Časopis pro pěstování matematiky

Karel Rychlík

Preisaufgabe der Königlichen Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Prag für das Jahr 1834

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 86 (1961), No. 1, 76--89

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117363`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 86 (1961), Praha

PREISAUFGABE DER KÖNIGLICHEN BÖHMISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU PRAG FÜR DAS JAHR 1834

KAREL RYCHLÍK, Praha

(Eingelangt am 14. November 1959)

Zum Andenken ihres fünfzigjährigen Bestandes (im Jahre 1834) beschloss (am 3. 3. 1833) die Königliche böhmische Gesellschaft der Wissenschaften eine Preisaufgabe auszuschreiben, die sich mit der Frage der Lösbarkeit der allgemeinen algebraischen Gleichung vom höheren als vierten Grade durch Radikale beschäftigen sollte. Von den fünf Mitbewebern, die die formalen Bedingungen erfüllt haben, konnte der Preis keinem verliehen werden, da keiner die Aufgabe mit genügender Vollständigkeit gelöst hat.

Die Ausschreibung der Preisaufgabe und ihre Beurteilung war das Werk der mathematischen Klasse, deren hervorragende Mitglieder damals BERNARD BOLZANO (*1783, †1848) und JAKOB PHILIPP KULIK (*1793, †1863) waren.

1. EINLEITUNG

1. Im 16. Jahrhunderte gelang es den italienischen Mathematikern SCIPIONE DEL FERRO (*1464, †1526), NICOLO TARTAGLIA (*1500, †1557), GERONIMO CARDANO (*1501, †1576) und LODOVICO FERRARI (*1522, †1565) die Gleichungen des dritten und vierten Grades durch Radikale aufzulösen.[1], [2]

2. Es folgte eine beinahe drei Hundert Jahre dauernde mächtige Entwickelung der Methoden der Algebra, gekennzeichnet durch die Namen EHRENFRIED WALTER Graf von TSCHIRNHAUS (*1651, †1708), LEONHARD EULER (*1707, †1785), ÉTIENNE BÉZOUT (*1730, †1783), EDUARD WARING (*1734, †1798), JOSEPHE LOUIS LAGRANGE (*1736, †1813), ALEXANDRE

[1]) D. h. mit Hilfe der Wurzeln von reinen Gleichungen

$$x^n - a = 0 ,$$

wo $a \in K$ und K ein Körper ist, und je nach der Entwickelungsstufe der Algebra der Körper der reellen oder komplexen Zahlen. Im weiteren kann für K ein Körper der Charakteristik 0 genommen werden.

[2]) Um die Auflösung der Gleichungen vom dritten Grade haben sich die Mathematiker der Bologneser Universität, einer der ersten Universitäten, verdient. Vgl. dazu E. BORTOLOTTI, L'école mathématique de Bologne, 1928, S. 17—32.

Théophile Vandermonde (*1735, †1796) und Giovanni Francesco Malfatti (*1731, †1807).[3])

Aber im Gegenteil zu den Gleichungen des zweiten, dritten und vierten Grades gelang es nicht eine Methode anzugeben, um eine beliebige Gleichung des höheren als des vierten Grades durch Radikale zu lösen.

So nahm die Überzeugung immer mehr die Oberhand, dass es nicht möglich ist, die „allgemeine" Gleichung[4]) des höheren als vierten Grades durch Radikale zu lösen. Sie wird auch von Karl Friedrich Gauss (*1777, †1855) in seiner im Jahre 1799 zu Helmstädt gedruckten (und im Jahre 1797 verfassten) Inauguraldissertation[5]) vertreten. Noch deutlicher äussert Gauss diese Meinung in Disquisitiones arithmeticae, Art. 359.[6])

3. Der erste Versuch um den Beweis dieser Behauptung, der wenigstens teilweise als gelungen betrachtet werden kann, stammt vom italienischen Mathematiker und Arzt Paolo Ruffini (*1765, †1822).[7]) Unabhängig von ihm und mit mehr Erfolge hat den Beweis dieses Satzes der norwegische Mathematiker Niels Henrik Abel (*1802, †1829) geliefert.[8])

Der Beweis dieses Satzes — „Satzes von Ruffini-Abel"[9]) — zerfällt in einen körpertheoretischen und einen gruppentheoretischen (oder vielmehr substitutionentheoretischen) Teil. Der körpertheoretische Teil lautet:

Wenn eine algebraische Gleichung durch Radikale lösbar ist, so kann man der

---

[3]) Kurze Übersicht darüber s. J. Pierpont (*1866, †1938). Zur Geschichte der Gleichung des V. Grades (bis 1858), Monatshefte *6*, 1895, S. 15—68.

[4]) Als allgemeine Gleichung wird die Gleichung

$$f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

bezeichnet, wenn die Koeffizienten a_i $(1 \leqq i \leqq n)$ Unbestimmte sind.

[5]) Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse, Helmstadii 1799, Art. 9; C. F. Gauss, Werke III, 1863, S. 17; Die vier Gauss'schen Beweise [...], herausg. von E. Netto, 2. Aufl. 1904 (Ostwalds Klassiker 14), S. 20.

Gauss verspricht daselbst, dass er weitere Untersuchungen hierüber an einer anderen Stelle ausführlich mitteilen wird, kommt aber zu diesem Gegenstande nie mehr zurück.

[6]) Lipsiae 1801, Art. 359; C. F. Gauss, Werke I, 1863, S. 449; deutsch herausgeg. von H. Maser, 1889, S. 433.

