Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Jaroslav Pantoflíček

Zrcadlový přístroj k určení okamžiku, kdy dvě libovolné hvězdy mají stejnou zenitovou vzdálenost

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 53 (1924), No. 1-2, 144--149

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109366

mière espèce donnée en couples d'une autre involution g'' donnée. L'auteur trouve des rapports et des constructions qui s'y rattachent.

2. L'involution g de la première espèce et une correspondance de la deuxième espèce E générale ont, en général, quatre couples communs; on les obtient en déterminant les points unis de l'involution $g' \equiv E . g$.

3. Sur une courbe elliptique il existe ∞^1 de groupes G_8 de correspondances uniunivoques, contenant, outre l'identité, trois involutions E de la deuxième espèce et quatre involutions g_2^1 de la première espèce. Toute involution g_2^1 de la première espèce se reproduit par un tel groupe G_8. Inversement tout groupe G_8 reproduit toutes les involutions g_2^1 qu'il contient. Les groupes de Jacobi des points unis des quatre involutions de la premiere espèce contenues dans le groupe G_8, sont invariants pour ce groupe. Le groupe G_8 contient un sousgroupe du 4e ordre contenant trois involutions E de la deuxième espèce, six sousgroupes du 4e ordre, dont chacun contient deux involutions de la première espèce et une involution E de la deuxième expèce, produit des deux premières involutions. Les transformations du groupe G_8 sont commutatives.

Zrcadlový přístroj k určení okamžiku, kdy dvě libovolné hvězdy mají stejnou zenitovou vzdálenost.

Napsal Dr. *Jaroslav Pantoflíček.*

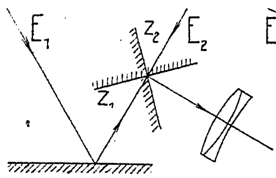
Užije-li se k měření dle methody Talcott-Harrebowy theodolitu, nedá se zaměřiti na obě hvězdy najednou. Pozorování následují za sebou v malém časovém intervalu.

Snadno se však dá sestrojiti přístroj, kterým lze obě hvězdy pozorovati najednou. Přístroj musí míti rtuťový horizont a buď 1. jedno zrcadlo nebo tříboký hranol nebo 2. dvě zrcadla nebo jeden hranol čtyřboký. Alternativních řešení je několik.

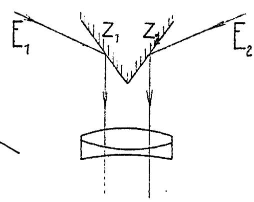
Prof. J. Svoboda hovořil se mnou kdysi o svém projektu, užíti jednoho zrcadla nad rtuťovým horizontem v meridiánu k určení zeměpisné šířky. Úprava tato nehodí se však dobře pro můj účel, protože kolmost zrcadla k horizontu dá se verifikovati jedině druhým pozorováním a i výběr hvězd se velice zmenšuje v mém případě podmínkou symetrické polohy k rovině dříve již daného azimutu.

Některé vady má konstrukce, při níž položí se dvě zrcadla kolmá k sobě nad rtuťový horizont do takové polohy, že průsečnice obou zrcadel je vodorovná (obr. 1.). Paprsky z hvězdy E_1 odráží se od horizontu a zrcadla z_1, paprsky z hvězdy E_2 od zrcadla z_2 a vytvoří v dalekohledu obrazy obou hvězd, jež se stotožní v okamžiku stejných vzdáleností zenithových. Užije-li se místo zrcadel čtyřbokého hranolu, rozloží se obraz jedné hvězdy ve dva obrazy, čímž kontroluje se současně poloha odrazných ploch.

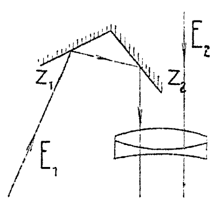
Jiné řešení se obdrží, když se postaví dvě zrcadla svírající spolu proměnný úhel kolmo k horizontu dle obr. 2, Paprsky hvězdy E_1 dopadají jednak na horizont a pak na zrcadlo z_1. jednak na zrcadlo z_1 a pak na horizont a odráží se do levé poloviny objektivu. Je-li zrcadlo z_1 svislé a tedy kolmé k horizontu, stotožní se oba obrazy téže hvězdy E_1. Stejný odraz od horizontu



Obr. 1.



Obr. 2.



Obr. 3.

a zrcadla z_2 je paprsků z hvězdy E_2. Nejsou-li obě zrcadla kolmá k horizoutu, obdrží se dva a dva obrazy hvězdy E_1 a E_2. Zkouší se tedy při pozorování současně svislá poloha obou zrcadel. Obě hvězdy mají tentýž úhel výšky, když všecky čtyři obrazy leží proti sobě symmetricky. Obě uvedené alternativy mají jisté vady.

