

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Jindřich Svoboda

Pokus o určení zeměpisné šířky bez libelly

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 53 (1924), No. 1-2, 203--212

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109359>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1924

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

přímku (O^*I) v bodě I , má průmět orthogonální úsečky OI do H délku O^*I . Naneseme-li tudíž na OI délku $O\gamma = O^*I$ na jednu neb druhou stranu bodu O . Rovnoběžka bodem B k ($I\gamma$) vedená protíná (OI) ve vrcholu hlavním A ellipsy h . Je-li F jedno ohnisko její, rovná se $\sphericalangle OFB$ úhlu, jež uzavírá přímka s s průmětnou M .

*

Sur quelques démonstrations et constructions du théorème de Pohlke.

(Extrait de l'article précédent.)

Le mémoire contient, au fond, quatre démonstrations élémentaires du théorème de Pohlke, et les constructions respectives que l'auteur a tâché de rendre aussi simples que possible. Soient OX , OY , OZ les segments donnés dans le plan de projection; la première démonstration repose sur ce fait que l'ellipse circonscrite au triangle XYZ , et dont le centre est le centre de gravité du triangle, doit être la projection d'une circonférence circonscrite au triangle dont XYZ est la projection. Les deux autres démonstrations s'appuient sur l'expression de l'involution des plan normaux d'un faisceau, dont l'axe est le rayon projetant; enfin la quatrième démonstration est basée sur le théorème bien connu de Gugler, appliqué aux figures en question de manière que la construction respective soit la plus simple.

Pokus o určení zeměpisné šířky bez libelly.

Napsal Jindřich Svoboda.

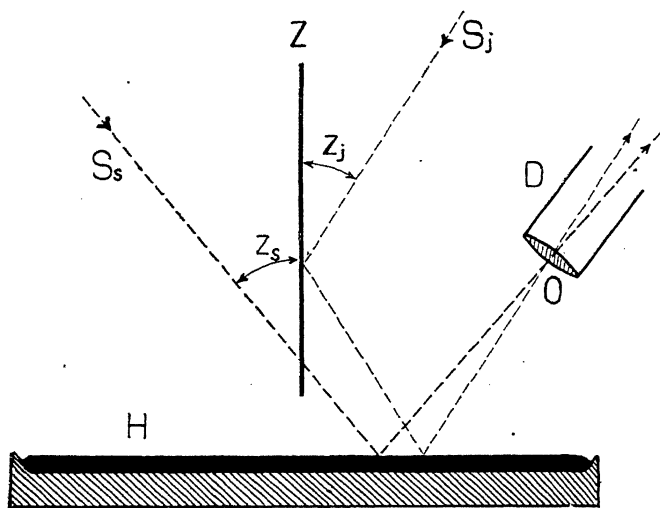
Nad rtuřovým horizontem H (obr. 1.) umístíme v rovině prvního vertikálu zrcátko Z . Proti rtuřovému horizontu namíříme v rovině meridiánu dalekohled D . Objektiv dalekohledu O jest postaven tak, že paprsky hvězdy vrcholící jižně zenitu (S_j) odrazivše se na zrcátko a rtuřovém horizontu vstupují do dalekohledu východní polovinou objektivu, kdežto paprsky hvězdy vrcholící severně zenitu (S_s) po jediném odrazu na rtuřovém horizontu vstupují do dalekohledu západní polovinou objektivu. Volíme-li hvězdy, které mají při vrcholení přibližně stejnou zenitovou vzdálenost (z_j , z_s) můžeme, aniž bychom pohnuli dalekohledem, měřiti mikrometricky jako při Talcottově metodě, rozdíl zenitových vzdáleností a pomocí

$$\text{vzorce} \quad \varphi = \frac{1}{2} (\delta_j + \delta_s) + \frac{1}{2} (z_j - z_s), \quad (1)$$

známe-li deklinaci hvězd (δ_j , δ_s), určíti výšku pólu φ .