[7]) Über die Arbeiten von Paolo Ruffini berichtet: Heinrich Burkhardt, Die Anfänge der Gruppentheorie und Paolo Ruffini. Zeitschr. für Mathem. u. Physik 37, 1892, Suppl. 119—159. Ital. Übers. von E. Pascal: Paolo Ruffini e i primordii della teoria dei gruppi, Annali di matem. pura et applicata, ser. 2 t. *22*, 1894, S. 175—212.

Die in der letzten Zeit erschienenen „Opere matematiche" von Paolo Ruffini waren mir leider nicht zugänglich.

[8]) S. Abel, Oeuvres complètes (ed. Sylow, Lie), 1881, besonders die Abh. Démonstration de l'impossibilité de la résolution algébrique des équations générales qui passent le quatrième degré, t. *I*, 66—67. Diese Abhandlung ist zum erstenmale erschienen in Crelles J. *1*, 1826, S. 65—84.

[9]) Fünf von den in der Burkhardtschen Abhandlung (vgl. Fussn. [7])) betrachteten Arbeiten Ruffini's enthalten Ausarbeitungen des Beweises des Ruffini-Abelschen Satzes. Wir führen den Titel der ersten, zweiten und der letzten Ausarbeitung an:

a) Teoria generale delle equazioni, in cui si dimonstra impossibile la soluzione algebrica delle equazioni generali di grado superiore al quarto. Bologna 1799.

b) Della soluzione delle equazioni algebriche determinate particolari di grado superiore al quarto, Mem. della Società italiana delle science, *9*, Modena 1802, datiert 21. 12. 1801, S. 444—456.

c) Riflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebriche generali. Modena 1813.

Wurzel stets eine solche Form geben, dass sich alle Radikale, die in ihr vorkommen, durch rationale Funktionen der Wurzeln der gegebenen Gleichung ausdrücken lassen.

Die Betrachtungen, mit denen Ruffini diesen Satz begleitet, können nicht als ein genügender Beweis betrachtet werden. Er fügt seinem „Beweise" eine Verifikation für die Gleichungen des 2., 3. und 4. Grades hinzu.

Auch der Beweis von Abel ist nicht ganz einwandfrei. Er führt eine verwikkelte Klassifikation der Radikalausdrücke nach Ordnungen und Graden, die ihn zu einem Fehler verführt hat. Dieser Fehler kann aber leicht beseitigt werden.[10]

Der Gruppentheoretische Teil ist bei Ruffini im grossen und ganzen identisch mit dem Wantzelschen Beweise in der Serretschen Algebra.[11] Abel bedient sich dabei als Hilfssatzes des folgenden Satzes von Cauchy:[12]

Die Anzahl der verschiedenen Werte, welche ein nichtsymmetrisches Polynom von n Grössen[13] *bei Permutation dieser Grössen erhalten kann, kann nicht unter die grösste Primzahl, welche n nicht übersteigt, erniedrigt werden, sofern sie sich nicht auf* 2 *reduziert. Es ist somit unmöglich, ein Polynom in n Grössen zu finden, welches* 3, 4, ..., $n - 1$ *verschiedene Werte hätte.*

4. Als ein Versuch um die Zusammenfassung der Ergebnisse von Ruffini auf diesem Gebiet können die Arbeiten von ANDREAS VON ETINGSHAUSEN (*1796, †1878), betrachtet werden.[14] In der Arbeit a) erwähnt er kurz die Abhandlung von Abel (Fussn. [8]) und zitiert die drei Arbeiten von Ruffini (Fussn. [9]). Er führt noch die Abhandlung von A. CACCIANINO[15] an, die er für weniger befriedigend hält. Sein Beweis des körpertheoretischen Teiles des Ruffini-Abelschen Satzes ist noch weniger befriedigend als bei Ruffini. Er zeigt nur, dass der

---

[10]) L. KÖNIGSBERGER, Berichtigung eines Satzes von Abel, die Darstellung der algebraischen Funktionen betreffend. Math. Ann. *1*, 1869, S. 168—169.

[11]) JOSEPH ALFRED SERRET (*1819, †1885), Cours d'algèbre supérieure 1. Aufl. 1849, 4. Aufl. 1877, 5. Aufl. 1885; deutsche Übers. von G. WERTHEIM, 1. Aufl. 1868, 2. Aufl. 1878; *II*. Art. 528. Der Beweis des körpertheoretischen Teiles (*II*. Art. 525—527) schliesst sich eng an die Arbeit von Abel an und zeigt dieselben Mängel.

PIERRE LAURENT WANTZEL (*1814, †1848) veröffentlichte den Beweis des Ruffini-Abelschen Satzes in der Abhandlung: De l'impossibilité de résoudre toutes les équations algébriques avec des radicaux, Nouv. Annales de Mathém. *4*, 1845, S. 57—65. Der zweite — substitutionentheoretische — Teil dieses Satzes wird von Serret reproduziert.

Über das Leben und die Arbeiten von Wantzel vgl. die Abh. von F. CAJORI: Pierre Laurent Wantzel, Bull. of the Amer. Math. Soc., *24*, 1918, S. 339—347.

[12]) AUGUSTIN LOUIS CAUCHY (*1789, †1857), Mémoire sur le nombre des valeurs qu'une fonction peut acquérir, lorsqu'on y permute de toutes les manières possibles les quantités qu'elle renferme, Journ. de l'Ec. Polytechn., 17ᵉ cahier, t. *X*, p. 1, 1815; Oeuvres 2ᵉ sér. t. *1*, 1905, 64—90.

[13]) D. h. Unbestimmten.

[14]) a) Beweis der Unmöglichkeit eine vollständige algebraische Gleichung mit einer unbekannten Grösse, deren Grad den vierten übersteigt durch eine geschlossene algebraische Form aufzulösen. (Nach Paolo Ruffini's Rifflessioni [...]), Zeitschr. für Physik u. Mathem., *1*, 1826, 253—262.

b) Vorlesungen über höhere Mathematik I, Wien 1827, Neunundzwanzigste Vorlesung. Über die Unmöglichkeit vollständige algebraische Gleichungen von höherem Grade als dem vierten durch geschlossene Formeln aufzulösen.

