Časopis pro pěstování matematiky

Alois Švec

Geometrický význam projektivních normál rovinné vrstvy křivek

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 85 (1960), No. 3, 342--344

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117337`

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 85 (1960), Praha

GEOMETRICKÝ VÝZNAM PROJEKTIVNÍCH NORMÁL ROVINNÉ VRSTVY KŘIVEK

ALOIS ŠVEC, Praha

(Došlo 24. srpna 1959)

Je nalezen další geometrický význam normál vrstvy křivek v S_2, zavedených ZB. NÁDENÍKEM.

V projektivní rovině S_2 buď dána vrstva křivek V; každému bodu $A_0 \in S_2$ buď přiřazen reper A_0, A_1, A_2, pro který $[A_0A_1A_2] = 1$ a $[A_0A_1]$ je tečna v bodě A_0 té křivky vrstvy V, jež jím prochází. V duální rovině S_2^* k S_2 uvažujme duální lokální repery $\alpha_0 = [A_2A_1]$, $\alpha_1 = [A_0A_2]$, $\alpha_2 = [A_1A_0]$; základní rovnice vrstvy jsou

$$\mathrm{d}A_i = \sum_{j=0}^{2} \omega_{ij}A_j\,, \quad \mathrm{d}\alpha_i = -\sum_{j=0}^{2} \omega_{ji}\alpha_j \quad (i = 0, 1, 2) \tag{1}$$

s

$$\omega_{12} = \omega_1\,, \quad 3\omega_{11} = b_1\omega_1 + b_2\omega_2\,, \quad \omega_{10} + \omega_{21} = b_2\omega_1 + b_3\omega_2\,, \tag{2}$$

volba $b_i = 0$ $(i = 1, 2, 3)$ znamená, že A_2 leží na jedné z i i-tých normál; viz [1]. V dalším naleznu geometrický význam těchto normál, odlišný od Nádeníkem udané charakterisace.

Za tím účelem uvažuji vrstvy V_K, takto vytvořené: Buď dána kolineace $K : S_2 \to S_2$, křivka vrstvy V_K bodem $A \in S_2$ má v něm za tečnu právě přímku $[A, KA]$ (uvažuji ovšem takovou část roviny S_2, jež neobsahuje samodružné body K). Nyní platí, že *pro každý bod A dané vrstvy V existuje ∞^2 kolineací K, pro něž vrstva V_K má s vrstvou V v bodě A analytický styk* 2. *řádu.* Analyticky se jedná o nalezení takových kolineací $KA_i = \sum_{j=0}^{2} \alpha_{ij}A_j$, pro něž

$$\begin{aligned}[(A_0 + \mathrm{d}A_0 + \tfrac{1}{2}\mathrm{d}^2A_0 + \ldots)(KA_0 + K\,\mathrm{d}A_0 + \tfrac{1}{2}K\,\mathrm{d}^2A_0 + \ldots)] = \\ = (\Theta_0 + \Theta_1 + \tfrac{1}{2}\Theta_2 + \ldots)(\alpha_2 + \mathrm{d}\alpha_2 + \tfrac{1}{2}\mathrm{d}^2\alpha_2 + \ldots)\end{aligned} \tag{3}$$

až na veličiny třetího a vyššího řádu (Θ_k je řádu k). Přímým výpočtem se zjistí, že taková nejobecnější kolineace K (nazvěme ji přidruženou) je

$$\begin{aligned}KA_0 = a_{00}A_0 + A_1\,, \quad KA_1 = a_{10}A_0 + (a_{00} + \tfrac{1}{2}b_1)\,A_1 + A_2\,, \\ KA_2 = \tfrac{1}{2}b_3A_0 + (b_2 - a_{10})\,A_1 + a_{00}A_2\,.\end{aligned} \tag{4}$$

Snadno se již nahlédne:

V S_2 uvažujme vrstvu V a bod A. Zvolme bod B, jenž neleží na tečně v bodě A křivky vrstvy V, která bodem A prochází. Nutná a postačující podmínka, aby bod B ležel na (1) *první,* (2) *druhé,* (3) *třetí projektivní normále vrstvy V v bodě A, jest existence takové přidružené kolineace K* (V a V_K mají styk právě v bodě A), *pro níž*

(1) *body KB a A jsou lineárně závislé a K^2A leží na $[A, B]$,*
(2) *body KB a A jsou lineárně závislé a K^2A leží na $[KA, B]$,*
(3) *bod B je samodružným bodem K.*

LITERATURA

[1] *Z. Nádeník*: O projektivních diferenciálních invariantech rovinné vrstvy křivek, Čas. pěst. mat. *78* (1953), 229—258.

Резюме

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРОЕКТИВНЫХ НОРМАЛЕЙ ПЛОСКОГО СЛОЯ КРИВЫХ

АЛОИС ШВЕЦ (Alois Švec), Прага

Пусть дано нулевое соответствие $VA = \alpha$; $A \in \alpha$, $A \in S_2$, $\alpha \in S^*$; S_2 и S_2^* — двойственные друг другу плоскости. Для каждой точки $A \in S_2$ существует ∞^2 коллинеаций K, для которых соответствия V и $V_K A = \{A, KA\}$ имеют аналитическое касание второго порядка. Точка B лежит на i-й ($i = 1, 2, 3$) введеной З. Надеником нормали в точке A, если и только если существует такая коллинеация K, для которой V_K соприкасается с V в точке A и (1) $[KB, A] = 0$, $K^2A \in \{A, B\}$, (2) $[KB, A] = 0$, $K^2A \in \{KA, B\}$, (3) $[KB, B] = 0$. (Здесь $\{R, S\}$ означает прямую, проходящую через точки R, S.)

Résumé

SIGNIFICATION GÉOMÉTRIQUE DES NORMALES PROJECTIVES D'UNE COUCHE DE COURBES PLANES

ALOIS ŠVEC, Praha

Soit donnée une correspondance nulle $VA = \alpha$; $A \in \alpha$, $A \in S_2$, $\alpha \in S_2^*$; S_2 et S_2^* étant deux plans duals l'un à l'autre. Pour tout point $A \in S_2$ il existe ∞^2 d'homographies K pour lesquelles les correspondances V et $V_K A = \{A, KA\}$ ont un contact analytique de second ordre. Un point B est situé sur la i-ème ($i = 1, 2, 3$) normale — introduite par M. Z. NÁDENÍK — du point A si et seulement s'il existe une homographie K pour laquelle V_K oscule V au point A et (1) $[KB, A] = 0$, $K^2A \in \{A, B\}$, (2) $[KB, A] = 0$, $K^2A \in \{KA, B\}$, (3) $[KB, B] = 0$. (Ici $\{R, S\}$ désigne la droite passant par les points R et S.)