

Václav Jeřábek

Sestrojení strany pravidelného desítiúhelníka do kružnice vepsané

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 23 (1894), No. 3, 186--187

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109323>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1894

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Avšak

$$AM = AN \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 2b \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}. \quad (4^\beta)$$

Z rovnic (4<sup>α</sup>) a (4<sup>β</sup>), plyne:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}. \quad (4)$$

Snadno můžeme z předloženého výkresu i známou větu tangentovou odůvodniti.

$$\triangle BMN \sim \triangle BM_1N_1,$$

z čehož plyne:

$$BN_1 : BN = M_1N_1 : MN;$$

$$BN_1 = a + b \quad BN = a - b.$$

Z relace (1<sup>β</sup>) a (3<sup>β</sup>) dosadíme hodnoty za  $M_1N_1$  a  $MN$  do předcházející srovnalosti, čímž nabudeme

$$(a + b) : (a - b) = \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} : \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

čili

$$(a + b) : (a - b) = \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

## Sestrojení strany pravidelného desítiúhelníka do kružnice vepsaného.

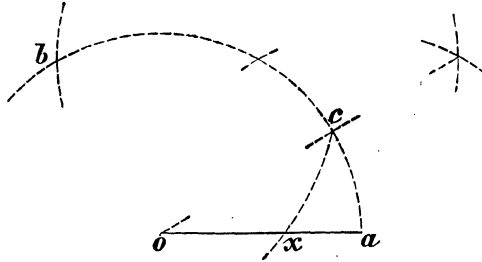
Žákům středních škol podává

**V. Jeřábek,**

c. k. profesor v Brně.

**Řešení:** Budiž dána kružnice středu  $o$  a poloměru  $\overline{oa} = r$ . Sestrojíme  $\widehat{ab} = 120^\circ$ ,  $\widehat{ac} = 30^\circ$ ; potom ze středu  $b$  poloměrem  $\overline{bc} = r\sqrt{2}$  narýsovaná kružnice protne poloměr  $oa$  v bodu  $x$  a jeho prodloužení v bodu  $x'$ . Prosté hodnoty úseček  $\overline{ox} = x$ ,

$\overline{oa'}$  =  $x'$  značí strany pravidelných desítiúhelníků prvního a třetího řádu do kružnice vepsaných.



*Důkaz:* V trojúhelníku  $obx$  jest  $\overline{ob} = r$ ,  $\overline{bx} = \overline{bc} = r\sqrt{2}$ ,  $\sphericalangle box = 120^\circ$ . Položíme-li  $\overline{ox} = x$ , jest dle věty Carnotovy

$$2r^2 = x^2 + r^2 + 2rx \cos 60^\circ$$

čili

$$x^2 + rx - r^2 = 0,^*)$$

odkudž

$$x = \frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

$$x' = -\frac{r}{2}(\sqrt{5} + 1), \text{ c. b. d.}$$

Délku strany  $s_5$  pravidelného pětiúhelníka do kružnice vepsaného lze sestrojiti na základě známé relace

$$s_5^2 = x^2 + r^2$$

*Poznámka.* Konstrukci uvedenou lze si snadno zapamatovati, neboť určovací částky trojúhelníka  $obx$  jsou dvě strany a úhel proti větší straně, a to délky stran pravidelného 4 a 6-úhelníka do kruhu vepsaného a úhel  $120^\circ$ ; třetí strana udává délku strany pravidelného 4 + 6 = 10-úhelníka.

\*) K témuž vzorci lze dospěti cestou planimetrickou.