Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 50 (1921), No. 2-3, 160--170

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/109174`

možnost luminiscence je vázána na přítomnost stabilních stavů vyššího řádu, o vyšší vnitřní energii, jimž tedy náleží molekulární průměr větší a jež tedy se nemohou, pro nedostatek místa, vytvořiti v případě značné koncentrace. Výsledky našeho měření jsou, jak jsme viděli, potvrzením předpokladu, že stabilní stavy o větší vnitřní energii, počínajíc od jistého zředění, nabývají stále větší převahy. I jest zajímavo poznamenati, že koncentrace, pro které specifická refrakce N začíná býti znatelně menší a s tlakem proměnlivou, jsou téhož řádu, jako koncentrace, při kterých fluorescence a fosforescence zřetelně vystupují, jinými slovy veličiny P a $\frac{dN}{dp}$ mají analogický průběh a konvergují současně, pro přibližně stejné tlaky p, k nulle. Bylo by zajímavým úkolem tuto věc blíže prostudovati a zejména také všimnouti si průběhu N s koncentrací u zředěných a velmi zředěných roztoků, kdež arciť N by se vztahovalo na látku rozpuštěnou.

Věstník literární.

Recense knih.

Einsteinův princip relativity. Studie kritická. Napsal inženýr *Jindřich Skokan.* Nákladem V. Steinhausera v Plzni, 1920. Str. 65. Cena neudána.

V této kritické studii je velmi mnoho kritiky, ale velmi málo studia. Autor praví hned v předmluvě, že není odborník, ale přes to prý neváhal podrobiti Einsteinovu teorii relativnosti kritice a varovati před ní, neboť jsou prý neodborníci, kteří dovedou míti v různých oborech lidského konání své vlastní, samostatné myšlénky a »jedná se vždy na konec jen o to do určitého problému správně vniknouti a logicky souditi« (str. 4. nahoře). To je jistě správné; bohužel z toho, co autor dokázal ve své studii o principu relativnosti napsati, je jisto, že do problému nejen nevnikl, nýbrž ani jeho základů nezná, a je pochybno, umí-li vůbec logicky souditi. Jen několik nejnápadnějších dokladů uvedu.

Einstein založil svou teorii relativnosti (speciální) na dvou principech: na principu relativnosti, který znala již mechanika Newtonova, a na novém principu stálé rychlosti světelné. Tento princip, dnes již měřením stvrzený, formuloval Einstein takto (Ann. d. Phys.

17, 895, 1905): Každý paprsek světelný se pohybuje v »klidné« soustavě souřadné touž rychlostí V, nezávisle na tom, byl-li vyslán zdrojem klidným, nebo pohyblivým. »Klidnou« soustavou souřadnou rozumí tu Einstein každou soustavu souřadnou, pro kterou platí rovnice mechaniky Newtonovy. Takových soustav je nekonečně mnoho, všechny se pohybují vůči sobě rovnoměrně a přímočaře. Einstein je nazývá také soustavy Galileiho, jinak se nazývají soustavy inerciální. Vztahujeme-li tedy měření rychlosti světelné (ve vakuu) ke kterémukoli z těchto systémů souřadných, pak podle principu stálé rychlosti světelné naměříme vždy totéž, nezávisle na tom, jak se systém pohybuje, a nezávisle na rychlosti zdroje. Tomuto principu, který tvoří základ teorie Einsteinovy, porozuměl autor tak dokonale, že o něm praví (str. 32 dole): »To je jinými slovy: světlo je něco, co je systémem se pohybujícím unášeno«. A dále (str. 33): »Tedy, když jdu večer s lucernou, světlo ve smyslu mého pohybu tím rychleji se šíří, čím rychleji jdu«. A to se mu zdá komickým. Myslím, že komické je jen to, jak se autorovi podařilo říci pravý opak toho, co Einstein tvrdí.

