaritmickém pravítku s instruktivními ilustracemi, příklady a cvičeními. Je určena pro praktickou potřebu všech pracujících, kteří používají logaritmického pravítka, i studujícím všeobecně vzdělávacích a odborných škol a posluchačům prvních semestrů škol technických.

Redakce