Karel Havlíček

O diferenciální geometrii jednoparamterické soustavy přímek v dvojosé geometrii [Výtah z přednášky B. L. Petkančina]

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 87 (1962), No. 1, 103

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117401

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 87 (1962), Praha

REFERÁTY

O DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRII JEDNOPARAMETRICKÉ SOUSTAVY PŘÍMEK V DVOJOSÉ GEOMETRII

Předneseno německy dne 2. října 1961 v Praze a dne 6. října 1961 v Brně dr. B. L. PETKANČINEM, profesorem university v Sofii.

Základní grupa dvojosé geometrie je tvořena všemi reálnými kolineacemi v trojrozměrném projektivním, reálném prostoru, které reprodukují dvě mimoběžné přímky j, k. Bylo použito souřadnicového B-systému, tj. projektivních souřadnic, v nichž přímka j má rovnice $y_i = 0$ a přímka k má rovnice $x_i = 0$ $(i = 1, 2)$, přičemž (x_1, x_2, y_1, y_2), stručně psáno (x, y), značí čtveřici souřadnic bodu. [Symboly x, y značí dvojice čísel (x_1, x_2) a (y_1, y_2).] Číslo $xu = x_1u_2 - x_2u_1$ se nazývá součinem xu dvojic $x = (x_1, x_2)$, $u = (u_1, u_2)$.

Nechť přímka g, mimoběžná s přímkami j, k, je závislá na jednom reálném parametru t, tj. nechť je určena body $(x(t), y(t))$, $(u(t), v(t))$, jejichž souřadnice jsou reálnými funkcemi reálného parametru t. Mění-li se t, vytvoří přímka $g = g(t)$ jednoparametrickou soustavu G přímek (Regelschar G). Určení limitní polohy přímek, které protínají přímky $j, k, g(t)$ a $g(t + h)$, vede pro $h \to 0$ na rovnici $\varrho a^2 + \sigma ab + \tau b^2 = 0$, kde je $\varrho = y^{\cdot}y \,.\, xu - x^{\cdot}x \,.\, yv$, $\tau = v^{\cdot}v \,.\, xu - u^{\cdot}u \,.\, yv$, $\sigma = (v^{\cdot}y \,.\, xu - u^{\cdot}x \,.\, yv) + (y^{\cdot}v \,.\, xu - x^{\cdot}u \,.\, yv)$. (Tečky v akcentech značí derivace podle t.)

Pro hyperbolickou jednoparametrickou soustavu G [tj. pro případ $\sigma^2 - 4\varrho\tau > 0$] nalezl autor: a) dva invariantní body na přímce g, b) invariantní parametr s, c) invariantní normování bodů, uvedených v a). Zvolíme-li body, uvedené v a), za body určující přímku g, pak při normování c) a při invariantním parametru s vycházejí pro G diferenciální rovnice (čárka v akcentu značí derivace podle s): $x' = \alpha u$, $y' = \gamma y + \alpha v$; $u' = \beta x$, $v' = \beta y - (1 + \gamma) v$. Přitom $K = \alpha\beta$, $L = \alpha'/\alpha$ (když $\alpha \neq 0$) a $\gamma \neq -\frac{1}{2}$ jsou podstatné diferenciální invarianty soustavy G.

V případě eliptické soustavy G $(\sigma^2 - 4\varrho\tau < 0)$ sestrojil autor rovněž dva reálné základní invariantní body na přímce g, když ke konstrukci přibral na pomoc Lieovu oskulační kvadriku soustavy G podél přímky $g(t)$. Opět lze udat invariantní normování těchto bodů a invariantní parametr s. Příslušné diferenciální rovnice soustavy G pak v obecném případě jsou: $x' = (B + 1)\varphi \,.\, u$, $y' = f \,.\, y + B\varphi \,.\, v$; $u' = (A - 1) \,.\, \varphi^{-1} \,.\, x$, $v' = A\varphi^{-1} \,.\, y + f \,.\, v$, kde $\varphi = \varphi_0 \exp \int_0^s (A + B) f \,.\, \mathrm{d}s$; A, B a f $(A + B \neq 0)$ jsou podstatné diferenciální invarianty soustavy G.

Karel Havlíček, Praha