Jiný doklad. Dosti překvapuje ten důsledek Einsteinovy teorie, že současnost dvou dějů je pojem relativní. Vyložím na jednoduchém příkladě, co se tím míní. Ze dvou různých míst nechť jsou vyslány nějaké signály, jež zachytí dva pozorovatelé. Každý z nich určí čas, kdy ho signál došel, od toho času odečte dobu, již signál potřeboval, aby vykonal dráhu z místa, z něhož byl vyslán, až k pozorovateli, a tím stanoví okamžik, v němž byl signál vyslán. Řekněme, že první pozorovatel nalezne, že oba signály byly vyslány současně. Pak podle teorie Einsteinovy dospěje druhý pozorovatel k témuž výsledku jen tehdy, je-li vůči prvnímu v klidu; pohybuje li se však vůči němu, usoudí ze svých měření, že oba signály současně vyslány nebyly. Dvě události — v tomto příkladě je to vyslání signálů ze dvou různých míst — které se staly současně pro pozorovatele jednoho, nejsou podle toho vždy současné pro pozorovatele jiného. Tento důsledek Einsteinovy teorie relativnosti zdál se paradoxním, pokud jsme byli zvyklí pokládati čas za něco absolutního, nezávislého na pozorovateli, ale nic protismyslného v něm není. Podle toho, co autor o něm vykládá ve své studii, možno docela klidně říci, že mu naprosto nerozumí. Na str. 33 cituje z německého populárního spisku o principu relativnosti (je to: Dr. F. Beer: Die Einsteinsche Relativitätstheorie. Wien-Leipzig, 1920, III. Auflage) toto: »Udání času nemají žádný absolutní smysl, i ony jsou relativní, a tedy tvrzení, že dva zjevy se staly současně, potřebuje dodatek, se vztahem k čemu«. Pokud je tento překlad autorův správný, nemohu říci; pravděpodobně místo »k čemu« má býti přeloženo »ke komu,« t. j. ke kterému pozorovateli. Autor připojuje k tomu citátu tento výklad: »Když vidím na obloze současně se zablesknouti dva blesky a vím, že jeden z nich se zableskl o několik kilometrů dál, tedy vím, že ona současnost byla jen zdánlivá, současnost pouze pro moje oko«. A dále praví (str. 34): »Kdybych zde vedle měl jedny hodiny na věži a druhé hodiny by byly na slunci, a já měl zrak takový, že bych až tam dohlédl, a oboje hodiny by právě ukazovaly dvanáct, tedy by snad zase laik řekl: oboje hodiny jdou současně. Ten, kdo by tomu rozuměl, by řekl: hodiny na slunci jdou o 8 minut napřed. Tedy patrno, že, když mluvíme o současnosti, musíme se ovšem ptáti při signálech světelných »se vztahem k čemu«. A toto co, jsou oboje distance«. Viděti, že autor, který se asi o principu relativnosti poučoval jen z populárních knížek, jimž ještě špatně rozuměl, nemá ani tušení, oč vlastně při Einsteinově teorii současnosti jde. To, co svým čtenářům s takovou důkladností vykládá, je velmi stará známá věc, která s Einsteinovou theorií současnosti naprosto nemá co dělat a které Einstein neobjevil. Nemluvím ani o tom, že současnost »se vztahem k distancím«, jak pěkně říká autor, nemá smyslu.

Ještě na jiném místě své studie (str. 25 a 26) mluví autor o současnosti. Představuje si v úplně volném prostoru přímou dráhu kolejnicovou, po níž se pohybuje velmi dlouhý vehikl. Ten se skládá z laboratoře profesorovy, po jejíž obou stranách ve stejných a neproměnných vzdálenostech jsou budky dvou asistentů. (Je to příklad vzatý z citovaného německého spisku.) Celý systém nechť je v klidu. Vyšlou-li pak asistenti současně signály světelné, zachytí je profesor patrně také současně. Představme si ještě jeden systém, shodný a rovnoběžný s prvním; ten nechť se pohybuje vůči systému prvnímu ve směru kolejnic libovolnou rychlostí stálou. Nyní praví autor: »Právě, když oba systémy se budou míjeti, tedy obě laboratoře budou proti sobě i všechny čtyři budky našich asistentů, vyšlou tito asistenti svoje světelné signály. Tyto signály byly tedy vyslány současně, o tom není pochyby. V systému prvém, který je v klidu, náš profesor také oba signály současně obdrží. Tato současnost se ovšem neukáže v systému se pohybujícím. Tímto, či nějakým podobným příkladem začínají obyčejně úvahy o principu relativnosti. Vyvozuje se z toho, že to, co je současností pro jeden systém, není současností pro systém druhý, jakmile oba systémy se proti sobě relativně pohybují«.