Největší výhodou této metody spočívá v tom, že odstraňuje překládání stroje mezi pozorováním hvězdy jižní a severní, kterážto okolnost u Talcottovy metody jest přesnosti značně na ujmu. Lze totiž neproměnlivost postavení dalekohledu vůči rtuťovému horizontu mnohem lépe zabezpečiti než při Talcottově metodě vůči libelle, nehledě k tomu, že je možno také provést pozorování, je-li doba mezi průchody hvězd velmi krátká.

Splnění důležitého požadavku, aby rovina zrcátka byla kolmá ke rtuťovému horizontu, zajistíme si takto: Umístíme stranou kontrolní



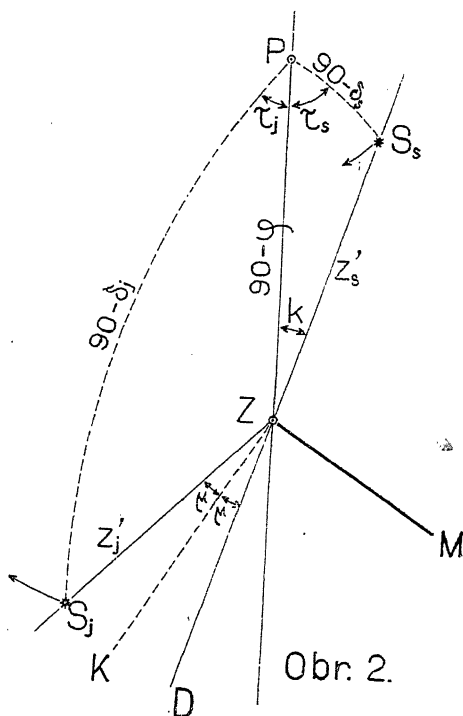
Obr. 1.

dalekohled tak, aby osa dalekohledu směřovala do středu průsečnice roviny zrcadla s rovinou rtuťového horizontu. Není-li zrcátko kolmo k horizontu, vidíme každou hvězdu v dalekohledu dvojitě. Docílíme-li změnou sklonu zrcátka, že obrázky téže hvězdy se překryjí, postavili jsme zrcátko kolmo ke rtuťovému horizontu, neboť v tom případě paprsky dopadnuvší nejprve na zrcadlo a odrazivší se pak od rtuťového horizontu jsou rovnoběžny s paprsky, které dopadly nejprve na rtuťový horizont a odrazily se pak od zrcátka. Změnu sklonu zrcátka provádíme vhodně umístěným šroubem. Jedná-li se o zvlášť přesné měření, tato kontrola nestačí, neboť může vzniknouti malá chyba, zaviněná nesprávnou fokusací, když totiž ohnisková rovina okuláru nesplyvá s ohniskovou rovinou objektivu.¹⁾ Vliv

¹⁾ Nušl-Frič: Studie o cirkumzenitálu (Rozpravy Akademie, Roč. XII. Tr. 2., č. 21.) nebo Etude sur l'appareil circum zénithal, str. 57., (Bulletin international de l'Académie des sciences de Bohême, 1903).

této chyby zmenšíme, volíme-li ke kontrole dalekohled s velkým objektivem, značné ohniskové délky, a užijeme-li pokud možná největšího zvětšení. Jak lze tuto chybu odstraniti, zmíníme se níže.

Otočení zrcátka kolem osy vertikální nemá vlivu na pozorovanou zenitovou vzdálenost hvězdy, neboť úhel, který s osou vertikální svírá paprsek po odrazu na zrcátku a ruťovém horizontu, se nemění, jak bychom se jednoduchou úvahou geometrickou snadno mohli přesvědčiti. Zbývá tedy vyšetřiti jen změnu zenitové vzdálenosti



Obr. 2.

způsobenou tím, že při otočeném zrcátku pozorujeme hvězdu mimo meridián. Změna ta jest obdobná změně zenitové vzdálenosti, když osa dalekohledu není v rovině meridiánu. Proto korekční vzorce odstraňující obě tyto chyby odvodíme najednou.