[15]) ANTONIO CACCIANINO, Mem. dell' i. r. istituto del regno Lombardo-Veneto, *1* (anni 1812 et 1813), Milano 1819.

Satz für quadratische Gleichungen zutrifft. Der substitutionentheoretische Teil ist eine sorgfältigere Ausarbeitung der Gedanken von Ruffini.

5. L. KRONECKER[16]) hat den körpertheoretischen Teil des Beweises des Ruffini-Abelschen Satzes noch erheblich vereinfacht. Er hat ihn aber auch verschärft, indem er zeigte, dass sich die Radikale durch rationale Funktionen von Wurzeln der gegebenen Gleichung mit Koeffizienten aus einem (endlichen) Kreisteilungskörper ausdrücken lassen.

6. Im Geiste von Ruffini und Abel schreiten fort: J. PIERPONT[17]) und OTTO HAUPT.[18])

Ich erwähne nicht die Arbeiten, die sich der Galoisschen Theorie bedienen.

2. AUSSCHREIBUNG DER PREISAUFGABE[19])

1. Am 3. 3. 1833 beschloss die Gesellschaft eine Preisfrage der physikalisch-mathematischen Klasse öffentlich auszuschreiben, deren Krönung die bevorstehende öffentliche Feier ihres fünfzigjährigen Bestandes verherrlichen sollte. Das Programm lautete wie folgt:

2. Die zur reinen Analysis gehörige Frage: ob eine allgemeine Auflösung vollständiger literaler Gleichungen, welche von einem höheren als vierten Grade sind, vermittelst eines endlichen Ausdruckes möglich sei,[20]) muss man noch immer als unentschieden betrachten. Denn einerseits sind die meisten der bisher erschienenen Versuche einer solchen Auflösung allgemein als misslungen anerkannt worden, andererseits aber lässt sich auch der neuerlich von Ruffini gelieferte Beweis, dass eine solche Formel unmöglich sei, nicht für befriedigend erachten. Gewiss ist es aber ein Übelstand, dass man bei so vielen glücklich besiegten Schwierigkeiten in diesem Gebiete der reinen Mathematik und selbst nachdem der so lange vergeblich gesuchte Beweis des Satzes von der Zerlegbarkeit jeder ganzen retionalen Funktion vom n-ten Grade in n einfache Faktoren, durch Herrn Cauchy's Scharfsinn erfunden,[21]) und so echt elementarisch

---

16) LEOPOLD KRONECKER (*1824, †1891), Vereinfachung des Abelschen Beweises, Monatsber. d. K. preussischen Akad. d. Wiss. zu Berlin. Aus d. J. 1879, Berlin 1880. S. 205—211. Vergl. auch JOSEPH HECKER, Über Ruffinis Beweis [...]. Diss. Bonn 1886.

17) J. Pierpont, Fussn.[3])

J. PIERPONT, On the Ruffini-Abelian theorem, Bull. of the Amer. Math. Soc. *2*, 1896, 200—211.

18) OTTO HAUPT, Einf. in die Algebra 2 (1. Aufl. 1929, 2. Aufl. 1952). *18.5* Satz von Abel über Radikalketten.

19) § 2 und § 3 s.: Abh. d. Königl. Gesellsch. d. Wiss., Neue Folge, 4. Bd. 1833—1836, Prag 1837, S. 12—17.

20) Nach der heute üblichen Terminologie wird damit die Auflösung der allgemeinen algebraischen Gleichung durch Radikale gemeint.

21) Fundamentaltheorem der Algebra. Vgl. A. L. CAUCHY, Cours d'analyse de l'Éc. r. polyt., Paris 1821, S. 329—339; Oeuvres 2, sér. 3, t. 1897, S. 274—283; Exercices de mathem. Quatr. année, Paris 1824, S. 94—103; Oeuvres 2, sér. 9, t. 1891, S. 121—132. Der Beweis von Cauchy verlangt aber eine Vervollständigung um vollkommen streng zu

geführt worden ist — über die obige Frage allein noch so im Dunkeln sein sollte. Die Gesellschaft wünscht also, dass man nach vorausgeschickter kurzer und kritischer Würdigung einiger auf die obige Aufgabe sich beziehender Schriften, und namentlich der „*Analyse des équations déterminées*", par M. Fourier,[22]) eines von beiden leiste: „entweder auf eine vollkommen strenge Art erweise, dass es nicht möglich sei den Wert der Unbekannten in einer vollständigen literalen Gleichung, die eines höheren als des vierten Grades ist, durch einen geschlossenen Ausdruck darzustellen; oder man soll im Gegenteil eine dergleichen Formel angeben, oder doch ihre Möglichkeit dartun."

3. Der Preis für die beste Bearbeitung dieser Aufgabe besteht in 50 kaiserlichen Dukaten in Gold nebst 350 Exemplaren von der auf Kosten der Gesellschaft gedruckten gekrönten Preisschrift. Die in deutscher, lateinischer, französischer oder italienischer Sprache verfassten Aufsätze der Herren Konkurrenten müssen von einer fremden Hand leserlich geschrieben, mit einem Motto, dann mit einem dasselbe Motto führenden, den Namen des Verfassers enthaltenden versiegelten Zettel vor Ende Augusts des Jahres 1834 an den unterzeichneten Sekretär der Königlichen Gesellschaft postfrei eingesendet werden.

Die versiegelten Zettel jener Bewerber, die den Preis nicht erhalten, werden verbrannt;[23]) die Handschriften aber auf Verlangen den Einsendern nach dem Motto zurückgestellt.

