Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

V. Lenz

Poznámka k výpočtu hodnoty nároků v penzijním pojištění

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 53 (1924), No. 1-2, 121--124

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109363

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1924

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

gente en se servant de la relation bien connue entre le rayon de l'hélice, le pas réduit du mouvement hélicoïdal et l'angle de sa tangente avec le plan horizontal. C'est une manière qui conduit à des constructions connues sans l'application de la géométrie cinématique.

Poznámka k výpočtu hodnoty nároků v pensijním pojištění.

Napsal *V. Lenz.*

Pro výpočet hodnot nároků pensijního pojištění zavedl dr. G. Rosmanith, ve svém pojednání z r. 1911[1]) tři pomocná čísla $H^1{}_x$, $H^2{}_x$, $H^3{}_{[x]}$, z nichž první dvě vztahují se na pensijní nároky při počátku pojištění, poslední na nejvyšší výměru renty invalidní a rentu starobní. Tímto seskupením dociluje se snazšího výpočtu čitatele zlomku, jenž udává hodnotu nároků.

V tomto článku chci pro výpočet tabulky hodnot nároků plynoucích ze stoupání služného použití početní metody diferenční, které užívá pro podobné výpočty tabulkové dr. E. Schoenbaum a jejíž teorii i aplikace, doufám, k obohacení literatury tohoto oboru sám brzy uveřejní.

Podmínky pojištění buďtež následující: Po k-leté karenční době mají pojištěnci nárok na invalidní důchod π % pensijního základu, každým následujícím rokem stoupne nárok na invalidní důchod o ε % pensijního základu. Po n-letém stoupání nároku na invalidní rentu mějž pojištěnec nárok na rentu starobní, která mu náleží bez ohledu na jeho schopnost výdělečnou. Starobní renta jest pak vyměřena $h\,\% = (\pi + n\varepsilon)\,\%$ pensijního základu, což budiž současně nejvyšší výměrou renty invalidní.

Hodnota nároků osoby x-leté, která vstoupila do pojištění ve stáří ξ a má započteno t služebních let ($x = \xi + t$), při pevném základu pensijním z bude oceněna takto:

pro $t < k$

$$ {}_tP_\xi = \frac{z}{D^{aa}_x}\left\{\pi N^{ai}_{\xi+k} + \varepsilon\,(S^{ai}_{\xi+k+1} - S^{ai}_{\xi+k+n+1}) + h\,N^{aa}_{\xi+k+n}\right\}^{2}) \qquad (1) $$

pro $t > k$

$$ {}_tP_\xi = \frac{z}{D^{aa}_x}\left\{[\pi + (t-k)\,\varepsilon]\,N^{ai}_x + \varepsilon\,(S^{ai}_{x+1} - S^{ai}_{\xi+k+n+1}) + h\,N^{aa}_{\xi+k+n}\right\} \qquad (1)' $$

[1]) Dr. G. Rosmanith, Die Lösung des Problems der Gehaltssteigerung in der Invalidenversicherung. Vídeň 1911.

[2]) Označení užito ve shodě s odbornou literaturou.

Předpokládejme, že pensijní základ z od skončené doby karenční stoupá ročně o $s\,\%$, celkem n let, takže pensijní základ činí v době nároku na starobní rentu $z(1+sn)$ a starobní renta $z(1+sn)(\pi+n\varepsilon)$.

Přihlížíme-li nyní k budoucím stoupáním pensijního základu osoby x-leté, která odbyla $t>k$ služebních let, bude hodnota nároků, vzniklých stoupáním, stanovena tímto výrazem:

$$
\begin{aligned}
{}_tP^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{ & [\pi+(t-k+1)\,\varepsilon]\,N^{ai}_{x+1}+ \\
& +\varepsilon\,(S^{ai}_{x+2}-S^{ai}_{\xi+k+n+1})+h\,N^{aa}_{\xi+k+n}+ \\
& +[\pi+(t-k+2)\,\varepsilon]\,N^{ai}_{x+2}+ \\
& +\varepsilon\,(S^{ai}_{x+3}-S^{ai}_{\xi+k+n+1})+h\,N^{aa}_{\xi+k+n}+ \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+ \\
& +[\pi+(t-k+k+n-t)\,\varepsilon]\,N^{ai}_{\xi+k+n}+ \\
& +\varepsilon\,(S^{ai}_{\xi+k+n+1}-S^{ai}_{\xi+k+n+1})+h\,N^{aa}_{\xi+k+n}\Big\}.
\end{aligned}
$$

