Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Machovec

Poznámka k vytvoření plochy třetího stupně se čtyřmi body dvojnými

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 2, 82--84

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/109308`

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1887

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

$$l(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots, \qquad (5)$$

a spojíme-li obě řady,

$$\frac{1}{2}l\frac{1+x}{1-x}=x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\ldots;$$

píšeme-li pak v řadě (5) x^4 místo x, vznikne

$$l(1-x^4)=-x^4-\frac{x^8}{2}-\frac{x^{12}}{3}-\ldots.$$

I bude tedy

$$\frac{1}{2}l\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}l(1-x^4)=x+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{2}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}-\ldots$$

$$=\frac{1}{2}l\frac{1+x}{1-x}.(1-x^4)$$

$$=\frac{1}{2}l(1+x)(1+x+x^2+x^3). \qquad (6)$$

Pro $x=1$ plyne pak ze vzorce (4)

$$l2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\ldots=s$$

ze vzorce (6) však

$$\frac{1}{2}l8=\frac{3}{2}l2=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\ldots=\sigma,$$

z čehož opět vzorec (3) jde na jevo, aniž by třeba bylo přihlížeti k nějaké vlastnosti řad nekonečných a konvergentních.

Poznámka k vytvoření plochy třetího stupně se čtyřmi body dvojnými.

Podává

F. Machovec,

professor v Karlíně.

Ve článku „Sur la génération des surfaces et des courbes à double courbure de tous les degrès“, uveřejněném v Comptes rendus, užívá p. M. Vaněček této transformace:

Jest dán prostorový čtyřúhelník $A_1A_2A_3A_4$. Přímky spojující body, v nichž libovolná rovina π protíná protilehlé strany čtyřúhelníku $A_1A_2A_3A_4$, mají společný bod P′, který se onou transformací přidružuje k rovině π.

Již dříve užil této transformace Geiser ve článku „Zur Theorie der Flächen zweiten und dritten Grades“ uveřejněném v 69. sv. Crellova žurnálu, aby vytvořil plochu třetího stupně se čtyřmi body dvojnými. Plocha tato odpovídá onou transformací všem rovinám procházejícím bodem, který není v žádné stěně (a tudíž ani hraně) čtyřstěnu $A_1A_2A_3A_4$. Geiser ukazuje, že toto povstání plochy třetího stupně jest zvláštním případem třetího Steinerova vytvoření ploch třetího stupně.

V následujícím vyvodím transformaci svrchu vytčenou z jedné zvláštní transformace Cremonovy a ukáži tím zároveň, jak souvisí Geiserovo vytvoření plochy třetího stupně se čtvrtým způsobem Steinerovým.

Mysleme si tlum*) ploch druhého stupně, které mají $A_1A_2A_3A_4$ za společný polárný čtyřstěn. Polární roviny libovolného bodu P vzhledem ku všem plochám tohoto tlumu procházejí bodem P′ — konjugovaným polem bodu P — a body P a P′ jsou k sobě přidruženy transformací Cremonovou, o níž tuto jde.

Tři ze ploch tlumu hodí se zvláště dobře k sestrojení konjugovaného polu k libovolnému bodu.

Bodem P′ sestrojme dvě přímky, z nichž každá protíná dvě protilehlé strany čtyřúhelníku $A_1A_2A_3A_4$. Rovina π těmito dvěma přímkami určená jest polární rovinou bodu P v určité ploše F_2 tlumu. Ukáži nyní, že lze k libovolnému bodu Q sestrojiti konjugovaný pol Q′, sestrojíme-li nejprve polární rovinu onoho bodu vzhledem k F_2, potom přímky spojující průsečníky této roviny s protilehlými stranami čtyřúhelníku $A_1A_2A_3A_4$, načež jest průsečník Q′ těchto přímek konjugovaným polem bodu Q.

Myslíme-li si totiž, že bod P probíhá přímku $PQ \equiv s$ a vykonáme-li pro každou jeho polohu konstrukci právě vy-

*) Slova „tlum“ užívám zde pro souhrn ploch druhého stupně, které procházejí sedmi libovolnými body. Mám v úmyslu užívati tohoto

líčenou, obdržíme křivku třetího stupně c_3, která onou konstrukcí přímce s odpovídá. Křivka c_3 prochází body A_1, A_2, A_3, A_4 a P' a jeví se jakožto část průseku dvou ploch druhého stupně, jehož zbytek jest polára s' přímky s vzhledem k F_2. Přímka s' jest tudíž tětivou křivky c_3.

Konjugované poly jednotlivých bodů přímky s vzhledem k danému tlumu ploch jsou též na křivce třetího stupně c'_3, procházející body A_1, A_2, A_3, A_4 a P'. Tuto křivku lze pokládati za výtvor tří projektivných svazků rovin polárných, z nichž jeden složen jest z polárních rovin bodů přímky s vzhledem k F_2. Všecky tyto roviny procházejí přímkou s' a tudíž jest tato přímka též tětivou křivky c'_3. Poněvadž však pěti body (A_1, A_2, A_3, A_4 a P') jest možná jediná křivka třetího stupně, která má libovolnou přímku (s') za tětivu, jest křivka c'_3 totožná s c_3.

Každému po P následujícímu bodu přímky PQ odpovídá tudíž onou konstrukcí týž bod, který jest s ním sdružen vzhledem ke všem plochám daného tlumu a poněvadž přímka PQ jest libovolná bodem P procházející přímka, platí to o každém bodu v prostoru.

Ke každému ze tří prostorových čtyřúhelníků, jejž lze sestaviti ze hran čtyrstěnu $A_1A_2A_3A_4$, přísluší jedna taková plocha tlumu jako F_2.

V transformaci pp. Geiserem a Vaněčkem užité mysliti si jest tudíž jen libovolnou plochu druhého stupně F_2, která má $A_1A_2A_3A_4$ za polárný čtyřstěn, jakož i poly jednotlivých rovin π vzhledem k F_2, aby byly uvedeny v souvislost s transformací Cremonovou.

Plocha třetího stupně Geiserem na základě oné transformace vytvořená odpovídá při této zvláštní Cremonově transformaci rovině.

Z toho jest patrno, jak souvisí Geiserovo vytvoření se čtvrtým Steinerovým, které jest obsaženo ve větě:

Konjugované poly ke všem bodům libovolné roviny vzhledem ke tlumu ploch druhého stupně, jsou na ploše třetího stupně.