Časopis pro pěstování matematiky

Otakar Leminger

Poznámka k praktickému použití křivky kochleoidy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 85 (1960), No. 3, 359--360

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117328`

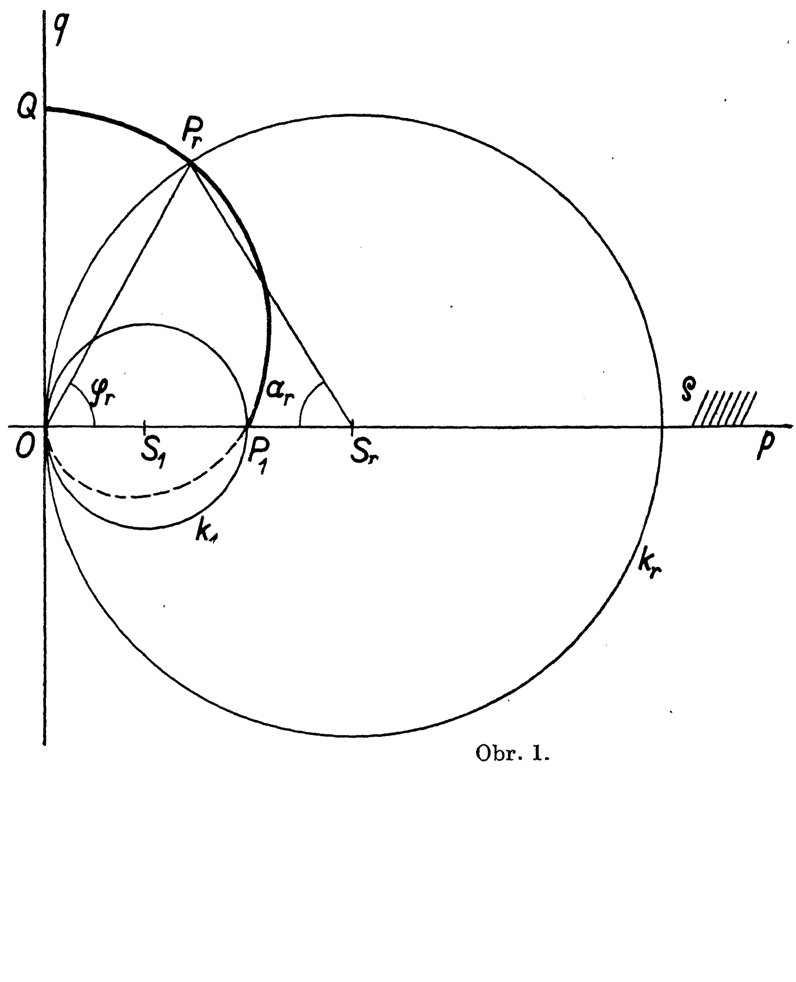
Časopis pro pěstování matematiky, roč. 85 (1960), Praha

RŮZNÉ

POZNÁMKA O PRAKTICKÉM POUŽITÍ KŘIVKY KOCHLEOIDY

OTAKAR LEMINGER, Ústí n. Labem

Zvolme v rovině dvě kolmé přímky p, q s průsečíkem O. Množinu kružnic k_r s poloměry $r \geqq 1$, které mají středy na přímce p a leží v jedné polorovině určené přímkou q, označíme Σ. Na každé kružnici k_r systému Σ v jedné polorovině ϱ určené přímkou p zvolíme bod P_r tak, aby její oblouk $\widehat{OP_r} = \pi$. V polorovině ϱ určíme ještě na přímce q bod Q požadavkem $OQ = \pi$. Množina bodů P_r ($r \geqq 1$) spolu s bodem Q je oblouk křivky zvané kochleoida (obr. 1), která byla studována více autory. (Viz G. LORIA: Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven, Leipzig 1902, str. 417—423.)



Obr. 1.

Budeme předpokládat, že uvedený oblouk kochleoidy je vyrýsován a ukážeme jeho použití k několika geometrickým konstrukcím. Označme ještě S_r střed kružnice k_r a $\alpha_r = \widehat{OS_rP_r}$, $\varphi_r = \widehat{S_rOP_r}$. Zřejmě $\varphi_r = \frac{1}{2}(\pi - \alpha_r)$ a $r\alpha_r = \pi$ pro každé $r \geqq 1$.

a) Je dán úhel α, $0 < \alpha \leqq \pi$, a číslo p, $0 < p < 1$. Má se sestrojit úhel $p \cdot \alpha$. Určí se kružnice k_r a $k_{r'}$, kde $r = \dfrac{\pi}{\alpha_r}$ při $\alpha_r = \alpha$ a $r' = \dfrac{1}{p}\, r$. Průsečík P_r našeho oblouku kochleoidy s kružnicí k_r, pak její střed S_r a poloměr $r = \dfrac{\pi}{\alpha} = OS_r$ se sestrojí snadno pomocí úhlu $\varphi_r = \frac{1}{2}(\pi - \alpha)$. Úhel $\widehat{OS_{r'}P_{r'}}$ je hledaný, neboť $r\alpha_r = r'\alpha_{r'} \Rightarrow \alpha_{r'} = \dfrac{r}{r'}\,\alpha_r = p\alpha$.

b) Sestrojit pravidelný n-úhelník (n libovolné přirozené číslo > 2). Řeší se jako zvláštní případ úlohy a) pro $\alpha_r = \alpha = \pi$, $r = 1$ a $p = \dfrac{2}{n}$.

c) Rektifikace oblouku γ kružnice o poloměru ϱ (délka x oblouku γ není větší než $\pi\varrho$). Budiž α středový úhel příslušný oblouku γ. Podobně jako v a) se sestrojí poloměr $r = \dfrac{\pi}{\alpha}$ kružnice k_r. Velikost x oblouku γ je pak dána úměrou

$$x : \varrho = \pi : r \left(\pi = OQ,\ r = \frac{\pi}{\alpha}\right).$$

d) Na dané kružnici poloměru ϱ určit oblouk dané délky x. Sestrojíme kružnici k_r s poloměrem $r = \dfrac{\pi\varrho}{x}$ a úhel $\alpha_r = \widehat{OS_rP_r}$ je středovým úhlem hledaného oblouku na dané kružnici.