I tato úvaha ukazuje, že autor o principu relativnosti neví téměř nic. Nejdříve vše to, co povídá, s Einsteinovou teorií současnosti zase nemá co dělat. Při ní jde o současnost *týchž* dvou událostí pozorovaných dvěma pozorovateli, kdežto v příkladu autorově přijímá každý profesor signály *svých* asistentů, oba tedy pozorují události *různé*. Mimo to není možno, aby úvahy o principu relativnosti začínaly tak, jak autor praví; ty by v tomto případě začaly asi takto: Máme dva shodné systémy, čímž chceme říci, že se oba kryjí, jsou-li vedle sebe v klidu. Uvedeme-li jeden z nich do rovnoměrného a přímočarého pohybu vůči druhému, nezmění se průběh fysikálních dějů v něm se odehrávajících. Když tedy v systému, který pokládáme za klidný, obdrží profesor signály, které jeho asistenti současně vyslali, také současně, nastane totéž i v systému druhém. I v něm, přes to že se pohybuje, obdrží profesor signály *jeho* asistenty současně vyslané zase současně. V tom smyslu se tedy současnost ukáže v obou systémech docela stejně. Není však možno podle teorie Einsteinovy, aby, jak autor předpokládá, *všichni čtyři* asistenti vyslali svoje signály tak, aby toto vyslání bylo současné pro *oba* profesory, neboť, co je současné pro jednoho, není současné pro druhého. Není také možno, aby v některém okamžiku byly obě laboratoře i všechny čtyři budky asistentů proti sobě, neboť podle Einsteinovy teorie pohybem se délky zkracují; jsou-li tedy na př. laboratoře proti sobě, nejsou proti sobě budky asistentů.

Nyní doklad, jak autor umí logicky uvažovat. Na str. 35 praví: »Představme si zase náš systém profesora a jeho dvou asistentů. Tito se svými budkami stojí a profesor se svojí laboratoří se pohybuje směrem od jednoho ke druhému. Asistenti současně vyšlou signály světelné. Tyto signály se sejdou uprostřed jejich vzdáleností. Profesor právě v ten moment prochází tímto středem jich vzdáleností se svojí laboratoří. Přijme tedy tento signál obou asistentů současně a nic nezáleží na tom, jakou rychlostí se pohybuje. Mysleme si nyní celý pochod na ruby. Profesor se svojí laboratoří stojí a asistenti se svými budkami se pohybují po koleji stejnou rychlostí. Když střed jejich vzdáleností právě míjí laboratoř profesora, vyšlou současně signály. Tyto signály mají úplně stejně daleko k laboratoři, tedy dojdou za za stejné časy. A nezáleží zase docela nic na tom, jakou rychlostí se asistenti pohybují. Podle teorie relativní nedojdou oba signály současně. A přece, co jsme učinili? My jsme vyměnili jeden pohyb druhým. Podle teorie relativní je nám to dovoleno, je to úplně jedno, myslíme-li si, že oba asistenti stojí a profesor se pohybuje, či obráceně. Ale výsledek není stejný. Tedy podle teorie relativní není dovoleno jeden pohyb nahraditi druhým. Je zde tedy protimluv, ale jen jedno může býti správným«. — Kdo si to celé přečte trochu pozorně a umí logicky souditi, shledá ihned, že o protimluvu není ani řeči. Nevyměnily se totiž jen pohyby, nýbrž změnily se i doby, v nichž asistenti odeslali signály. Když laboratoř profesora je právě uprostřed mezi budkami obou asistentů, pak v prvním případě profesor signály již *přijímá*, v případě druhém je asistenti teprve *vysílají*. Porovnávati tedy oba případy tak, jak činí autor, vůbec nelze.