Zavedeme-li

$$U^{ai}_x = S^{ai}_x + S^{ai}_{x+1}+\cdots$$

možno psáti

$$
\begin{aligned}
{}_tP^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{ & [\pi+(t-k)\;\varepsilon]\;(S^{ai}_{x+1}-S^{ai}_{\xi+k+n+1})+ \\
& +\varepsilon\,[N^{ai}_{x+1}+2\,N^{ai}_{x+2}+\cdots+(k+n-t)\,N^{ai}_{\xi+k+n}]+ \\
& +\varepsilon\,[U^{ai}_{x+2}-U^{ai}_{\xi+k+n+2}-(k+n-t)\,S^{ai}_{\xi+k+n+1}]+ \\
& +(k+n-t)\,h\,N^{aa}_{\xi+k+n}\Big\}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

a dosadíme-li do (2)

$$
\begin{aligned}
& N^{ai}_{x+1}+2\,N^{ai}_{x+2}+\cdots+(k+n-t)\;N^{ai}_{\xi+k+n}= \\
& =U^{ai}_{x+1}-U^{ai}_{\xi+k+n+1}-(k+n-t)\,S^{ai}_{\xi+k+n+1}
\end{aligned}
$$

bude po jednoduché úpravě

$$
\begin{aligned}
{}_tP^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{ & [\pi+(t-k)\;\varepsilon]\;(S^{ai}_{x+1}-S^{ai}_{\xi+k+n+1})+ \\
& +\varepsilon\,[U^{ai}_{x+1}+U^{ai}_{x+2}-U^{ai}_{\xi+k+n+1}-U^{ai}_{\xi+k+n+2}- \\
& -2\,(k+n-t)\,S^{ai}_{\xi+k+n+1}]+(k+n-t)\,h\,N^{aa}_{\xi+k+n}\Big\}.
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Podle toho hodnota nároků, vzniklých stoupáním pensijního základu osoby také x-leté, která však vstoupila do pojištění ve stáří $\xi-1$ a má tudíž započten $t+1$ rok, bude taková:

$$ {}_{t+1}P^{st}_{\xi-1} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{[\pi+(t-k+1)\,\varepsilon]\,(S^{ai}_{x+1}-S^{ai}_{\xi+k+n})+ $$
$$ +\varepsilon[U^{ai}_{x+1}+U^{ai}_{x+2}-U^{ai}_{\xi+k+n}-U^{ai}_{\xi+k+n+1}- $$
$$ -2(k+n-t-1)\,S^{ai}_{\xi+k+n}]+(k+n-t-1)\,h\,N^{aa}_{\xi+k+n-1}\Big\}. $$

Rozdíl těchto dvou hodnot nároků bude:

$$ {}_t\Delta^{st}_{\xi} = {}_{t+1}P^{st}_{\xi-1} - {}_tP^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{\varepsilon S^{ai}_{x+1} - [\pi+\varepsilon(2n+ $$
$$ +k-t)]\,N^{ai}_{\xi+k+n} - \varepsilon S^{ai}_{\xi+k+n+1} + h(n+ \qquad (4) $$
$$ +k-t-1)\,N^{aa}_{\xi+k+n-1} - h\,(n+k-t)N^{aa}_{\xi+k+n}\Big\}. $$

Výraz pro funkci ${}_tP^{st}_{\xi}$ obsahuje čtyry hodnoty U^{ai}_x, které vzhledem k jejich definici po snadné redukci

$$ U^{ai}_{\xi+k+n} - U^{ai}_{\xi+k+n+2} = U^{ai}_{\xi+k+n} - U^{ai}_{\xi+k+n+1} + $$
$$ +U^{ai}_{\xi+k+n+1} - U^{ai}_{\xi+k+n+2} = S^{ai}_{\xi+k+n} + S^{ai}_{\xi+k+n+1} $$

vymizejí pro differenci ${}_t\Delta^{st}_{\xi} = {}_{t+1}P^{st}_{\xi-1} - {}_tP^{st}_{\xi}$.