Prag, den 25. April 1833.

Dr. Mathias Kalina von Jäthenstein,
Sekretär der K. b. G. d. W.

3. BEURTEILUNG DER EINGEGANGENEN KONKURRENZARBEITEN

1. In der Sitzung am 5. 10. 1834 meldete der Sekretär der Gesellschaft, dass fünf Aufsätze von Konkurrenten um jenen Preis eingegangen, und bei der mathematischen Klasse zur Prüfung in Umlauf gesetzt worden seien. Leider ergab diese Prüfung das unangenehme Resultat, dass keiner der Konkurrenten die Aufgabe genügend gelöset und somit den Preis verdient habe; worüber die Gesellschaft sich in folgender Nachricht öffentlich erklärte:

2. Zur Beantwortung der auf den letzten August 1834 von der Königlichen

---

werden. Der erste strengeren Anforderungen genügende Beweis des Fundamentaltheorems wurde für den Fall einer Gleichung mit reellen Koeffizienten von Gauss gefunden (1799; vgl. § 1 Fussn. [5])).

[22]) Jean Baptiste Joseph Fourier (*1768, †1830): Analyse des équations déterminés, Première partie, Paris 1831. Dieser erste Teil wurde nach dem Tode der Verfassers durch L. M. H. Navier veröffentlicht. Weiter ist nichts mehr erschienen. Die deutsche Übersetzung von Alfred Loewy: Die Auflösung der bestimmten Gleichungen, Leipzig 1902 (Ostwald's Klassiker Nr. 127). Das Werk beschäftigt sich mit angenäherten Auflösung numerischer Gleichungen.

[23]) Vgl. dazu aber § 4, 6.

böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften aufgegebenen Preisfrage waren fünf Konkurrenzarbeiten eingelaufen:

1. Eine in französischer Sprache mit dem Motto: „Les lois les plus générales du monde physique sont exprimées par des équations différentielles".

2. Die zweite in deutscher Sprache mit dem Motto: „Ahnung[!] ist unsere Weisheit hienieden und unsere Wonne Sehnsucht".

3. Die dritte gleichfalls deutsch mit dem Motto: „Was gedacht, geforscht der Weise, Strebend nach der Wahrheit Licht, Lohnen ehrend ernste Richter".

4. Die vierte deutsch mit der Devise: „Viri fortis et magnanimi etc."

5. Die fünfte deutsch mit dem Motto: „Die Wissenschaft wird dadurch sehr zurückgehalten usw."*)

3. Der Verfasser der Schrift Nro. 1 sucht zuvörderst aus dem ersten bisher erschienenen Bande von Fourier's Werke[22]) zu zeigen, dass Fourier keine allgemeine Methode der Auflösung höherer literaler Gleichungen durch einen geschlossenen Ausdruck, wie die Gesellschaft ihn verlangt, gekannt habe, dann aber sucht er darzutun, dass eine solche in der Tat unmöglich sei. Hierbei beruft er sich teils auf Ruffini's bekannten Lehrsatz von den verschiedenen Werten, deren eine nicht symmetrische Funktion fähig ist, teils auf Cauchy's ähnlichen Lehrsatz im „Journal de l'école polytechnique", Cah. 17.

Unter anderem behauptet er aber noch, dass der allgemeine Ausdruck der Wurzel einer Gleichung vom n-ten Grade notwendig auch Wurzelgrössen des zweiten, dritten bis inklusive n-ten Grades in sich schliessen müsse, dessen Beweis nichts weniger als evident ist.

4. Die Abhandlung Nro. 2 liefert nichts anderes als was in den neueren deutschen mathematischen Schriften über den fraglichen Gegenstand bekannt geworden ist.

5. Die Abhandlung Nro. 3 entwickelt die von Fourier erfundene Methode zur Auflösung numerischer Gleichungen und versucht dann dieselbe auch auf algebraische Gleichungen auszudehnen. Für den Gegenstand aber, dessen Erörterung die Gesellschaft verlangte, leistet die Abhandlung nichts.

6. Der Verfasser der Abhandlung Nro. 4 lehrt gewisse von den gewöhnlichen nicht eben sehr abweichende Methoden der Auflösung quadratischer, kubischer und biquadratischer Gleichungen, und schliesst nach der Analogie, dass auch alle höheren Gleichungen auflösbar sind: allein es ist ihm schon bei Gleichungen des fünften Grades nicht gelungen, die Wurzeln anzugeben.

7. Wie am Umfange (der 56 Bogen beträgt), so auch an Wert übertrifft die Abhandlung Nro. 5 alle übrigen. Der Verfasser sucht mehr, als die Gesellschaft verlangte, zu geben, indem er nicht nur in den zwanzig ersten Bogen seines Aufsatzes einen umständlichen Beweis der Unmöglichkeit einer geschlossenen

*) Fussnote in der Abh. [19]): Eine Konkurrenzschrift mit dem Motto „Deus nobis haec otia fecit", deren Verfasser sich genannt hat, blieb mit dessen Einverständnis unbeachtet.

algebraischen Formel schon für allgemeine Gleichungen des fünften Grades zu führen bemüht ist, sondern in seiner zweiten Abteilung auch noch eine von Fourier entlehnte Methode zur Auflösung numerischer Gleichungen vorträgt. In Hinsicht des ersten Gegenstandes, worauf die eigentliche Aufgabe der Gesellschaft sich bezieht, kann man wohl freilich nicht rühmen, dass er hier etwas ganz Neues, bisher noch nicht Gesagtes, vorbringe, indessen dürfte noch eine neue Bearbeitung und Zusammenstellung der bisherigen Gründe (besonders wenn er sich herbeilasse, gewisse Lücken und Dunkelheiten nach ihm von der Königlichen Gesellschaft zu gebenden Winken zu verbessern) beitragen die Sache in ein helleres Licht zu setzen.

