Časopis pro pěstování matematiky

Otakar Borůvka
Matyáš Lerch a jeho dílo [Přednáška]

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 79 (1954), No. 2, 169–170

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117108`

tom $y = (y_0, y_1, \ldots, y_n)$ značí běžný bod a f_{ik} zkráceně $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \, \partial x_k}$, $i, k = 0, 1, \ldots, n$). Pomocí tohoto vyjádření lze daleko jednodušeji než jinými methodami studovat nadplochy v A_{n+1} té vlastnosti, že všechny jejich oskulační kvadriky s pevným středem O vyhovují některým podmínkám.

Akademik Čech pak ukázal, jak lze některé z těchto výsledků aplikovat při řešení speciálních parciálních diferenciálních rovnic. Použitím uvedených method lze na př. zjistit, že rovnice (f je funkce $x_0, x_1, \ldots, x_n$)

$$f - \sum_{i=0}^{n} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \tfrac{1}{2} \sum_{i,k=0}^{n} x_i x_k \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \, \partial x_k} = 0$$

má obecné řešení tvaru $f = f_1 + f_2$, kde f_1 resp. f_2 jsou homogenní funkce prvního resp. druhého stupně. Závěrem vyzval akademik Čech přítomné, aby dokázali uvedený tvar obecného řešení přímo. To bylo provedeno různými způsoby. Nejjednodušší je položit $x_i = y_i t$. Tím přejde rovnice v obyčejnou diferenciální rovnici Eulerova typu vzhledem k nezávisle proměnné t. *Miroslav Fiedler*, Praha.

MATYÁŠ LERCH A JEHO DÍLO

(Referát o přednášce člena korespondenta ČSAV *Otakara Borůvky*, přednesené v matematické obci pražské dne 11. ledna 1954.)

Zveřejněné vědecké dílo *Matyáše Lercha*, prvního profesora matematiky na přírodovědecké fakultě M. U. v Brně, se skládá z 238 vědeckých prací (mimo drobností), které byly uveřejněny ve 32 různých časopisech nebo sbornících našich a zahraničních. Z nich je psáno 118 česky, 80 francouzsky, 34 německy, 3 chorvatsky, 2 polsky a 1 portugalsky. Prací z matematické analysy je 158, z theorie čísel 48, z geometrie 13, z jiných oborů 19.

Lerchovo vědecké dílo nebylo dosud systematicky studováno a kriticky zhodnoceno. V letech 1945—48 jsem konal na přírodovědecké fakultě M. U. v Brně „Seminář pro studium díla Matyáše Lercha", jehož cílem bylo upozornit studenty na Lerchovy práce a přivést je k jejich studiu. Začátkem r. 1952 podjal jsem se úkolu připravit se skupinou brněnských spolupracovníků, v rámci činnosti tehdejšího Ústředního ústavu matematického, nyní Matematického ústavu ČSAV, kritické vydání Lerchových spisů z matematické analysy. Práce byla rozvržena na tři roky a v nynějším stadiu je splněna přibližně ze dvou třetin. Zúčastňují se jí mladší pracovníci z brněnských vysokých škol, zejména pracovníci z Vojenské technické akademie, dr *Jiří Čermák* a dr *Věra Radochová*, a z Vysoké školy stavitelství doc. dr *Ludvík Frank*. V rámci těchto prací byl vypracován Lerchův životopis (dr L. Frank) a byl sestaven chronologicky uspořádaný úplný seznam jeho prací (dr *Jos. Škrášek*); o tom viz články v Časopisu pro pěst. mat., *2 (78)*, 1953, 119 a n. Současně byl prostudován (dr L. Frank) Lerchův vědecký spor s německým matematikem *A. Pringsheimem*, o němž rovněž bude uveřejněna zpráva.