Jiný doklad logiky autorovy. Na str. 14 je dlouhý citát z uvedeného již spisu Beerova. Je v něm také tato věta: »Chceme si prozatím mysliti toto laboratorium (které je někde daleko ve světovém prostoru) v klidu, ačkoliv je nám jasno, že tím není docela nic řečeno«. Tuto základní větu principu relativnosti, že totiž známe jen *relativní* klid a pohyb, že tedy není tělesa, o němž bychom mohli říci, že je v klidu absolutním, prohlašuje autor za nesmysl (str. 15, asi uprostřed) a vše, co Beer z ní usuzuje dále, za konfusi. Z důvodu velice jednoduchého. Nutno prý předpokládati, jak to činí dosud panující věda, že éter, nositel světla, nehybně stojí v prostoru. Pak ovšem pojem klidu může míti význam absolutní; možno říci, že laboratoř je v klidu tehdy a jen tehdy, je-li v klidu vůči nehybnému éteru. Mohlo by se ovšem namítnouti, že teorie relativnosti vznikla právě z toho, že věda marně hledala důkaz pro existenci tohoto nehybného éteru, ale sledujme raději, co o tom autor praví dále. Na str. 31 soudí již skeptičtěji: »Tato domněnka (že totiž éter v prostoru stojí, se nepohybuje), která dosud ve vědě panovala, není přece žádným zákonem přírodním Domněnka je pouhou domněnkou«. A konečně na str. 36 praví: »A tuto logiku podporuje onen *falešný předpoklad* (podtrhuji já), že éter v prostoru stojí«. Což všechno dohromady patrně není konfuse.

Nelze vypočísti všechny nesprávnosti a nelogičnosti, jež autor nahromadil na těch několika stránkách své studie. O principu relativnosti dozví se z ní čtenář velmi málo, a co se dozví, je snad všechno špatně. Autor nezná ani nejjednodušších věcí z Einsteinovy teorie a jeho polemika působí na mnohých místech dojmem boje Dona Quijota proti větrným mlýnům; to, co autor s takovou vehemencí potírá, *není* Einsteinův princip relativnosti, ale cosi naprosto jiného. O tom, jak povrchně zabýval se autor předmětem své kritické studie, svědčí i toto. Na str. 40 praví, že podle teorie relativnosti v systému se pohybujícím ubíhá čas rychleji. I připojuje k tomu vtipně, že je to stará, vyzkoušená věc; když prý má někdo dlouhou chvíli, sedne na železnici a jede na cesty, aby mu čas rychleji utekl. V každé slušné populární knížce mohl by autor nalézti, že je tomu právě naopak, v systému, který se pohybuje, probíhá čas *pomaleji* než v systému, který pokládáme za klidný.

Ještě jedna charakteristická věc zasluhuje, aby byla uvedena. Autor totiž tvrdí docela vážně, že dostředivé zrychlení zavedla do fysiky — moderní teorie relativnosti. Mluví o rovnoměrném pohybu v kruhu a praví na str. 41 (cituji doslova, aby vynikl i sloh autorův): »Teorii relativnosti se takovýto pohyb nehodí do krámu a ona nazývá takovýto pohyb zrychlený. Tito moderní fysikové říkají to takto: jakmile se rychlost mění, je to pohyb zrychlený. Jednou se může měniti rychlost co do velikosti, podruhé co do směru. Tedy takový kruhový pohyb je zrychlený. Já to považuji za hříčku slov«. Byla by to rozhodně veliká zásluha teorie relativnosti, kdyby byla objevila, že rovnoměrný pohyb v kruhu je zrychlený; bohužel věděl to již Huygens a nemoderní fysikové říkali a říkají to právě tak jako ti moderní.