8. Die Gesellschaft kann zwar keiner dieser fünf Konkurrenzschriften den ausgesetzten Preis zuerkennen, allein sie ist bereit, die Abhandlung Nro. 5 auf ihre Kosten in Druck zu legen, und dem Verfasser die üblichen 350 Exemplare als Honorar zu geben, wenn sich derselbe zu einer Umarbeitung seines Aufsatzes nach den ihm von der Gesellschaft anzugebenden Verbesserungen entschliesst. Die Gesellschaft erwartet darüber die an den gefertigten Sekretär einzusendende Erklärung des Herrn Verfassers von Nro. 5.

9. Die Herren Verfasser der Konkurrenzschriften werden hiemit aufgefordert, ihre Aufsätze nach der vollständigen Angabe des Motto bei dem unterzeichneten Sekretär abholen zu lassen.

Königliche böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.

Prag, am 5. Juli 1835.

Dr. Mathias Kalina von Jäthenstein,
Sekretär.

10. Da der Verfasser der Abhandlung Nro. 5 dem Antrage keine Folge leistete, so sah die Gesellschaft sich genötigt, diesen Gegenstand später ganz fallen zu lassen.

4. WEITERES ÜBER DIE AUSSCHREIBUNG DER PREISAUFGABE, DIE KONKURRENZSCHRIFTEN UND DIE PREISBEWERBER

1. Das Archiv der ehemaligen Gesellschaft, zuvörderst die Sitzungsprotokolle und die eingegangenen Schriften, ist seit ihrer Begründung (im J. 1784) mit Ausnahme des Jahres 1825 gut erhalten und bildet jetzt einen Bestandteil des Archivs der Tschechoslowakischen Akademie der Wissenschaften (Archiv).

2. Die Anzeige der Preisaufgabe wurde in deutscher und lateinischer Sprache verfasst (Sgn. 14, 14a, 14b, 14c/1833 von 25. 4. 1833; Sitzungsprotokoll vom 3. 3. 1833, Neue Gegenstände (N. G.), § 2, Sgn. 46/1833; Sitzungsprotokoll vom 8. 4. 1833, Bem. ad § 2 d. vor. Sitzung, Sgn. 47/1833). Diese Anzeigen (Drucksachen: 14d/1833 und 55/1833) wurden an wissenschaftliche Institutionen und Zeitschriften zur Veröffentlichung versendet, teilweise durch Vermittelung der Calveschen Buchhandlung (21/1833 vom 22. 5. 1833). § 2 ist eine Reproduktion des deutschen Textes dieser Anzeige.

3. Über die Konkurrenzarbeiten hat B. BOLZANO ein ausführliches „Gutachten" (Sgn. 63/1835)[24]) geschrieben: Akten betreffend die mathematische Preisaufgabe im J. 1835. Gutachten über die mathematischen Preiskokurrenzabhandlungen. Bernard Bolzano. Es ist eigenhändig von Bolzano geschrieben und Bolzano selbst versieht es mit dem Titel: *Über die Abhandlungen, welche die Preisaufgabe der K. böhm. Ges. d. Wiss. für das Jahr 1834 veranlasst hat.*

4. Die Beurteilung der eingegangenen Konkurrenzarbeiten wurde von Prof. J. PH. KULIK verfasst, offenbar mit Benutzung von Bolzanos Gutachten (Sitzungsprot. vom 5. 5. 1835, N. G. 6, 48/1835).

5. In der Einführung des Gutachtens bemerkt Bolzano, dass sieben Abhandlungen eingelaufen sind, die er nach ihrem relativen Werte von dem geringsten derselben anzufangen ordnen würde. Unter diesen sieben Abhandlungen befinden sich neben den fünf im § 3 erwähnten Abhandlungen zwei weitere, die aus formalen Gründen abgewiesen wurden.

6. Im Archiv befinden sich fünf Abhandlungen, die sich um den Preis beworben haben (Sgn.: S30, S31, S36—38). Die versiegelten Zettel mit dem Motto wurden aber nicht verbrannt, so dass man die Namen der Bewerber ermitteln konnte.

Im weiteren werde ich die Arbeiten in der von Bolzano im Gutachten eingeführten Ordnung besprechen.

7. Es sind dies zuerst zwei Abhandlungen mit dem Motto:

„Warum wird uns manches Ding so sehr erschwert? —
Weil sich unser Aug' am Kleid der Dinge stört! —" Kästner.

(Sgn. S36, 8 S.; Sgn. S37, 16 S.)

Ihr Verfasser, von RANSON, hat aber die Bedingung der Anonymität nicht eingehalten. Im Archiv gibt es 14 Eintragungen, die diese Arbeiten veranlasst haben. Ich erwähne nur folgende zwei.

a) Brief von Kulik an den Sekretär der Gesellschaft Kalina:

Gutachten über die Preiswerbung des Hrn. v. Ranson (Sgn. 9/1834).

Die K. Gesellschaft d. Wissenschaften beabsichtiget keineswegs Proselyten für die Mathematik zu werben, sie lässt daher gerne den Herrn Verfasser bei der Meinung, als ob die meisten Vorschriften der Algebra falsch wären.