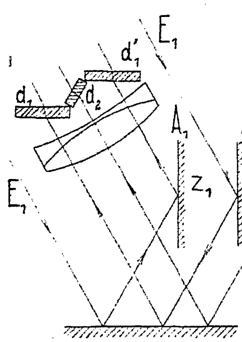
Dvě svislá zrcadla můžeme upraviti pro měření dle obrazu 3. tak, že do jedné poloviny objektivu vnikají paprsky z hvězdy E_2 jen jednou od horizontu odražené a do druhé poloviny paprsky z hvězdy E_1 odražené třikráte: od horizontu a obou zrcadel. Obraz hvězdy E_1 rozloží se ve tři obrazy tímto postupem odrazu: 1. horizont, zrcadla z_1 a z_2; 2. zrcadlo z_1, horizont, zrcadlo z_2 a 3. zrcadla z_1 a z_2 a pak horizont. Zrcadla dají se nahraditi hranolem.

Výhodnější než uvedená řešení, která ostatně všecky alternativy nevyčerpávají, je užití dvou zrcadel spolu rovnoběžných, postavených svisle dle obr. 4. Paprsky z hvězdy E_1 odráží se jednak od zrcadla z_2 a horizontu, jednak od horizontu a zrcadla z_1 a vchází vrchním a spodním úsekem objektivu do dalekohledu. Prostředním úsekem objektivu vchází do dalekohledu paprsky z hvězdy E_2 odražené jen od rtuťového horizontu. V okamžiku, kdy obě hvězdy mají tutéž výšku, stotožní se všecky tři obrazy.

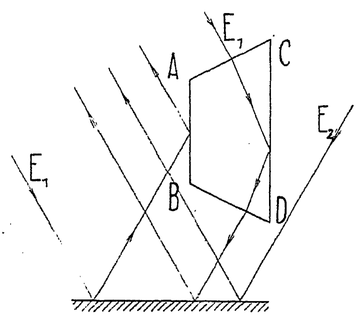
Jsou-li zrcadla rovnoběžná, ale nestojí-li svisle, rozloží se obraz hvězdy E_1 na dva obrazy, v jichž středu by ležel jediný obraz při svislých zrcadlech. Je tedy malá chyba v poloze zrcadel pro pozorování dokonce výhodná, protože přesněji se zastaví obraz hvězdy E_2 doprostřed mezi dva obrazy hvězdy E_1.

Parallaktickou chybu systém nemá, protože objektiv je rozdělen zrcadly na 3 symmetrické úseky; středním úsekem vchází do něj paprsky z jedné hvězdy, vrchním a spodním úsekem z druhé hvězdy.

Doba pozorování se prodlouží a systematická chyba osobní současně odstraní, když se za objektiv vloží tři planparallelní desky, z nichž střední d_2 otáčí se opačným směrem, než obě krajní d_1 a d'_1. Při poloze desek naznačené v obr. 4. snižuje se obraz hvězdy E_2 a zvyšují obrazy hvězdy E_1. Udrží se tedy obrazy obou hvězd delší dobu v koincidenci.



Obr. 4.



Obr. 5.

Nejsou-li roviny obou zrcadel spolu rovnoběžné, svírají-li spolu jakýsi malý úhel Δ několika vteřin, objeví se v dalekohledu vždy dva obrazy hvězdy E_1. Chyba v zenithové vzdálenosti $dz = \Delta$ způsobuje při zeměpisné šířce 50° dle dole uvedených vzorců chybu v určení času asi $d\Delta t = \Delta$ a v zeměpisné šířce chybu asi $d\varphi = 0{,}6\Delta$. Ale tato systematická chyba stroje odstraní se druhým pozorováním jiného páru hvězd, při němž systém obou zrcadel otočí se kol vodorovné osy tak, že body A_1, A_2 přijdou k horizontu. To ovšem žádá, aby poloha zrcadel proti sobě byla pokud jen možno neproměnná. Nejlépe by se této podmínce vyhovělo, kdyby zrcadla se vybrousila z nového křemenového skla a pak namontovala do objímky invarové. Obě hmoty mají velmi malý a skoro stejný koefficient roztažlivosti, takže by změnou teploty nenastalo ani napjetí zrcadel ani deformace objímky. V této úpravě jsem dosud přístroj nevyzkoušel.