Einstein vysvětlil ze své obecné teorie relativnosti anomalii v pohybu perihelu Merkurova a předpověděl, že se paprsky světelné prohýbají v poli gravitačním, což bylo potvrzeno expedicí londýnské

Astronomical Royal Society při úplném zatmění slunce 29. května 1919. O tom všem mluví autor hodně svrchu (str. 10 a 11). Pohyb perihelu Merkurova prý si Einstein vyhledal, aby na sebe upozornil. Je prý ostatně známo, jak se často vpravují velmi různé věci do krkolomných vzorců, jen aby se na konec objevil výsledek, který je předem známý. A konečně je celkem to otáčení perihelu Merkurova věc velmi nepatrná, a je-li prý zde možno věřiti měřením astronomů, je to jen asi 41′ za 100 let. Autor patrně chce říci, že ta celá historie s perihelem Merkurovým je dosti pochybná a ostatně nestojí ani za řeč. Stejně odbývá i druhou věc. Prohnutí paprsků světelných mohlo prý také býti způsobyno atmosférou sluneční. Jen si vzpomeňme ku př. u nás na fatu morganu, která také není způsobena tím, že se paprsek prohnul vlivem tíže naší země, ale vlivem různě hustého prostředí, jímž paprsek prochází. Kdyby prý tedy na měsíci měli svého Einsteina, mohl by tento také tvrditi, že se paprsek procházející v blízkosti naší země prohne. Ale bylo by nesprávno říci, že se to stalo vlivem tíže, neboť my víme, že se tak stalo vlivem naší atmosféry. — Polemisovati s těmito výroky je jistě zbytečné, to už není neodbornictví, to je něco mnohem horšího. Budiž jen uvedeno, že o tom, jaký vliv může míti atmosféra sluneční na paprsky světelné procházející v blízkosti slunce, nalezne čtenář stručný výklad v překladu Lorentzova článku »Gravitace a světlo« od Dr. Trkala v loňské Příloze Časopisu, str. 297.

Jediné, co z teorie relativnosti nalezlo trochu milosti, v očích autorových, je Minkowskiho čtyřrozměrný prostor-čas. Ovšem autor si myslí, že Minkowski a teorie relativnosti vůbec pokládá obyčejný fysikální prostor za čtyřrozměrný, čtvrtým rozměrem je prý čas, a hledá původ této myšlénky ve známých učeních spiritistů!. Autor totiž nečiní rozdílu mezi Minkowskiho prostor-časem, čili »světem«, a mezi obyčejným prostorem; je to zase jeden doklad jeho povrchnosti. Ale přichází mu vhod. Dr. Dittrich napsal kdesi o Einsteinově teorii, že je to jakási obecná teorie experimentu a že její vyvrácení žádalo by na př., aby pochyboval, má-li prostor tři rozměry. V tom je podle autora málo logiky. Neboť prý Dr. Dittrich jako přívrženec Einsteinovy teorie věří, že prostor má čtyři rozměry, není tedy mu třeba dokazovati, že nemá rozměry tři (str. 10). A Dr. Dittrich je odbyt.

Ostatně ta zásluha Minkowskiho není podle autora tak veliká; že prostor má čtyři rozměry, to prý si lehko uvědomí každý, kdo o té věci trochu přemýšlí. K tomu jsme nepotřebovali Einsteina ani Minkowskiho, aby nám to řekli. Jedná se jen o vtip tu čtvrtou dimensi připojiti správně k těm třem dřívějším a to právě se Minkowskimu nepovedlo a sotva komu tak hned povede.

Nepřekvapí, myslím, nikoho, že autor, který z Einsteinovy teorie nezná pořádně nic, ví za to velmi dobře, jak to s ní dopadne. »Neslavně. Celá kára tohoto nového fysického názoru bude časem zatažena do bláta a tam uvázne. Zatáhnou ji tam jeho nadšení obdivovatelé, kteří tuto káru tlačí, a Einstein sám, který ji diriguje u její voje. On jde ve sledování své myšlénky tak důsledně daleko, že sám jednou dokáže její nemožnost« (str. 12). A jinde nazývá autor Einsteinovu teorii »švindl«, »duševní malomocenství«, »varieté matematiky«, »na ruby obrácené žonglérství« a pod. Odpovídat na tyto nadávky není třeba; není to poprvé, že silná slova zakrývají slabost důvodů.

