z čehož se snadno vypočítá

$$\beta = \frac{\log\left[2 - \left(\frac{s}{b}\right)^{\alpha}\right]}{\log \frac{b}{s}}. \tag{11}$$

Přisoudí-li se na př. osobě A, aby vrhla kostkou určité číslo v třech vrzích, jest $\alpha = 3$, $\frac{b}{s} = \frac{5}{6}$, a tedy dle (11)

$$\beta = 7{\cdot}14,$$

musí se tedy osobě B přiřknouti 7·14 vrhů, má-li býti hra shodná.

Je-li řadový počet pokusů stejný $\alpha = \beta$, pak plyne z (10)

$$\frac{L}{L'} = \frac{s^{\alpha}}{b^{\alpha}}$$

a opět pro $\alpha = 3$,

$$\frac{L}{L'} = \frac{216}{125},$$

t. j. osadí-li osoba A sumu 216, osadí osoba B 125, a hra jakož i sázka jest shodna.

Theorie duhy vedlejší.

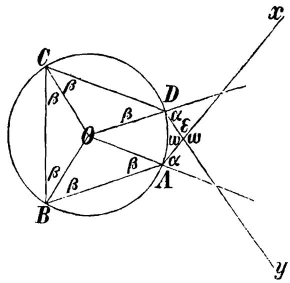
Pro střední školy sepsal

prof. **Vilém Baudys.**

V ročníku IV. t. pag. 285 podal jsem theorii duhy hlavní pomocí nižší mathematiky; podobným spůsobem dá se vyložiti povstávání duhy vedlejší, při čemž se omezím na určení odchylky pro paprsky účinné.

Kdyby byl $ABCD$ průřez kapky vodní (obr. 1.) rovinou jdoucí paprskem slunečním a okem pozorovatele a XA jeden paprsek sluneční dopadající v úhlu α na kapku, zlomí se část jeho do B v úhlu β, zde opět část se odráží v úhlu stejném do C, odtud do D a zde vychází částečně ve směru Dy opět v úhlu α na venek a přichází do oka pozorovatele. Poněvadž však při východu z kapky světlo v barevné paprsky se rozptyluje přijde z této kapky pouze paprsek jedné barvy do oka. Dojem

Obr. 1.



barvy může však spůsobiti jenom celý svazek paprsků rovnoběžných nebo velmi málo rozbíhavých, aby je oko současně pojmouti mohlo, a tudíž vyšetřeme, pro který úhel dopadu vycházejí paprsky rovnoběžně z kapky.

Pro takové paprsky musí úhel odchylky ω býti veličinou stálou.

Jest však v pětiúhelníku *ABCDE* součet úhlů

$$\omega + 6\beta + 2(180^0 - \alpha) = 3.\ 180^0,$$

tedy

$$\omega = 180^0 + 2\alpha - 6\beta\,. \tag{1}$$

Pro jiný sousední paprsek musí býti taktéž

$$\omega = 180^0 + 2\alpha' - 6\beta' \tag{2}$$

z těchto dvou rovnic vychází

$$\alpha - \alpha' = 3(\beta - \beta') \tag{3}$$

Je-li pak n udavatel lomu některé barvy, platí zároveň rovnice

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= n \sin\beta \\ \sin\alpha' &= n \sin\beta' \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Odečtením těchto rovnic obdržíme

$$\sin\alpha - \sin\alpha' = n(\sin\beta - \sin\beta'),$$

a rozvedeme-li v součiny, máme

$$\cos\tfrac{1}{2}(\alpha + \alpha')\sin\tfrac{1}{2}(\alpha - \alpha') = n\cos\tfrac{1}{2}(\beta + \beta')\sin\tfrac{1}{2}(\beta - \beta') \tag{5}$$

Z rovnice (3) následuje konečně

$$\sin\tfrac{1}{2}(\alpha - \alpha') = \sin 3\frac{\beta - \beta'}{2}\,.$$

Podle známé věty jest pak

$$\sin 3\varphi = 3 \sin\varphi \cos^2\varphi - \sin^3\varphi;$$

píšeme-li místo φ úhel $\frac{\beta-\beta'}{2}$, bude tedy

$$\sin \tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha') = 3 \sin\frac{\beta-\beta'}{2}\cos^2\frac{\beta-\beta'}{2} - \sin^3\frac{\beta-\beta'}{2}, \quad (6)$$

a to dosadivše do rovnice (5), zjednáme si

$$\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\alpha')\left[3\sin\frac{\beta-\beta'}{2}\cos^2\frac{\beta-\beta'}{2} - \sin^3\frac{\beta-\beta'}{2}\right]$$

$$= n\cos\tfrac{1}{2}(\beta+\beta')\sin\frac{\beta-\beta'}{2}, \quad (7)$$

kterážto rovnice dá se zkrátiti $\sin\frac{\beta-\beta'}{2}$; stavíme-li pak $\alpha = \alpha'$, čímž i $\beta - \beta'$, dostaneme

$$3\cos\alpha = n\cos\beta, \quad (8)$$

z kteréžto rovnice ve spojení s rovnicí (4) můžeme vypočísti α i β pro paprsky účinné.

Povýšením rovnice (8) na druhou mocninu dostaneme

$$9\cos^2\alpha = n^2\cos^2\beta,$$

nebo

$$9(1-\sin^2\alpha) = n^2(1-\sin^2\beta),$$

a poněvadž

$$n\sin\beta = \sin\alpha,$$

tedy konečně

$$\sin^2\alpha = \frac{9-n^2}{8}. \quad (9)$$

Pro červenou barvu mějme $n = 1\cdot33$
„ fialovou „ „ $n = 1\cdot34$.

K logarithmickému počítání upravíme rovnici (9)

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{(3+n)(3-n)}{8}}$$

a vypočteme

$$\alpha_č = 71^0\,56'; \quad \alpha_f = 71^0\,37';$$
$$\beta_č = 45^0\,37'; \quad \beta_f = 45^0\;\;5';$$
$$\omega_č = 50^0\,10'; \quad \omega_f = 52^0\,44'.$$

Šířka duhy podlé toho bude

$$\omega_f - \omega_č + 32' = 3^0\,6',$$

když vezmeme zdánlivý průměr slunce 32′. Vše ostatní určí se jako při duze hlavní.