Ostatně dala by se snad zachovati stejná poloha odrazových ploch proti sobě, kdyby se místo zrcadel užilo čtyřbokého hranolu tvaru lichoběžníka dle obr. 5. Strany AB a CD jsou spolu rovnoběžné, úhly u A a B jsou stejné, nejlépe asi 110°.

Je-li Δ chyba v rovnoběžnosti odrazových ploch AB a CD a δ chyba v úhlu u B, je chyba v zenithové vzdálenosti

$$dz = \frac{n \cos \beta}{2 \cos \alpha}(2 \triangle + \delta) - \frac{\delta}{2},$$

kde α je úhel dopadu a β úhel lomu na ploše AC. Při obvyklých zenithových vzdálenostech je na 3% přesně

$$dz = \frac{3}{2} \Delta - \frac{\delta}{4}.$$

Z pozorovaného okamžiku, kdy dvě hvězdy v různých azimutech A_1, A_2 mají současně libovolnou, avšak tutéž zenitovou vzdálenost, možno počítati buď *čas* (po přídadě *zeměpisnou délku*) anebo *zeměpisnou šířku* dle vlastní volby hvězd.

V prvním případě předpokládáme, že je známa *zeměpisná šířka* φ.

Nejistota v zeměpisné šířce $d\varphi$ způsobí nejistotu v korrekci hodin

$$(1) \qquad d\,\Delta t = \frac{tg\,\frac{1}{2}(A_1 + A_2)}{\cos \varphi}\, d\varphi.$$

Tato chyba je nepatrná, když se oba azimuty doplňují přibližně na 360°, čili když jsou pozorování přibližně symmetrická k meridianu. Poněvadž zenithové vzdálenosti jsou stejné, musí i deklinace obou hvězd býti přibližně — až as na 1° — stejná. Chyba dz v zenithové vzdálenosti jedné hvězdy, způsobuje v korrekci hodin chybu

$$d\,\Delta t = \frac{1}{\cos \varphi (\sin A_1 - \sin A_2)}\, dz,$$

jež je nejmenší, když $A = \pm 90$, čili když jedna hvězda je na východě a druhá na západě, tedy přibližně v prvém vertikálu.

Při určení z e m ě p i s n é š í ř k y vymizí dle (1) chyba v šířce způsobená chybou v čase, když $A_1 + A_2 = 180^\circ$ nebo 540°. Chyba v zenithové vzdálenosti jedné hvězdy způsobuje chybu v šířce

$$(2) \qquad d\varphi = \frac{1}{\cos A_1 - \cos A_2}\, dz.$$

Obě hvězdy mají tedy býti pokud možno blízko a na jedné straně meridiánu a jejich deklinace mají přibližně vyhověti podmínce

$$\delta_2 = 2\varphi - \vartheta, \quad \text{anebo} \quad \delta_2 = 2\varphi - 180 + \delta_1.$$

Při určení času zvolí se tedy hvězdy symmetricky k meridianu a poblíž prvého a třetího vertikálu, při měření zeměpisné šířky symmetricky k prvnímu vertikálu a poblíž meridianu. Není třeba, aby rozdíl v azimutech byl přesně 180°, odchylka i 40° nemá valného vlivu na přesnost výsledků. Pozorují-li se hvězdy v mezích

20^0—60^0 zenithové vzdálenosti, dá se sestaviti více než 500 párů hvězd až čtvrté velikosti.

Bude-li míti přístroj tak, jak jsem ho popsal, nějakých výhod pro pozorování, obtížno bez pokusu rozhodnouti. Podmínky, které se kladou na každý nový vynález v tomto oboru jsou velice těžké, neboť zrovna v poslední době znovu upraven byl známý Claude-Driencourtův astrolabe à prisme, vtipně zdokonalen cirkumzenithal Nušl-Fričův, právě konstruuje se v definitivní úpravě jednoduchý, jasný a důmyslný diazenithal Nušl-Fričův, a uveřejněny i konstrukce jiné, jako De la Baume Pluvinela, Dauvergne-a atd.

*

Sur un appareil à miroir pour déterminer l'heure et la latitude.

(Extrait de l'article précedent.)

Si l'on emploie, pour la détermination de l'heure et de la latitude la méthode des hauteurs égales d'étoiles, on observe chaque étoile à part. Mais il est possible de construire un appareil à l'aide duquel on observe les deux étoiles à la fois, au moment où leurs distances zénithales sont égales, mais d'ailleurs quelconques. Il y a plusieurs solutions de ce problème, avec un miroir ou deux, et avec un horizon de mercure.