Když se takto vypořádal s principem relativnosti, vykládá autor svoje schéma materiálního světa (str. 62). Patrně, aby Minkowskiho překonal, tvrdí, že náš fysický prostor má rozměrů pět; ke čtvrtému rozměru, o kterém Minkowski dle autora věděl a kterým je čas, přistupuje tedy rozměr pátý a tím je specifická hmotná hustota, neboť vše hmotné, co existuje v prostoru, má svou délku, šířku, výšku, má svůj čas a svoji specifickou hustotu. Původ těchto pěti rozměrů vykládá autor takto: Materiální vesmír má prý snad nekonečné množství vlastností, ale je pět vlastností, které má ve všech svých částech a za všech okolností. Tyto »absolutní vlastnosti vesmíru« jsou: čas, pohyb, síla, hmota a prostor Čas je jednorozměrný; pohyb pokládá autor za něco dvojrozměrného, neboť je příčinou času; síla jakožto příčina pohybu je trojrozměrná; hmota jakožto příčina síly je čtyřrozměrná; prostor je prý příčinou hmoty a tedy pětirozměrný; konečně příčinou prostoru je čas, ale ten již není šestirozměrný, nýbrž jednorozměrný. Proč, autor nepovídá.

Také gravitaci vykládá autor (str. 32), snad proto, aby Einsteina připravil o poslední zbytek slávy. Éter, který vyplňuje celý prostor, a je prý sám prostorem, je jaksi žárlivý na hvězdy, které mu jistá místa toho prostoru zabraly. Proto se tlačí na ně se všech stran, jakoby je chtěl vytlačiti z jich místa. Hvězdy na to reagují tím, že přivádějí éter do rotačního pohybu. Tak na př. země nese svůj éter s sebou podobně jako nese atmosféru vzduchovou. Poloměr této atmosféry éterové odhaduje autor na čtyřnásobnou vzdálenost měsíční. Rotační pohyb budí sílu centrifugální, která tam, kde je měsíc, se právě vyrovnává s tlakem éteru. proto prý měsíc nepadá k zemi, ale plave v proudu éteru. V blízkosti povrchu země je však rotace pomalá a tlak éteru daleko převládá nad silou centrifugální. Tento tlak jeví se pak jako tíže. Představme si tedy těleso někde blízko povrchu zemského. Podle autora působí na ně se všech stran tlak éteru, jenž chce zaujati jeho místo, pak je tu ještě nepatrná síla centrifugální, a výsledek obou těchto sil je síla mířící někam do středu země. Vskutku, hádanka gravitace je konečně rozřešena! Upřímně řečeno, starý výklad Aristotelův, že tělesa padají k zemi proto, že tam jest jejich místo, je mi milejší; není sice také k ničemu, ale je mu aspoň rozumět.

Autor nazval Einsteinovu teorii duševním malomocenstvím; jeho vlastní theorie gravitace malomocenstvím není, ta se jistě nerozšíří. Prof. Dr. *Frant. Záviška.*

Collection de monographies sur la théorie des fonctions.

M. Bôcher: ***Leçons sur les méthodes de Sturm dans la théorie des équations différentielles linéaires et leurs développements modernes.*** — Recueuillies et rédigées par G. Julia. VI + 118 p. Paris, Gauthier-Villars, 1917.

E. Borel: ***Leçons sur les fonctions monogènes uniformes d'une variable complexe.*** X + 164 p. Paris, Gauthier-Villars, 1917.

Bôcherova kniha obsahuje přednášky konané v roce 1913—14 na Sorbonně o problémech, které vznikají zobecněním známých úvah Sturmových a Liouvilleových o differenciálních rovnicích lineárních 2. řádu.