Budiž (obr. 2.) DZ největší, zenitem Z procházející kruh, v jehož rovině leží osa dalekohledu. Na tomto kruhu, odkloněném od meridiánu ZP o úhel k , jest hvězda severní S_s při průchodu středním vláknem. ZM budiž největší kruh, v jehož rovině leží zrcátko a ZK budiž největší kruh, v jehož rovině leží kolmice k zrcátku. Označíme-li μ úhel, který svírá kruh KZ s kruhem

DZ , jest kruh $S_j Z$, na kterém se nachází jižní hvězda S_j při průchodu středním vláknem, odkloněn od kruhu DZ o úhel 2μ . Označíme-li pozorovanou zenitovou vzdálenost hvězdy severní z'_s , hodinový úhel τ_s a deklinaci její δ_s , dostaneme ze sférického trojúhelníka $Z S_s P$, kde P značí severní pól, vztahy:

$$\sin z'_s \sin k = \cos \delta_s \sin \tau_s \quad (2)$$

$$\sin z'_s \cos k = \sin \delta_s \cos \varphi - \cos \delta_s \sin \varphi \cos \tau_s \quad (3)$$

$$\cos z'_s = \sin \delta_s \sin \varphi + \cos \delta_s \cos \varphi \cos \tau_s \quad (4)$$

Násobíme-li rovnici (2) $\sin \frac{1}{2}k$ a rovnici (3) $\cos \frac{1}{2}k$, obdržíme sečtením po snadné úpravě:

$$\sin z'_s = \sin \delta_s \cos \varphi - \cos \delta_s \sin \varphi \cos \tau_s + \cos \delta_s \sin \tau_s \operatorname{tg} \frac{1}{2}k. \quad (5)$$

Když k této rovnici násobené $\cos \varphi$ přičteme rovnici (4) násobenou $\sin \varphi$, dostaneme

$$\sin(z'_s + \varphi) = \sin \delta_s + \cos \varphi \cos \delta_s \sin \tau_s \operatorname{tg} \frac{1}{2}k \quad (6)$$

Má-li hvězda při hoření kulminaci zenitovou vzdálenost z_s , jest

$$\delta_s = z_s + \varphi,$$

takže dosadíme-li do rovnice (6) za δ_s , obdržíme užitím addičního teorému

$$2 \sin \frac{1}{2}(z'_s - z_s) \cos \left(\varphi + \frac{z_s + z'_s}{2} \right) = \cos \varphi \cos \delta_s \sin \tau_s \operatorname{tg} \frac{1}{2}k.$$

Je-li úhel k malý, můžeme v argumentu cosinu na levé straně rovnice klást

$$\varphi + \frac{z_s + z'_s}{2} = \varphi + z_s = \delta_s, \quad \text{takže}$$

$$\sin \frac{1}{2}(z'_s - z_s) = \frac{1}{2} \cos \varphi \sin \tau_s \operatorname{tg} \frac{1}{2}k. \quad (7)$$

Obdobným způsobem najdeme z trojúhelníka $Z S_j P$ pro hvězdu jižní

$$\sin \frac{1}{2}(z'_j - z_j) = \frac{1}{2} \cos \varphi \sin \tau_j \operatorname{tg} \frac{1}{2}(k + 2\mu) \quad (8)$$

Vhodnou úpravou pokusu lze snadno docílit, že jak úhel k , tak úhel $k + 2\mu$ jest dostatečně malý, abychom mohli psát

$$z'_s - z_s = \frac{1}{2}k \tau_s \cos \varphi \quad (7^*)$$

$$z'_j - z_j = \frac{1}{2} (k+2\mu) \tau_j \cos \varphi \quad (8^*)$$

Klademe-li pak na základě vztahu (2) v rovnici (7*)

$$k = \tau_s \frac{\cos \delta_s}{\sin z'_s}$$

a podobně v rovnici (8*)

$$k+2\mu = \tau_j \frac{\cos \delta_j}{\sin z'_j},$$

dostaneme

$$z'_s - z_s = \frac{1}{2} \tau_s^2 \frac{\cos \varphi \cos \delta_s}{\sin z'_s}$$

$$z'_j - z_j = \frac{1}{2} \tau_j^2 \frac{\cos \varphi \cos \delta_j}{\sin z'_j}.$$