Da sie jedoch die aufgestellte Preisaufgabe nach den Prinzipien, die durchgängig gang und gäbe sind, oder die doch mit den allgemein angenommenen in keinem Widerspruche stehen, beantwortet wissen will, so bedauert sie erklären zu müssen, dass die Beantwortung des Herrn Verfassers ganz ausser der angedeuteten Sphäre fällt und unter die konkurrierenden Schriften um so weniger aufgenommen werden kann, als der Herr Verfasser zwei

---

[24]) Im Wiener literarischen Nachlasse von Bolzano befindet sich Bolzano's Konzept dieses Gutachtens (VIII. Abt., S. n. 3448 F 27,3 Fol.).

wesentlichen Formalitäten nicht entsprochen hat, nämlich, weil er weder seinen Namen verchwiegen hat, noch die Ausarbeitung durch eine fremde Hand kopieren liess.

Prag 14. 2. 1834.

Kulik.

Abgesandt an Hrn. Ranson in München den 26. 2. 1834.

Kalina, Sekretär.

b) Im Gutachten (Nro. 1) schreibt Bolzano:

Die gedruckte Abhandlung von Hrn. Ranson (in den baierischen Annalen) kann auf den Preis der Gesellschaft gar keinen Anspruch machen, nicht bloss weil sie bereits gedruckt und der Name ihres Verfassers angegeben ist, sondern auch, weil es eine ganz wertlose Arbeit ist, deren Verfasser mit den ersten Elementen der Mathematik noch nicht im Reinen ist, und die Frage, um die es sich hier handelt, eigentlich gar nicht berührt. Er glaubt, dass jede Gleichung nur eine einzige Wurzel hat, hält die Rechnung mit imaginären Zahlen für durchaus unrichtig usw.

Im § 3 wird über diese Arbeit überhaupt nicht gesprochen.

8. Eine Abhandlung mit dem Motto:

„Ahndung [!!] ist unsere Weisheit hienieden, und unsere Wonne Sehnsucht."

Die Abhandlung (Sgn. S 31) zählt 16 Seiten. Ihr Verfasser ist Georg Göth, Beamter bei Seiner K. Hoheit Erzherzog Johann und Mitglied der K. k. Landwirtschaftsgesellschaft in Steiermark (zu Vordernberg nächst Leoben).

Im Gutachten (Nro. 2) schreibt Bolzano:

Die Abhandlung mit der Devise: „Ahnung [!]..." kann gleichfalls keine Ansprüche auf eine Auszeichnung machen; denn sie liefert nichts anderes als eine Wiederholung dessen, was Hr. Ettingshausen in seinen „Vorlesungen über die höhere Matematik" (Wien, 1827, Bd. I) und in den „Jahrbüchern der Math. u. Phys."[25]) (Bd. 1) über den fraglichen Gegenstand beigebracht hat.

Es ist die Arbeit 2 in der Beurteilung von § 3 (§ 3, 4).

9. Eine Abhandlung mit dem Motto:

„Was gedacht, geforscht der Weise, Strebend nach der Wahrheit Licht, Lohnen ehrend ernste Richter."

Diese Arbeit ist zu spät angekommen, trotzdem wurde sie der Kommission zur Überprüfung übergeben. (Sitzungsprot. 1. 12. 1834, N. G. 1, 57/1834.) Die Konkurrenzarbeit fehlt, der Name des Preisbewerbers ist unbekannt.

Im Gutachten (Nro. 3) sagt Bolzano:

[...] Für den Gegenstand aber, dessen Erörterung die Gesellschaft verlangte, leistet die Abhandlung nichts; denn sie berührt denselben kaum, indem der Verfasser bloss auf dem letzten Blatte sagt, dass Ruffini wohl recht haben mochte, wenn er gesagt, dass sich die Wurzeln einer Gleichung, die eines höheren als des vierten Grades ist, durch keinen

[25]) Es soll „Zeitschr. f. Phys. u. Mathem." heissen. (Vgl. Fussn. [14]) a.)

endlichen Ausdruck darstellen lassen; selbst aber zum Beweise dises von der Gesellschaft zur Prüfung aufgegebenen Satzes nicht das Geringste beibringt.

Es ist die Arbeit 3) in der Beurteilung von § 3 (§ 3, 5).

10. Eine Abhandlung mit dem Motto:

„Viri fortis et magnanimi est, neque secundis rebus insolescere, neque dejici adversis.“ Cicero.

Die Abhandlung (Sgn. S38) enthält 10 S. und ist mit der Chiffre M. H. E. V. F. — d. unterzeichnet.

Im Gutachten Nro. 4 sagt Bolzano:

[...] Man sieht von sebst, dass diese Arbeit als eine ganz Misslungene anzusehen ist.

Es ist die Arbeit 4) in der Beurteilung von § 3 (§ 3, 6).

11. Eine Abhandlung mit dem Motto: „Deus nobius haec otia fecit.“

Die Abhandlung (Sgn. S30), die den Titel trägt „Über die Auflösung der algebraischen Gleichungen,“ enthält 62 S. Ihr Verfasser war Enno Heeren Dirksen (*1792, †1850), Professor an der Friedrich-Wilhelms Universität zu Berlin, ordentliches Mitglied der Königl. Akad. d. Wis. zu Berlin.[26]) Er hat aber seinen Namen genannt, und deshalb blieb die Arbeit unbeachtet (vgl. § 3 Fussn. *)).

Im Gutachten (Nro. 5) sagt Bolzano:

Abhandlung [...] enthält einige nicht ganz wertlose Untersuchungen über die Natur der ganzen und gebrochenen rationalen, dann auch der irrationalen Funktionen, allein auch manche wesentliche Lücke im Beweise und Übereilungen. Dass er die Aufgabe der Gesellschaft nicht genügend löse, sieht der Verfasser so wohl, dass er am Schlusse selbst anerkennt, er würde seine Abhandlung zu vervollständigen suchen, sobald er nur erführe, dass sie erst einigen Beifall gefunden.