Je-li v pojišťovacích podmínkách stanoveno, že důchod invalidní náleží pojištěnci jako důchod starobní dosáhne-li určitého stáří η,[3]) potom pro vstupní stáří $\xi > \eta - k - n$ jest hodnota nároků na další stoupání pensijního základu pro osobu x-letou stanovena podle (3) takto:

$$ {}_tP^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\Big\{[\pi+\varepsilon(t-k)]\,(S^{ai}_{x+1}-S^{ai}_{\eta+1})+ $$
$$ +\varepsilon[U^{ai}_{x+1}+U^{ai}_{x+2}-U^{ai}_{\eta+1}-U^{ai}_{\eta+2}-2(\eta-\xi-t)\,S^{ai}_{\eta+1}]+ \qquad (3') $$
$$ +(\eta-\xi-t)\,[\pi+\varepsilon(\eta-k-\xi)]\,N^{aa}_{\eta}\Big\} $$

a napočítáme-li ${}_{t+1}P^{st}_{\xi-1}$ dostaneme po jednoduché úpravě

$$ {}_t\Delta^{st}_{\xi} = \frac{s}{D^{aa}_x}\,\varepsilon\,[S^{ai}_{x+1} - S^{ai}_{\eta+1} + (\eta-\xi-t)\,N^{aa}_{\eta}]. \qquad (4') $$

Postačí proto napočítati hodnoty ${}_tP^{st}_{\xi}$ v každém řádku tabulky premiových reserv pouze pro nejnižší vstupní stáří, ostatní $n-1$ člen stanovíme pomocí differencí pouhým odečítáním.

Výpočet differencí ${}_t\Delta^{st}_{\xi}$ bude stejně přesný jako výpočet funkcí ${}_tP^{st}_{\xi}$ s tou výhodou, že jest jednak daleko jednodušší, neboť obsahuje méně členů než hodnoty ${}_tP^{st}_{\xi}$ a poskytuje mimo to přesnou kontrolu

[3]) obyčejně 60, 65, 70 let.

jednotlivých hodnot ${}_tP^{st}_{\xi}$, ježto můžeme kteroukoli hodnotu ${}_tP^{st}_{\xi}$ napočítati přímo, a porovnati s výsledkem tohoto rekurentního výpočtu, a konečně, což je při rozsáhlých tabulkových výpočtech tohoto druhu hlavní, znamená zmechanisování výpočtu, a dá se upraviti pro počítání na stroji; zvláštní výhodou je, že takto zmechanisován výpočet zlomků, kdežto jinak obyčejně zjednodušení týká se pouze čitatelů.

*

Note concernant un problème dans les assurances.

(Extrait de l'article précédent.)

La valeur des droits, acquis par l'accroissement des appointements, d'une personne agée de x-années, avec t années de service compteés ($x=\xi+t$), est donnée, en supposant que la base z croît annuellement à partir de k-années de carence de $s\,\%$ pendant n-années, par (3).

La valeur ${}_tP^{st}_{\xi}$ contient quatre fonctions U^{ai}_x; ces fonctions disparaissent évidemment pour la différence

$$ {}_t\Delta^{st}_{\xi} = {}_{t+1}P^{st}_{\xi-1} - {}_tP^{st}_{\xi}. $$

Si l'on fixe, dans les conditions d'assurance, que la rente de vieillesse appartient à l'assuré à l'âge de η et si l'assurance commence à l'age de $\xi > \eta - k - n$, la valeur de la différence est (4').

Le calcul de la table est, tout en conservant la précision, très simple, et permet, en quelque temps que ce soit, une controle efficace des valeurs ${}_tP^{st}_{\xi}$.

Určování místních poruch (anomalií) horizontální intensity zemského magnetismu na malém území.

Napsal *J. Liznar.*

Považujeme-li Zemi za magnet, příslušejí k jednotlivým místům jejího povrchu určité hodnoty zemského magnetismu, jež se označují jako n o r m á l n í hodnoty. Avšak hmoty magneticky účinné, které jsou v povrchových vrstvách zemských rozloženy rozpojitě a nerovnoměrně, mění tyto hodnoty, způsobujíce m í s t n í p o r u c h y (anomalie). Při magnetickém mapování získávají se měřením takto změněné prvky magnetické: deklinace, inklinace a horizontální složka intensity. Je-li měřeno na mnoha místech rozlehlého území, dají se odvoditi ze skutečných hodnot uvedených magnetických elementů jejich hodnoty normální, jakož i hodnoty téhož druhu pro vertikální složku i pro totální intensitu.

Naproti tomu v malých územích, ve kterých lze podle geologické jejich stavby očekávati hmoty magneticky účinné, možno