Obecný problém zní takto: Jest integrovati differenciální rovnici lineární n-tého řádu

$$\frac{d^n u}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} + \ldots + p_n(x)\, u = f(x) \ldots — (1)$$

tak, aby hodnoty funkce u a její derivací (včetně řádu n-1) v bodech $x = a$ a $x = b$ vyhověly m rovnicím tvaru

$$\alpha\, u(a) + \alpha' u'(a) + \ldots + \alpha^{(n-1)} u^{(n-1)}(a) + \beta\, u(b) + \beta' u'(b) + \ldots + \beta^{(n-1)} u^{(n-1)}(b) = \delta, \qquad (2)$$

kde $\alpha, \alpha' \ldots \delta$ jsou dané konstanty Nahraďme nyní differenciály konečnými differencemi; rovnice (1) a (2) promění se tak v soustavu obyčejných linearních rovnic (neznámými veličinami jsou hodnoty u v jednotlivých dělicích bodech intervallu a, b). Zaměníme-li v příslušném schematu koefficientů řádky se sloupci, dostaneme t zv. adjungovanou soustavu a z ní limitním přechodem (roste-li počet dělících bodů do nekonečna) problém adjungovaný k problému vyjadřenému rovnicemi (1) a (2).

Bôcher podává direktní definici adjungovaného problému, přihlíží k reálným řešením a jich nullovým bodům, vykládá t. zv. Greenovu methodu a její souvislost s integrálními rovnicemi.

Všechny úvahy vyznamenávají se velikou přesností a není pochyby, že autor, nedávno zemřelý vynikající mathematik americký, zanechal v této knize, tak důležité zejména pro pochopení obdobných úloh o rovnicích parciálních, dílo trvalé ceny, které možno co nejlépe doporučiti ke studiu zmíněných obecných theorií. —

Nová Borelova kniha zabývá se zvláštním rozšířením nauky o analytických funkcích.

Weierstrass doplnil theorii funkcí, Cauchym založenou, zejména přesným rozborem analytického pokračování; v úvahách žáků Weierstrassových jest pak zvláště významno jeho pojetí analytické funkce: každému elementu analytické funkce t. j. každé konvergentní mocninné řadě, přiřaďuje se určitý obor W a každému jeho bodu přiřaďuje se element analytické funkce. Všechny elementy dohromady tvoří analytickou funkci, jež má W za svůj přirozený obor existence; mimo tento obor funkce vůbec neexistuje. Mezi dvěma funkcemi, jichž při rozené obory existence nemají bodů společného, není vlastně žádné souvislosti. Avšak tento názor na theorii funkcí vyplývá jen z toho, že Weierstrass dává přednost mocninným řadám před všemi jinými analytickými výrazy. Poněvadž oborem konvergence takové řady je kruh, má obor W, jenž je vždy souvislý, tu vlastnost, že je možno opsati kolem každého jeho bodu kruh, jenž je celý obsažen uvnitř W.

Kdybychom však užívali, sestrojujíce analytické pokračování daného elementu, početních výrazů jiných než jsou mocninné řady, mohli bychom dojíti k oborům obecnějším než jsou obory W; nové methody analytického pokračování mohou nám skutečně objasniti souvislost mezi funkcemi, jež podle klassické theorie Weierstrassovy mají zcela oddělené existenční obory. Tato myšlénka, vyslovená Borelem již v disertaci r. 1892, je v knize podrobně zpracována.

Na začátku 3. kapitoly jest obšírně vyložen specielní příklad; výsledek zní (str. 66.): Jest možno utvořiti řadu

$$\sum_{p=1}^{\infty} P_p(z)$$

polynomů, jež konvergují stejnoměrně na každé konečné úsečce přímky, která prochází počátkem souřadnic ($z = o$), je-li úchylka ϑ této přímky od osy Ox vyjádřena formulí tvaru $\vartheta = m\sqrt{2} + n$, kde m a n jsou celá čísla. V každém úhlu, jehož vrchol je v počátku souřadnic, je možno sestrojiti nekonečně mnoho takových přímek; a na každé takové přímce konverguje řada k hodnotě