Der wunde Punkt dieser Abhandlung ist der körpertheoretische Teil des Beweises des Ruffini-Abelschen Satzes. Von diesem könnte man mit vollem Recht dasselbe sagen, was Bolzano gelegentlich der Arbeit von Moth sagt (vgl. Abs. 13).

12. Eine Abhandlung mit dem Motto:

„Les lois les plus générales du monde physique sont exprimées par des équations différentielles.

Dans l'état actuel de la science il s'agit moins de donner les détails de calculs d'une méthode, que d'indiquer la route qui y a conduit (p. 21 du mémoire [?]).

A fur et à mesure que les sciences s'accroisent, elle se simplifient.“

---

[26]) Seine Arbeit erschien unter dem Titel: „Über die Darstellbarkeit der Wurzeln einer allgemeinen Gleichung mittelst expliziter algebraischer Ausdrücke von den Koeffizienten,“ Abh. d. phys.-mathem. Klasse d. Königl. Akad. d. Wis. zu Berlin; aus dem J. 1834, Berlin 1836, S. 577—622.

Die (in französischer Sprache) verfasste Anhandlung (Sgn. S35) enthält 79 S. Ihr Verfasser war AUGUSTE PIOCH, Prof. de Mathém. à l'Institut Gaggia à Bruxelles.

Im Gutachten (Nro. 6) schreibt Bolzano:

Der Verfasser, der sich als einen jungen Mathematiker bezeichnet, der seine Abhandlung nur in der Eile geschrieben hätte [in der Introduktion zu seiner Arbeit], sucht zuvörderst aus dem ersten (bisher nur allein noch gedruckten) Bande von Fouriers Werke zu zeigen, was in der Tat sehr wahrscheinlich ist, dass Fourier keine allgemeine Methode der Auflösung höherer literaler Gleichungen durch einen geschlossenen Ausdruck, wie die Gesellschaft ihn verlangt, gekannt habe; dann aber sucht er darzutun, dass eine solche [Auflösung] in der Tat unmöglich sei. Hiebei beruft er sich teils auf Ruffini's bekannten Lehrsatz von den verschiedenen Werten, deren eine nicht symmetrische Funktion fähig ist, teils auf Cauchy's ähnlichen Lehrsatz (Journ. de l'école polytechn., Cah. 17, p. 9):

Le nombre des valeurs différentes d'une fonction non-symmétrique de n quantités ne peut s'abaisser au dessous du plus grand nombre premier p contenu dans n, sans devenir égal à deux.[13])

Überhaupt kommt alles, was er vorträgt, wiefern es einige Wichtigkeit für den vorliegenden Zweck hat, auch in der folgenden Abhandlung [§ 3,7; § 4,13] vor, wo es ausführlicher besprochen wird. Unter anderem behauptet er aber auch noch, dass der allgemeine Ausdruck der Wurzel einer Gleichung vom n-ten Grade notwendig auch Wurzelgrösse des 2-ten, 3-ten, bis inklusive zum n-ten Grade in sich schliessen müsse; und der Beweis ist: Denn schon die einfachste Gleichung des n-ten Grades führt auf eine Wurzel des n-ten Grades $\sqrt[n]{a}$, und wenn $n = 2, 3, \ldots$ ist, so wird

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt{a},\ \sqrt[3]{a},\ \ldots$$

Also müssten in dem allgemeinen Ausdrucke auch Quadrat, Kubik- und ... Wurzeln [vom n-ten Grade] erscheinen. (Welch ein Schluss!)

Sein letzter Schluss aber ist: Or puisque les quantités algébriques

$$A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{m-1} \quad \text{et} \quad V^{\frac{1}{m}}$$

qui composent la racine

$$x = A_0 + A_1V^{\frac{1}{m}} + A_2V^{\frac{2}{m}} + \ldots + A_{m-1}V^{\frac{m-1}{m}}$$

de l'équation

$$x^m + a_{m-1}x^{m-1} + a_{m-2}x^{m-2} + \ldots + a_1 = 0$$

sont les fonctions rationelles et non-symmétriques des racines

$$x', x'', x''', \ldots, x^{(m)}$$

et comme la détermination de ces fonctions depend d'une équation d'un degré supérieur et plus difficile à résoudre que la proposée, quand celle-ci est supérieure au quatrième, et qu'il est impossible de l'abaisser à un degré moindre, j'en conclus qu'il est démontré que les équations littérales complètes d'un degré supérieur au quatrième ne peuvent être résolues par des formules finies. Diese Folge ergibt ich nun wohl aus dem vorhergehenden gar nicht; sondern aus diesem folgt bloss, dass wir die erwähnte Funktion der x von $a_{m-1}, a_{m-2}, \ldots$ auf jenem Wege nicht zu bestimmen vermögen. Der Satz, dass in dem allgemeinen Ausdrucke

$$x = A_0 + A_1V^{\frac{1}{m}} + A_2V^{\frac{2}{m}} + \ldots + A_{m-1}V^{\frac{m-1}{m}}$$

die Grössen

$$A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{m-1} \text{ und } V^{\frac{1}{m}}$$

fonctions invariables von den verschiedenen Wurzeln $x', x'', \ldots, x^{(m)}$ sein müssten, folgert der Verfasser schon daraus, weil jener Ausdruck m verschiedene Werte darbeut, auch schon wenn die genannten Grössen unveränderlich sind, wenn nur für $V^{\frac{1}{m}}$ die m verschiedenen Werte angenommen werden.

Es ist die Arbeit 1 (im § 3, § 3,3).

13. Eine Abhandlung mit dem Motto:

„Die Wissenschaft wird dadurch sehr zurückgehalten...".

