Časopis pro pěstování matematiky

Josef Novák

O konvergenci v dvojných posloupnostech

*Časopis pro pěstování matematiky*, Vol. 82 (1957), No. 2, 230--231

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117244

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 82 (1957), Praha

# REFERÁTY

## O KONVERGENCI V DVOJNÝCH POSLOUPNOSTECH

(Referát autora o přednášce konané v matematické obci pražské dne 9. dubna 1956.)

Nechť $P$ je množina, v níž jsou definovány konvergentní posloupnosti splňující vedle dvou známých Fréchetových axiomů (o stacionární posloupnosti a o vybrané posloupnosti) také axiom Urysohnův: Nekonverguje-li posloupnost bodů $x_n$ k bodu $x$, pak existuje vybraná posloupnost bodů $x_{m_n}$ tak, že žádná další z ní vybraná posloupnost nekonverguje k bodu $x$.

Budeme uvažovat o prostých dvojných posloupnostech bodů $x_{mn} \in P$, kde $x_{mn} \neq x_{ij}$ pro $(m, n) \neq (i, j)$. Budeme je jednoduše nazývat posloupnostmi. Řekneme, že posloupnost bodů $x'_{ij}$ je vybraná z posloupnosti bodů $x_{mn}$, jestliže $x'_{ij} = x_{m_i n_j^i}$, kde $m_i < m_{i+1}$ a $n_j^i < n_{j+1}^i$ pro každé přirozené číslo $i$ a $j$. Každou jednoduchou posloupnost bodů $x_{m_i n_i} \in P$, jež se nacházejí mezi body $x_{mn}$, při čemž $m_i < m_{i+1}$ a $n_i < n_{i+1}$ pro všechna $i$, nazveme *příčnou* posloupností. Tato posloupnost je význačná, jestliže $m_i = i$. Symbolem $x_{mn} \to x_m \to x$ budeme označovat konvergenci $\lim\limits_n x_{mn} = x_m$ pro každé přirozené $m$ a konvergenci $\lim\limits_n x_m = x$. Značka $x \neq x_m$ po př. $x = x_m$ bude platit pro každý index $m = 1, 2, \ldots$ Pomocí konvergence v dvojných posloupnostech budeme definovat určité vlastnosti bodů v $P$.

Řekneme, že bod $x \in P$ má vlastnost $\alpha''_0$, jestliže z každé posloupnosti bodů $x_{mn} \to x_m \to x \neq x_m$ se dá vybrat posloupnost bodů $x'_{ij} \to x_{m_i} \to x$, jejíž aspoň jedna význačná příčná posloupnost konverguje k bodu $x$; vlastnost $\alpha'_0$, jestliže z každé posloupnosti bodů $x_{mn} \to x_m \to x$ se dá vybrat jednoduchá posloupnost $x_{m_k n_k} \to x$, kde $m_k \leqq m_{k+1}$ a $n_k < n_{k+1}$; vlastnost $\alpha_0$, jestliže z každé posloupnosti bodů $x_{mn} \to x_m \to x \neq x_m$ se dá vybrat příčná posloupnost $x_{m_i n_i} \to x$.

Má-li každý bod $x \in P$ vlastnost $\alpha''_0$ ($\alpha'_0$, $\alpha_0$), řekneme, že tuto vlastnost má prostor $P$. Platí věta:

*Vlastnosti $\alpha_0$, $\alpha'_0$, $\alpha''_0$ jsou ekvivalentní s axiomem o uzavřeném uzávěru $v(vA) = vA$* ($vA$ značí množinu všech limit konvergentních posloupností bodů $x_n \in A$).

Řekneme, že bod $x \in P$ má vlastnost $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, jestliže z každé posloupnosti bodů $x_{mn} \to x_m \to x \neq x_m$ lze vybrat dvojnou posloupnost, jejíž

($\alpha_1$) ... aspoň jedna příčná posloupnost konverguje k bodu $x$ a aspoň jedna nekonverguje k bodu $x$;

($\alpha_2$) ... všecky příčné posloupnosti konvergují k bodu $x$;

($\alpha_3$) ... žádná příčná posloupnost nekonverguje k bodu $x$.

Jestliže předpokládáme, že $x_{mn} \to x_m \to x = x_m$, pak dostaneme obdobné vlastnosti $\beta_s$ ($s = 0, 1, 2, 3$). Vlastnost $\gamma_s$ značí současnou platnost vlastností $\alpha_s$ i $\beta_s$.

Dá se dokázat, že všecky vlastnosti $\alpha_s$, $\beta_s$, $\gamma_s$ jsou realisovatelné. Komplikovaná je netriviální konstrukce prostoru obsahující bod s vlastností $\alpha_1$. Takový spočetný prostor $S^*$ se mi podařilo sestrojit za předpokladu, že $2^{\aleph_0} = \aleph_1$.