Deux miroirs z_1 et z_2, perpendiculaires et situés au-dessus de l'horizon de mercure de manière que la ligne d'intersection de leurs plans soit horizontale, réfléchissent les rayons provenant de deux étoiles de hauteur égale et dans la même direction (fig. 1.). On peut aussi placer les miroirs perpendiculairement à l'horizon de mercure (fig. 2.). Les rayons d'une étoile sont réfléchis par l'horizon de mercure et par le miroir, ou bien par le miroir d'abord et par l'horizon de mercure après. Chaque étoile fournit deux images, ce qui permet la vérification de la perpendicularité des miroirs.

Les rayons de l'étoile E_2 (fig 3.) sont réfléchis par l'horizon de mercure seulement, tandis que pour l'étoile E_1 on peut se servir des refléxions suivantes: 1. horizon de mercure, miroirs z_1, z_2; 2. miroir z_1, horizon de mercure, miroir z_2; 3. miroirs z_1, z_2, horizon de mercure.

It y a encore d'autres solutions. Une des plus simples est l'emploi de deux miroirs parallèles et verticaux (fig. 4.). Si les miroirs sont parallèles, mais pas verticaux, on obtient deux images de l'étoile E_1, au milieu desquelles devrait être située l'image de cette étoile, si les deux miroirs étaient exactement verticaux. Une petite erreur dans la verticalité des miroirs peut être avantageuse, puisqu'on peut placer facilement l'image de l'étoile E_2 entre les deux images de l'étoile E_1. Un défaut dans le parallèlisme des miroirs peut être corrigé par l'observation d'une autre paire d'étoiles, après avoir éxécuté une rotation des miroirs autour de l'axe horizontal. Une erreur personnelle systématique est éliminée, et en même temps la durée de l'observation prolongée, si l'on pose derrière l'objectif trois plaques à faces parallèles, dont deux d_1 et d'_1 tournent contrairemeut au mouvement de la plaque d_2. Les miroirs peuvent être remplacés par un prisme (fig. 5.).

Důkaz Jordanovy věty o spojitých čarách.

Napsal *K. Petr.*

Že spojitá uzavřená čára se neprotínající dělí rovinu ve dva obory (v obor bodů vnitřních a obor bodů vnějších), kteréžto obory mají onu čáru jako společnou hranici, jevilo se dříve tak samozřejmým, že nevznikla potřeba onu větu dokazovati. Teprve, když se seznalo, že spojitá čára, jejíž body $[x, y]$ jsou dány rovnicemi $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, při čemž φ, ψ jsou funkce spojité parametru t a parametr tento probíhá všecky hodnoty intervalu (t_0, t_1), jest útvar, který se vymyká úplně našemu názoru — byloť ku př. ukázáno, že body takové spojité čáry při vhodné volbě funkcí φ, ψ mohou úplně vyplňovati nějaký obor dvojrozměrný, na př. čtverec, — nastala nutnosť zevrubněji tou větou se zabývati. První, který podal její důkaz a který přesně vymezil pojem spojité čáry se neprotínající (jež v důsledku toho nazývají se často *Jordanovy čáry* resp. *křivky*) byl *Jordan* (Cours d'analyse, III. sv; r. 1887, str. 587; v 2. vyd. (r. 1893) sv. 1., str. 90.; v 3. vyd. (r. 1909.) sv. 1. str. 90). Důkaz jeho opírá se o možnost uzavříti čáru mezi dva jednoduché polygony a takovýmito polygony se křivce libovolně přiblížiti. Jordanově důkazu se vytýká jednak, že větu předpokládá pro polygony, jednak, že důkaz není zevrubně proveden a že zevrubné provedení jeho se prokázalo velmi obšírným.[1]) První z obou námitek jest významu zcela podřízeného, neboť věta specielní pro polygon jistě snadno se dá prokázati. Druhá jest oprávněna jenom s časovým omezením a správněji by zněla, že dosud nebyla nalezena cesta, jež by umožňovala, aby postupná approximace vedla jednoduše k zevrubnému důkazu Jordanovy věty.

V následujícím podávám důkaz Jordanovy věty zevrubně provedený, který se právě opírá o takovou approximaci a který není podstatně obšírnější než důkaz Jordanovy věty založený na jiném podkladě.[2]) Při tom předpokládám sice platnost Jordanovy věty pro polygony, avšak pro polygony velmi specielní, jež se totiž skládají

[1]) Viz *A. Winternitz*, Über den Jordanschen Kurvensatz und verwandte Sätze der Analysis situs., Math. Zeitschrift, I. (1918), str. 329.

[2]) Viz *L. E. J. Brouwer*, Beweis des Jordan'schen Kurvensatzes, Math. Annalen sv. 69., (1910), str. 169., dále *A. Winternitz*, l. c.