Při studiu Lerchova díla jde o tyto úkoly:

1. O roztřídění prací do několika skupin, které se vždy týkají otázek příbuzných nebo podobných, u nichž lze předvídat obsahové nebo methodické souvislosti;

2. o zkoumání výsledků co do důležitosti, t. j. ve vztahu k jiným výsledkům Lerchovým nebo jiných autorů;

3. o zkoumání základních methodických prvků v Lerchových důkazech co do účinnosti a dosahu; o studium ojedinělých obratů vedoucích k řešení předložených otázek.

Přitom jest ovšem věnovat pozornost tomu, zda jde o věci nové či nikoli. Jako studijní pomůcky používáme těchto pramenů: 1. Spisy klasiků, zejména Cauchyho, Weierstrasse a Kroneckera; 2. monografie, disertace a knižní díla starší i moderní, pokud mohou obsahovat užitečné údaje o Lerchových pracích; 3. příslušné statě v Encyklopedii; 4. recense Lerchových prací v časopise Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik; 5. jednotlivé články v časopisech, pokud mají vztah k Lerchovu dílu.

Organisačně je práce rozvržena na řadu spolupracovníků, při čemž je zajištěno, že jejich činnost vyústí vždy v jednolitý referát o celé skupině studovaných prací, ucelený obsahově i slohově. Některé z těchto referátů budou již v tomto roce 1954 dodány k uveřejnění.

V druhé části své přednášky jsem předvedl ukázku výsledků týkajících se Lerchova přínosu k theorii funkce gamma, čímž jsem navázal na právě vyšlý článek *V. V. Gussova* „Přínos ruských učenců v theorii funkce gamma" (Sovětská věda, Matematika-fysika-astronomie, roč. III, 1953, 540 a n.). V závěru jsem popsal všeobecné znaky Lerchova vědeckého díla.

Otakar Borůvka, Brno.

O HAUSDORFFOVĚ MÍŘE

(Referát o přednášce akademika *Vojtěcha Jarníka*, přednesené v matematické obci pražské dne 18. ledna 1954.)

Přednášející promluvil o aplikacích Hausdorffovy míry na aritmeticky definované množiny na přímce. Nejdříve uvedeme definici *vnější Hausdorffovy míry:*

Budiž M množina na přímce a budiž $f(d)$ funkce definovaná pro $d > 0$ a monotonně klesající k nule pro $d \to 0$. Zvolme číslo $\varrho > 0$ a pokryjme množinu M posloupností intervalů $I_1, I_2, I_3, \ldots$, jejichž délky $|I_1|, |I_2|, |I_3|, \ldots$ nepřesahují ϱ. Položme

$$L_\varrho = \inf \sum_{i=1}^{\infty} f(|I_i|),$$

kde infimum bereme pro všechna možná pokrytí splňující uvedené předpoklady. Klesá-li ϱ k nule, potom L_ϱ neroste a tak definujeme

$$\mu(M, f) = \lim_{\varrho \to 0} L_\varrho.$$

$\mu(M, f)$ nazýváme vnější Hausdorffovou měrou — pro stručnost Hausdorffovou měrou — množiny M a snadno lze ukázat, že $\mu(M, f)$ je vnější míra ve smyslu Carathéodoryově.

Zřejmě platí:

Nechť $\dfrac{f_1(d)}{f_2(d)} \to 0$ *pro* $d \to 0$.

Jestliže $\mu(M, f_1) > 0$, *pak* $\mu(M, f_2) = \infty$;

jestliže $\mu(M, f_2) < \infty$, *pak* $\mu(M, f_1) = 0$.

Tím dostává oprávnění definice:

Hausdorffovou dimensí daná množiny M — označíme ji $\dim M$ — nazveme infimum takových čísel s $(s > 0)$, že $\mu(M, x^s) = 0$.

Nyní přistoupíme k aplikacím těchto pojmů. Akademik Jarník nejprve dokázal tento obecný výsledek Folksmannův:

Nechť pro každé $n = 1, 2, 3, \ldots$ je dáno g_n (> 0) intervalů, které se nepřekrývají a které mají všechny stejnou délku λ_n. Tyto intervaly nazveme intervaly řádu n. Nechť