Vlastnosti $\alpha_s$, $\beta_s$, $\gamma_s$ se dají vhodným způsobem použít při studiu konvergence v kartézských prostorech. Jsou-li v prostorech $P$ a $Q$ definována okolí, pak okolím v kartézském součinu $P \times Q$ se rozumí kartézský součin obou okolí. Jsou-li v $P$ a $Q$ definovány konvergentní posloupnosti, pak v $P \times Q$ je konvergentní právě každá posloupnost bodů $(p_n, q_n) \to (p, q)$, kde posloupnost bodů $p_n$ konverguje v $P$ k bodu $p$ a $q_n$ konverguje v $Q$ k bodu $q$. Kartézský součin s touto konvergencí nazveme kartézským $L$-součinem.

V literatuře je už popsán příklad dvou prostorů $P$ a $Q$ s konvergentními posloupnostmi, jež splňují axiom o uzavřeném uzávěru, jejichž kartézský $L$-součin však tento axiom nesplňuje; je tomu tak vždy, jestliže žádný z prostorů $P$ a $Q$ není isolovaný a aspoň jeden obsahuje bod o vlastnosti $\beta_3$. Pomocí prostoru $S^*$ podařilo se mi sestrojit takový kartézský $L$-součin, při čemž oba prostory $P$ a $Q$ mají vlastnost $\alpha_1$. Naproti tomu platí tato věta: *Nechť jeden z prostorů $P$ a $Q$ má vlastnost $\gamma_2$ a nechť druhý má vlastnost $\gamma_1$ nebo $\gamma_2$. Pak jejich kartézský $L$-součin splňuje axiom o uzavřeném uzávěru.*

*Josef Novák*, Praha.

## IX. MEZINÁRODNÍ KONGRES APLIKOVANÉ MECHANIKY V BRUSELU

(Výtah z přednášky doc. dr *M. Hampla* a dr *J. Poláška*, pořádané JČMF a matematickým ústavem ČSAV dne 21. 1. 1957.)

Ve dnech 5. až 13. září 1956 byl v Bruselu v budově university pořádán pod záštitou mezinárodní unie mechaniky IX. mezinárodní kongres aplikované mechaniky.

Presidentem kongresu byl prof. van den Dungen, ve výboru zasedali známí vědečtí pracovníci z celého světa. Sovětský svaz, Čínská lidová republika a ČSR nebyly v přípravném výboru původně zastoupeny, avšak po příjezdu sovětské delegace, která byla velmi srdečně přivítána, byli do výboru dodatečně přizváni Muschelišvili a Sobolev.

Mezinárodní kongresy aplikované mechaniky mají už svou tradici. Popud k jejich provádění vyšel z kruhu redakce časopisu *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, v jejímž čele stáli tehdy Mises, Karman, Biezeno, Grammel, pražský prof. Körner a j. První kongres byl pořádán v r. 1922. Od té doby se kongresy konaly každý čtvrtý rok s výjimkou válečných let. Po válce byl v r. 1946 pořádán šestý kongres v Paříži, v r. 1948 sedmý v Londýně (výjimečně již za dva roky) a v r. 1952 osmý v Cařihradě.

Vlastní jednání na devátém kongresu v Bruselu bylo rozděleno do dvou sekcí: I. Mechanika tekutin, II. Mechanika pevných látek.

V I. sekci bylo původně přihlášeno 250 přednášek a referátů, v II. sekci 240. Skutečný počet byl však ještě větší, protože na pořad jednání kongresu byly dány i referáty přihlášené dodatečně.

Při slavnostním zahájení kongresu ve středu 5. 9. 1956 bylo zdůrazněno přání všech účastníků po míru.

Přednášky se konaly paralelně ve třech posluchárnách university (každá sekce byla rozdělena na dvě podsekce). Čtyři hlavní přednášky společné oběma sekcím byly v universitní aule:

*Germain* (Francie): Některé nové pokroky v teoretické aerodynamice vysokých rychlostí. *Hill* (Anglie): Nové obzory v mechanice pevných látek. *Davidson* (USA): Lodě. *Mettler* (Německo): Vynucené nelineární kmity pružných těles.

Přednášky a referáty v I. sekci byly hlavně z těchto oborů: 1. aerodynamika velkých rychlostí, 2. turbulence, 3. mezní vrstva, 4. křídla, lopatkové mříže a aerodynamické tunely, 5. kmitání křídel a stabilita letu, 6. nestacionární proudění, 7. vazko-elastické tekutiny atd.