Jan Šebek

O některých vlastnostech křivočarných obrazců elipticko-kruhových

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 2, 87--88

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109304

Výšky polárných trojúhelníků křivky druhého stupně, které mají za společný vrchol libovolný bod některé osy oné křivky, procházejí určitým bodem této osy.

Na druhou větu byl jsem veden vyšetřuje vlastnosti osového komplexu ploch druhého stupně.

O některých vlastnostech křivočarných obrazců elliptičko-kruhových.

Napsal

Jan Šebek,

assistent v Praze.

I. Dána jest ellipsa poloosami a, b a opíšeme-li ze středu jejího kružnice oběma poloosami, vzniknou nahoře a dole pak na pravo a na levo křivočarné obrazce elliptičko-kruhové. *)

Pojmenujeme-li plošný obsah ellipsy E, kruhu menšího k, většího K, a obsahy povstalých tvarů křivočarných P (na hoře a dole) a p (na pravo a na levo), bude

$$E = k + 2p, \quad E = K - 2P,$$

a znásobíme-li obě tyto rovnice

$$E^2 = kK + 2pK - 2kP - 4pP.$$

Poněvadž $k = \pi b^2$, $K = \pi a^2$, jest $kK = \pi^2 a^2 b^2$, a dále $E = \pi ab$, tedy $E^2 = \pi^2 a^2 b^2$, tudíž

$$E^2 = kK,$$

a poslední rovnice nabude tvaru

$$pK - kP - 2pP = 0.$$

Rovnici tuto možno psáti též

$$p(K - 2P) = kP$$

anebo
$$P(k + 2p) = pK,$$

t. j.
$$pE = kP$$

anebo
$$PE = pK.$$

Dělíme-li tyto dvě rovnice, obdržíme

---

*) Obrazec ten vyskytuje se při známém způsobu sestrojování ellipsy. Viz na př. *Jarolímek*, Geometrie pro čtvrtou třídu škol realných. Vyd. 2., str. 21., obr. 23.

$$\frac{P}{p}=\frac{pK}{kP} \quad \text{čili} \quad \frac{P^2}{p^2}=\frac{K}{k}$$

aneb

$$\frac{P^2}{p^2}=\frac{\pi a^2}{\pi b^2}=\frac{a^2}{b^2},$$

a odmocníme-li, konečně

$$P:p=a:b,$$

t. j. plošné obsahy křivočarných těch obrazců jsou v přímém poměru s osami ellipsy.

II. Zajímavo jest, vyjádříme-li plošný obsah ellipsy plošnými obsahy uvedených obrazců křivočarných.

Z obrazce patrno

$$k=E-2p, \quad K=E+2P,$$

a znásobením obou rovnic těchto

$$kK=E^2-2pE+2PE-4pP.$$

Ale poněvadž $kK=E^2$, nabudeme rovnice

$$-pE+PE-2pP=0,$$

čili

$$E(P-p)=2pP,$$

tedy

$$E=\frac{2pP}{P-p},$$

t. j. plošný obsah ellipsy rovná se dvojnásobnému součinu ploch křivočarných dělenému jich rozdílem.*)

Drobné zprávy.

Napsal

A. Strnad,

professor v Hradci Králové.

Řada Fibonacciova (též *řadou Laméovou* zvaná), jest řada 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, . . ., jejíž zákon dán jest rovnicí rekurentní $u_n=u_{n-1}+u_{n-2}$. Fibonacci uvádí ji ve spise svém „Liber Abbaci“ vydaném r. 1202. ve formě úlohy o rozmnožování se králíků. Obšírně jednal o řadě této *E. Lucas* v Boncompagniově bulletinu r. 1877, upozorniv, že ji lze obdržeti z trojúhelníka Pascalova tímto seřaděním:

---

*) Větu I. obdržíme též takto. Poněvadž

$$2P=\pi a^2-\pi ab=\pi a(a-b)$$
$$2p=\pi ab-\pi b^2=\pi b(a-b),$$

bude $P:p=a:b$. *Pozn. red.*