Odečtením obou rovnic obdržíme pro vzorec (1) potřebný rozdíl

$$z_j - z_s = z'_j - z'_s - \frac{1}{2} \cos \varphi \left(\tau_j^2 \frac{\cos \delta_j}{\sin z'_j} - \tau_s^2 \frac{\cos \delta_s}{\sin z'_s} \right) \quad (9)$$

Je-li rozdíl $z'_j - z'_s$, dostatečně malý, můžeme v argumentu sinu ve jmenovateli klást

$$z'_s = z'_j = \frac{1}{2} (z'_s + z'_j) = z = \frac{1}{2} (\delta_s - \delta_j),$$

čímž dostaneme formuli (9) v jednodušším tvaru:

$$z_j - z_s = z'_j - z'_s - \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi}{\sin z} (\tau_j^2 \cos \delta_j - \tau_s^2 \cos \delta_s). \quad (9^*)$$

Označíme-li α_s, α_j rektascensi pozorovaných hvězd a θ_s, θ_j příslušné hvězdné časy při průchodu hvězd středním vláknem, jest

$$\tau_s = \alpha_s - \theta_s, \quad \tau_j = \theta_j - \alpha_j.$$

Vyjádříme-li tyto rozdíly v sekundách časových, značíce je τ_s^s, τ_j^s , a označíme-li rozdíly zenitových distancí, vyjádřené v sekundách úhlových $(z_j - z_s)''$ resp. $(z'_j - z'_s)''$, dostaneme vztah

$$(z_j - z_s)'' = (z'_j - z'_s)'' - \frac{15^2}{2} \cos \varphi \left(\tau_j^{s2} \frac{\cos \delta_j}{\sin z'_j} - \tau_s^{s2} \frac{\cos \delta_s}{\sin z'_s} \right)$$

$$\text{nebo } (z_j - z_s)'' = (z'_j - z'_s)'' - \frac{15^2}{2} \frac{\cos \varphi}{\sin z} (\tau_j^{s2} \cos \delta_j - \tau_s^{s2} \cos \delta_s).$$

Jest tedy příslušná korekce ve vzorci (1), vyjádřená v sekundách (úhlových)

$$A'' = - [6 \cdot 4357 - 10] \cos \varphi \left(\tau_j^{s^2} \frac{\cos \delta_j}{\sin z'_j} - \tau_s^{s^2} \frac{\cos \delta_s}{\sin z'_s} \right), \quad (10)$$

nebo, je-li rozdíl zenitových distancí dostatečně malý,

$$A'' = - [6 \cdot 4357 - 10] \frac{\cos \varphi}{\sin z} (\tau_j^{s^2} \cos \delta_j - \tau_s^{s^2} \cos \delta_s) \quad (10^*)$$

Číslo v hranaté závorce značí dekadický logarithmus

$$\frac{1}{4} 15^2 \sin 1''.$$

V argumentu cosinu lze klásti

$$\varphi \doteq \frac{1}{2}(\delta_j + \delta_s) + \frac{1}{2}(z'_j - z'_s).$$

Připojíme-li ještě korekci pro refrakci, která vyjádřena v sekundách je dána vzorcem²⁾

$$R'' = \frac{1}{2}(z'_j - z'_s)'' \frac{[6 \cdot 4475 - 10]}{\cos^2 z}, \quad (11)$$

kde číslo v závorce značí logarithmus $57 \cdot 796 \sin 1''$, dostaneme, že výška pólu v místě pozorovacím

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_j + \delta_s) + \frac{1}{2}(z'_j - z'_s) + A'' + R''.$$

