Poznámka o číslech kmenných.

Napsal

prof. Dr. F. J. Studnička.

V VIII. a XI. roč. tohoto „Časopisu" uvedl jsem případy, kde *Fermatův* vzorec pro čísla kmenná, totiž

$$F_n = 2^{2^n} + 1 \tag{1}$$

poskytuje odchylky. V poslední době opět objevena odchylka jedna, takže nyní známe tyto:

$F_5 \equiv 2^{2^5} + 1$ dělitelno číslem	$5 . 2^7 + 1$	(Euler),
$F_6 \equiv 2^{2^6} + 1$ „ „	$1071 . 2^8 + 1$	(Landry),*)
$F_{12} \equiv 2^{2^{12}} + 1$ „ „	$7 . 2^{14} + 1$	(Pervušín),
$F_{23} \equiv 2^{2^{23}} + 1$ „ „	$5 . 2^{25} + 1$	(Pervušín),
$F_{36} \equiv 2^{2^{36}} + 1$ „ „	$5 . 2^{39} + 1$	(Seelhoff).

(Vyňato z angl. časopisu „Nature").

Z čísel Fermatových F_n dosud tedy jen pro

$$n = 5, 6, 12, 23, 36$$

učiněny výminky; *Fermat* sám o nich praví v dopise k *Mersenne*-ovi ze dne 25. XII. 1640: „Si je puis une fois tenir la raison fondamentale que 3, 5, 7, 17, 257, 65537... sont nombres premiers, il me semble que je trouverai de très belles choses en cette matiere."

O jisté vlastnosti polárných trojúhelníků kuželosečky vepsaných jiné kuželosečce.

Podává

František Machovec,

prof. v Karlíně.

Buďtež c_2 a c'_2 dvě křivky druhého stupně, jichž společný polárný trojúhelník jest $A_1A_2A_3$. Každé křivce k_2 druhého stupně

*) Co 82-tiletý stařec objevil *Landry* toto složení! Faktor $1071 = 3^2 . 7 . 17$. — Srovnej roč. XV., str. 26., kde v řádce 5 zdola místo $n = 26$ má státi $n = 6$.

obepsané tomuto trojúhelníku lze, jak známo, vepsati nekonečný počet trojúhelníků polárných křivky c_2 a nekonečný počet polárných trojúhelníků křivky c'_2. Přihlížejme jen ke trojúhelníkům prvním, z nichž libovolný označen budiž $B_1B_2B_3$.

Jsou-li B'_1, B'_2 a B'_3 poly stran B_2B_3, resp. B_3B_1 a B_1B_2 vzhledem ke křivce c'_2, jsou přímky $B_1B'_1$, $B_2B'_2$ a $B_3B'_3$, sdruženy s přímkami B_2B_3, resp. B_3B_1 a B_1B_2 vzhledem k oběma křivkám c_2 a c'_2. Dokážeme, že přímky $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, $B_3B'_3$ a t. d. pro všecky křivce k_2 vepsané polárné trojúhelníky křivky c_2 procházejí určitým bodem křivky k_2.

Přímky B_2B_3, B_3B_1, B_1B_2 a t. d. jsou tečnami křivky $\varkappa_2$ vepsané trojúhelníku $A_1A_2A_3$, která jest polárou křivky k_2 vzhledem k c_2. Z toho jde, že body $B'_1B'_2B'_3$ ... jsou na jisté křivce k'_2 obepsané trojúhelníku $A_1A_2A_3$, která jest polárou křivky $\varkappa_2$ vzhledem k c'_2. Řada bodů B_1, B_2, B_3, ... křivky k_2 jest projektivná s řadou bodů B'_1, B'_2, B'_2 ..., poněvadž obě jsou projektivné ke svazku tečen křivky k_2.

Uvážíme-li, že v této projektivnosti každý z bodů A_1, A_2 a A_3 odpovídá sám sobě, jest patrno, že přímky $B_1B'_1$, $B_2B'_2$ $B_3B'_3$ a t. d. procházejí jediným bodem a to čtvrtým průsečníkem křivek k_2 a k'_2. Z toho vychází na jevo věta:

Myslíme-li si křivce druhého stupně k_2, *obepsané některému polárnému trojúhelníku křivky druhého stupně* c_2, *vepsány všecky polárné trojúhelníky křivky* c_2, *jež jí vepsati lze a vyhledáme-li přímky sdružené se stranami těchto trojúhelníků vzhledem k* c_2 *a k libovolné jiné křivce druhého stupně* c'_2, *která má s křivkou* c_2 *jeden z oněch trojúhelníků za společný polárný trojúhelník, procházející všecky ony přímky určitým bodem křivky* k_2.

Zvolíme-li místo křivky k_2 imaginárné body kruhové v nekonečnu, dospíváme věty:

Výšky polárných trojúhelníků křivky druhého stupně c_2 *vepsaných hyperbole* k_2, *která prochází středem křivky* c_2 *a nekonečně vzdálenými body jejích os, procházejí určitým bodem oné hyperboly.*

Snadno lze poznati, že týmž bodem procházejí normály křivky c_2 v bodech, v nichž ji hyperbola k_2 protíná.

Zvolíme-li místo hyperboly k_2 dvě přímky: osu křivky c_2 a přímku na tuto osu kolmou, obdržíme z věty poslední známou větu:

Výšky polárných trojúhelníků křivky druhého stupně, které mají za společný vrchol libovolný bod některé osy oné křivky, procházejí určitým bodem této osy.

Na druhou větu byl jsem veden vyšetřuje vlastnosti osového komplexu ploch druhého stupně.

O některých vlastnostech křivočarných obrazců ellipticko-kruhových.

Napsal

Jan Šebek,

assistent v Praze.

I. Dána jest ellipsa poloosami a, b a opíšeme-li ze středu jejího kružnice oběma poloosami, vzniknou nahoře a dole pak na pravo a na levo křivočarné obrazce ellipticko-kruhové. *)

Pojmenujeme-li plošný obsah ellipsy E, kruhu menšího k, většího K, a obsahy povstalých tvarů křivočarných P (na hoře a dole) a p (na pravo a na levo), bude

$$\mathrm{E} = k + 2p, \quad \mathrm{E} = \mathrm{K} - 2\mathrm{P},$$

a znásobíme-li obě tyto rovnice

$$\mathrm{E}^2 = k\mathrm{K} + 2p\mathrm{K} - 2k\mathrm{P} - 4p\mathrm{P}.$$

Poněvadž $k = \pi b^2$, $\mathrm{K} = \pi a^2$, jest $k\mathrm{K} = \pi^2 a^2 b^2$, a dále $\mathrm{E} = \pi ab$, tedy $\mathrm{E}^2 = \pi^2 a^2 b^2$, tudíž

$$\mathrm{E}^2 = kK,$$

a poslední rovnice nabude tvaru

$$p\mathrm{K} - k\mathrm{P} - 2p\mathrm{P} = 0.$$

Rovnici tuto možno psáti též

$$p(\mathrm{K} - 2\mathrm{P}) = k\mathrm{P}$$

anebo

$$\mathrm{P}(k + 2p) = p\mathrm{K},$$

t. j.

$$p\mathrm{E} = k\mathrm{P}$$

anebo

$$\mathrm{PE} = p\mathrm{K}.$$

Dělíme-li tyto dvě rovnice, obdržíme

---

*) Obrazec ten vyskytuje se při známém způsobu sestrojování ellipsy. Viz na př. *Jarolímek*, Geometrie pro čtvrtou třídu škol realných. Vyd. 2., str. 21., obr. 23.