Aus den Protokollen 54/1835 (Sitzung vom 18. 10. 1835, N. G. § 3) und 60/1836 (Sitzung vom 2. 10. 1836, N. G. § 6) erhellet, dass der Verfasser dieser Konkurrenzarbeit FRANZ X. MOTH[27]) war. Sie wurde ihm zurückgestellt (Sitzungsprotokoll vom 19. 2. 1837, N. G. §2, 59/1837).

Dem Gutachten (Nro. 7) entnehme ich:

Auch der Beweis des Satzes Nro. 84, dass „wenn eine algebraische Gleichung durch eine geschlossene algebraische Formel, die ihre Koeffizienten enthält, auflösbar sein soll, ihre Wurzel immer durch eine rationale Funktion ihrer sämtlichen Wurzeln selbst ausgedrückt werden könne", ist sehr verworren.

Es ist die Arbeit 5) im § 3 (§ 3, 7).

14. J. PIERPONT schreibt (S. 46) in seiner Abhandlung (§ 1, Fussn.) [3]):

Im Jahre 1832 erklärte die Prager Gesellschaft der Wissenschaften die Beweise von Ruffini und Abel für unbefriedigend und schrieb einen Preis für einen vollkommen befriedigenden Beweis der Unauflösbarkeit der Gleichungen von höherem als dem vierten Grade oder die Auffindung der Auflösung aus.

Dazu ist zu bemerken: Der Name Abel's wird in der Ausschreibung der Preisaufgabe (§ 2) und in ihrer Beurteilung (§ 3) überhaupt nicht erwähnt. Auch im Gutachten von Bolzano wird Abel nicht zitiert. Die Arbeiten von Ruffini waren den Mitgliedern der mathematischen Klasse, wie es scheint, nur vermittelst der Arbeiten von Ettingshausen[14]) bekannt.

Zusatz bei der Korrektur. Es ist überhaupt fraglich ob die Mitgleder der mathematischen Klasse der Gesellschaft die Abhandlung von Abel, die im ersten Bande von Crelles Journal erschienen ist (vgl.)[8]), gekannt haben. Ich habe feststellen können, dass sich dieser Band in keiner der drei Studienbibliotheken befand, die ihnen zur Verfügung standen. Die Bibliothek der Gesellschaft besass damals Crelles Journal nicht, wie aus ihrem Katalog zu ersehen ist, der im J. 1835 von Kulik als Bibliotheker herausgegeben wurde.

[27]) FRANZ X. MOTH (*3. 12. 1802 in Luditz (Žlutice) in Böhmen, †7. 5. 1879 in Wien); 1826—1831 supplierte er Mathem. an der Prager Univ.; zuletzt (seit 1849) Prof. d. Mathem. an der Univ. Wien.

Die Universitätsbibliothek bekam die ersten 10 Bände von Crelles Journal erst cm J. 1893 als Vermächtnis des Professors an der Prager Universität WILHELM MATZKA (*1798, †1891. Sie sind mit dem „Ex libris Guillielmi Matzka" versehen. Endlich war es die Bibliothek des ständisch-polytechnischen Institutes zu Prag. Dass sich dort Crelles Journal nicht befand, ist ersichtlich aus dem „Programm zur fünfzigjährigen Erinnerungsfeier an die Eröfnung des Institutes," S. 160 (verfasst von Dr. KARL JELINEK, Prag 1856). Bolzano selbst, von dem die Beurteilung der Konkurrenzarbeiten stammt, besass eine grosse Bibliothek (2437 Bände), aber auch darin befand sich Crelles Journal nicht, wie aus dem Katalog ersichtlich ist. Er stammt aus dem J. 1849 und wird in der Universitätsbibliothek aufbewahrt. Es ist also in dieser Unkenntnis der Grund zu suchen, warum die Preisaufgabe so ausgeschrieben wurde, wie sie ist. Pierpont mutet durch seine Bemerkung (s. auch [3])) der Gesellschaft ein zu hohes Ziel zu.

Výtah

ÚLOHA O CENU VYPSANÁ KRÁLOVSKOU ČESKOU SPOLEČNOSTÍ NAUK V PRAZE NA R. 1834

KAREL RYCHLÍK, Praha

Na paměť padesátiletého svého trvání (v r. 1834) usnesla se *Královská česká společnost nauk* (3. III. 1833) vypsat cenu na úlohu, která se měla zabývat otázkou řešitelnosti obecné algebraické rovnice vyššího než čtvrtého stupně odmocninami. Cena nebyla udělena, ježto žádný z pěti soutěžících, kteří splnili formální podmínky soutěže, neřešil úlohu s dostatečnou úplností.

Vypsání ceny a posouzení došlých prací bylo dílem matematické třídy, jejímiž význačnými členy byli tehdy BERNARD BOLZANO (*1783, †1848) a JAKOB FILIP KULIK (*1793, †1863).

Резюме

ЗАДАЧА НА СЫСКАНИЕ ПРЕМИИ, ПРЕДЛОЖЕННАЯ КОРОЛЕВСКИМ ЧЕШСКИМ ОБЩЕСТВОМ НАУК В ПРАГЕ НА 1834 Г.

КАРЕЛ РЫХЛИК (Karel Rychlík), Прага

В ознаменование своего пятидесятилетнего существования (в 1834 г.) *Королевское чешское общество наук* в Праге постановило (3/III 1833) назначить премию за вопрос решения задачи исследовать разрешимость в радикалах общего алгебраического уравнения степени выше четвертой. Премия не была выдана, так как ни один из пяти состязающихся, выполнив ших формальные условия состязания, не решил задачу с достаточной полнотой.

Назначение премии и оценка поступивших работ было проведено математическим классом, выдающимися членами которого были в то время Бернард Больцано (* 1783, † 1848) и Яакоб Филип Кулик (* 1793, † 1863).