Za příklad uvádím pokus, který jsem provedl o prázdninách 1922 na hvězdárně Ondřejovské. Použil jsem lomeného dalekohledu malého universálního stroje Rostova (průměr objektivu 35 mm, ohnisk. dálka 180 mm, zvětšení 30 ×) ze sbírek astronomického ústavu české techniky. Z toho důvodu byl omezen výběr hvězd; takže nebylo možno využití všech výhod této metody, zejména pokud se týče malého rozdílu zenitových vzdáleností a krátkého časového intervalu mezi jednotlivými průchody. Jako dalekohledu kontrolního užil jsem Šafaříkova hledače (průměr obj. 108 mm, ohnisková dálka 750 mm, zvětšení 90 ×), který z přístrojů hvězdárny byl k tomu nejvhodnější. Rozdíl zenitových vzdáleností odečítán byl na dvou mikrometrech, které dovolovaly čísti 0·5''. Na každém mikrometru bylo odečteno desetkrát, takže níže uvedené rozdíly zenitových vzdáleností jsou průměry dvaceti odečtených hodnot. Ze seznamu časových hvězd v Berliner Jahrbuchu 1922 vybral jsem k tomu účelu ζ Cygni a β Cephei.

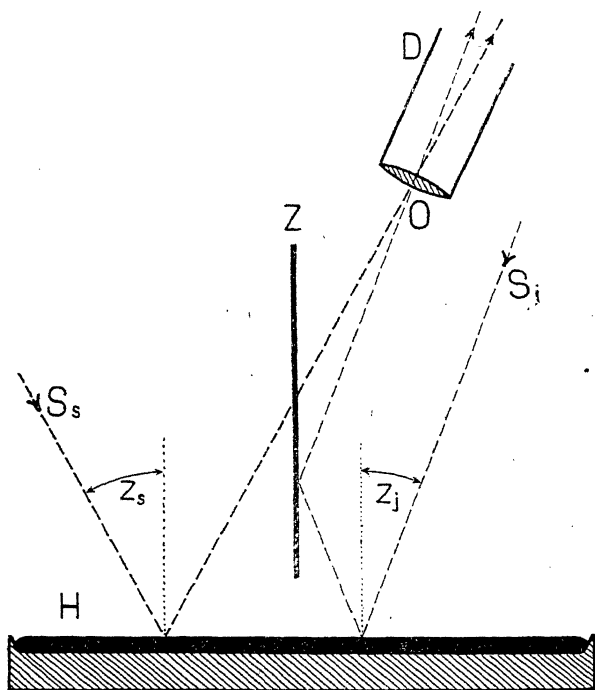
²⁾ Ball: A treatise on spherical astronomy, Cambridge 1915, str. 136. Wirtz: Tafeln u. Formeln aus Astronomie u. Geodäsie, Berlin 1918, str. 7. a 15.

1922	Hvězda			
červenec 31.	ζ Cygni			
δ	α	θ	τ	$\frac{1}{2}(z'_j - z'_s)$
+29°54' 40"30	21 ^h 9 ^m 40·3 ^s	21 ^h 11 ^m 19·1 ^s +98·8 ^s		
	β Cephei			-9' 19"14
+70°13' 17"18	21 ^h 27 ^m 45·2 ^s	21 ^h 29 ^m 56·1 ^s	-130·9	
srpen 3.	ζ Cygni			
+29°54' 41"16	21 ^h 9 ^m 40·3 ^s	21 ^h 9 ^m 25·0 ^s	-15·3	
	β Cephei			-9 21·34
+70°13' 18"27	21 ^h 27 ^m 45·3 ^s	21 ^h 27 ^m 13·8 ^s	+31·5	
	červenec 31.	srpen 3..		
$\frac{1}{2}(\delta_j + \delta_s) =$	50°03' 58"74	50° 3' 59"72		
$\frac{1}{2}(z'_j - z'_s) =$	-9 19·14	-9 21·34		
$A'' =$	- 1·40	+ 0·07		
$R'' =$	- 0·18	- 0·18		
$\varphi =$	49°54'38"02	49°54'38"27		

Z těchto hodnot vychází střední hodnota 49°54' 38"15 s pravděpodobnou chybou $\pm 0''09$, což jest výsledek velmi přesný, zvláště hledíme-li k prostředkům, jimiž ho bylo dosaženo.

Přesnost měření lze jistě stupňovati dokonalejšími prostředky a hlavně ještě větším zabezpečením neproměnlivosti postavení dalekohledu vůči rtuťovému horizontu během průchodu hvězdy jižní a severní. Jedná se zde zejména o zmírnění a stanovení změn způsobených tepelnou roztaživostí kovových součástek. Co se týče svrchu uvedených chyby, zaviněné nesprávnou fokusací kontrolního dalekohledu, lze ji odstraniti dvojím způsobem pozorování. Jeden pár hvězdný odpozorujeme způsobem svrchu naznačeným (obr. 1.), kdežto následující pár pozorujeme, jak udává obr. 3., kde paprsky jižní hvězdy odrážejí se dříve na rtuťovém horizontu a pak od zrcátka. Jednoduchou úvahou geometrickou můžeme se přesvědčiti, že svírá-li rovina zrcátka, následkem chybné fokusace kontrolního dalekohledu, s rovinou rtuťového horizontu úhel $90^\circ + \varepsilon$, jest při prvním způsobu (obr. 1.) pozorovaná zenitová vzdálenost hvězdy jižní o 2ε větší a zeměpisná šířka z toho plynoucí je větší o ε . Pozorujeme-li však druhým způsobem (obr. 3.), z menší se v tom případě zenitová vzdálenost hvězdy jižní o 2ε a zeměpisná šířka o ε , takže arithmetický průměr obou výsledků dá nám hodnotu správnou. Výhodnější jest užití místo jednoho zrcátka současně dvou zrcátek, z nichž jedno má polohu naznačenou na obr. 1., druhé jest v poloze vyznačené obrázkem 3. Jedno se umístí proti východní, druhé proti západní polovině objektivu. Mají-li obě zrcátka stejnou orientaci v azimutu, jeví se nesprávná fokusace zdvojením obrazu hvězdy ve směru vertikálním. Vzdálenost obrazů

4ε můžeme změřiti mikrometricky a tím stanoviti zároveň chybu vzniklou nesprávnou fokusací. Paprsky hvězdy severní procházejí mezerou ponechanou mezi zrcátky. V tomto smyslu hodlám dále pokračovati v pokusech o určení zeměpisné šířky touto, pokud mi známo, novou methodou.



Obr. 3.

Velikými díky povinen jsem panu prof. dru F. Nušlovi, řediteli státní hvězdárny, že mi svou laskavostí umožnil konání pokusů na hvězdárně Ondřejovské. Děkuji též svému assistentu p. J. Štěpánkovi, který mi při těchto pokusech pomáhal.

*

Sur la détermination de la latitude sans le niveau à bulle d'air.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur donne une méthode nouvelle pour déterminer la latitude d'un lieu sans se servir du niveau à bulle d'air. Dans le plan du premier vertical, au-dessus du bain de mercure *H* (fig. 1.),

se trouve un miroir Z . Une lunette placée dans le plan méridien a son objectif dirigé vers le bain de mercure. L'objectif est situé de sorte que les rayons venant de l'étoile (S_j) qui passe par le méridien au sud du zénith, après double réflexion, sur le miroir et sur le mercure, traversent la partie orientale de l'objectif, tandis que les rayons de l'étoile (S_s), passant au nord du zénith, entrent, après une simple réflexion sur le mercure, dans la lunette par la partie occidentale de l'objectif. En choisissant des étoiles dont les distances zénithales ne diffèrent que peu, il est possible de mesurer, la lunette restant immobile, à l'aide du micromètre, comme dans le cas de la méthode de Talcott, la différence des distances zénithales, et de déterminer la latitude φ au moyen de la formule

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta_j + \delta_s) + \frac{1}{2} (z_j - z_s).$$

Le plus grand avantage de cette méthode est celui qu'on peut mesurer la différence des distances zénithales sans faire tourner l'instrument entier de 180° autour de l'axe vertical, entre les passages des deux étoiles. Par conséquent, on peut très bien assurer l'invariabilité de la position de la lunette, relativement au niveau de mercure, et on peut faire l'observation même au cas où l'intervalle entre les deux passages est très court.

La perpendicularité du miroir par rapport à la surface du mercure est réglée à l'aide de la lunette auxiliaire qui est dirigée vers l'intersection du plan du miroir avec la surface de mercure. La fusion des images d'une même étoile dans le plan focal de l'objectif prouve la perpendicularité du miroir.

La réduction au méridien est donnée par la formule

$$A'' = -\frac{1}{4} 15^2 \sin 1'' \cos \varphi \left(\tau_j^{s^2} \frac{\cos \delta_j}{\sin z_j'} - \tau_s^{s^2} \frac{\cos \delta_s}{\sin z_s} \right)$$

où τ_j^s et τ_s^s signifient les réductions au méridien du temps du passage de l'étoile du sud et de celle du nord (fig. 2.) En ajoutant encore la correction R'' de la réfraction, on obtient pour la latitude d'un lieu la formule

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta_j + \delta_s) + \frac{1}{2} (z_j' - z_s') + A'' + R''.$$

Une petite erreur ε dans la perpendicularité du miroir, qui peut surgir si le plan focal de l'oculaire de la lunette auxiliaire ne coïncide pas avec le plan focal de l'objectif, peut être enlevée par la combinaison de deux observations différentes (fig. 1 et 3).

Il est plus avantageux d'employer, au lieu d'un seul miroir, en même temps deux miroirs dont l'un a la position donnée dans

la fig. 1, tandis que l'autre se trouve dans la position que montre la fig. 3. L'un est placé en face de la partie orientale, l'autre en face de la partie occidentale de l'objectif. Si les deux miroirs ont le même azimut, l'erreur ε dans la perpendicularité des miroirs se manifeste par l'image doublée de l'étoile en sens vertical. On peut mesurer la distance des deux images 4ε au moyen du micromètre et, par cela même, constater l'erreur provenant de la focustion imparfaite de la lunette auxiliaire. Les rayons de l'étoile septentrionale (S_s) passent ensuite par l'espace laissé entre les deux miroirs.

Grafické metody v kartografii.

Napsal *Bedřich Šalomon*.

II.

V stejnojmenném článku, který jsem uveřejnil v lonském ročníku (1922) tohoto časopisu na str. 156. a násl., jest popsána grafická metoda matematická, které se dá užití k řešení některých úloh z kartografické praxe. Jako příklad byla tam uvedena aplikace této metody při transformaci mapy nějaké v jinou. Budeme se nyní zabývat ještě několika dalšími otázkami kartografickými, u nichž se dá rovněž onoho způsobu s výhodou upotřebiti. Pájde při tom zejména o to, aby bylo rozhodnuto o nějaké hotové již mapě, zdali jest úhlojevná (konformní), či plochojevná, po případě kterého druhu jest zobrazovací metoda v ní užitá, nebo dokonce o určité definování této metody. Současně bude třeba dotknouti se otázek, jak zhustiti síť takové mapy, jak určití její měřítko a jak poznati, byla-li její síť geografická sítí konstrukční.

Předpokládejme zatím, že jest měřítko mapy známé a to $1:n$.

Globus, jež přiřazujeme k mapě, má tudíž poloměr $r = \frac{R}{n}$, při

tom R značí poloměr redukční koule geodetické. Ten se při velkých n klade rovným 6370 km , kdežto při menších n volí se rovný geometrickému průměru z obou hlavních poloměrů zakřivení pro bod opovídající na redukčním elipsoidu, na př.: Besselovu středu zobrazovaného území. Představme si na globu ony poledníky a rovnoběžky, které jsou zobrazeny v dané mapě. Rozvííme je všechny i s jednotlivými díly, které na nich vytínají ostatní čáry sítě, do přímek jakkoli navzájem položených. Poledníky stačí rozvinouti společně v jedinou přímku. Měříme při tom všechny oblouky poledníkové od téže rovnoběžky a stejně všechny oblouky na každé rovnoběžce od téhož poledníku. Přiřaďme potom k těmto rozvinutým obloukům jakožto úsečkám příslušné k nim oblouky na obrazech poledníků a rovnoběžek v mapě a to jako pravoúhlé