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{e^{2\pi i a_k} - z}.$$

Písmeny $a_1, a_2 \ldots a_k \ldots$ značí všecka racionální čísla intervallu (0, 1) a konstanty t_k tvoří absolutně konvergentní řadu. Napsaný výraz představuje uvnitř jednotkové kružnice určitou analytickou funkci $f(z)$; ona řada polynomů tvoří skutečně pokračování $f(z)$ za tento kruh; pokračování děje se ovšem po přímkách, kružnici tou pronikajících. Obyčejnou methodou (pokračováním, jež se děje postupnými konstrukcemi mocniných řad) nelze vůbec jednotkovou kružnici překročiti, poněvadž je přirozenou hranicí funkci $f(z)$, která vně této kružnice neexistuje. Borel ukazuje dále úvahami založenými na nauce o množinách, že pokračování funkcí užitím rozvojů polynomických vede skutečně k oborům, jež nazývá obory C (obory W jsou speciálním případem oborů C) a že pokračování takové má vlastnost: jsou-li dány dvě funkce uvnitř oboru C a shodují-li se i jejich derivace libovolného řádu podél jakkoli malého oblouku daného uvnitř C, splývají obě funkce v celém oboru C. Definice funkce (fonction monogène) na základě parciálních rovnic Cauchyových zůstává beze změny.

Takto podařilo se zobecniti Weierstrassovu theorii analytického pokračování; Borel učinil důležitý krok k pochopení mathematické souvislosti mezi funkcemi, jichž souvislost se stanoviska fysikálního je zjevná (n. př. dána je hmota rozložená po uzavřené ploše; její potenciál uvnitř plochy je ve smyslu klassické theorie jinou funkcí souřadnic než její potenciál vně plochy). Poznamenejme, že základní Borelova myšlénka objasní se velmi dobře příkladem, vztahujícím se k theorii logarithmického potenciálu, uvedeným na str. 163. Obor C je tu utvořen 1. vnitřkem jednotkové kružnice opsané kolem počátku, 2. vnějškem kružnice soustředné o poloměru $= 2$, 3. dvěma částmi osy Ox ležícími uvnitř příslušného mezikruží a spojujícími obě kružnice.

Borelova kniha, jež přináší v prvních dvou kapitolách výborný úvod o základních pojmech obecné theorie o funkcích a zvláště o rozvojích v řady polynomů, patří jistě k nejlepším a nejvýznamnějším spisům, jež v posledních létech v tomto oboru byly uveřejněny.

Oeuvres de Ch. Hermite publiées par E. Picard. T. IV.; IV+594 p. Paris, 1917, Gauthier-Villars.

Souborné vydání Hermiteových prací je dokončeno tímto čtvrtým svazkem, jenž obsahuje práce z let 1880—1901, některé doplňky k svazkům dřívějším (1. svazek vyšel r. 1905) a několik nekrologů a článků příležitostných. Svazek je opatřen faksimilem dopisu Hermiteova Tannerymu a obrazem medaille, která byla Hermiteovi odevzdána při oslavě jeho 70tých narozenin.

Oeuvres de G.-H. Halphen publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard avec la collaboration de E. Vessiot. T. I., XLIV+570 p., 1916; T. II. VIII+560 p., 1918. Paris, Gauthier-Villars.

Halphenovy práce z algebraické geometrie i z jiných oborů mathematiky vyznamenávají se vesměs hlubokým pojetím problémů a cennými originálními výsledky, takže mathematikové s povděkem uvítají toto souborné vydání (rozpočtěné celkem na čtyři svazky). První svazek obsahuje pojednání uveřejněná v létech 1864—1876, druhý pak pojednání z let 1878—1882 a podobiznu Halphenovu.

E. Goursat: ***Cours d'Analyse mathématique.*** Deuxième édition, entièrement refondue. T. III. 666 p. Paris, 1915, Gauthier-Villars.

Goursatův Cours d'Analyse, jehož první vydání vyšlo v létech 1902—1905 ve dvou dílech, jest nejlepší učebnicí vyšší analyse. Druhé vydání, značně rozmnožené (první dva svazky vyšly před válkou; dočkaly se již třetího vydání), obsahuje zejména ve třetím svazku řadu důležitých nových kapitol, na které dovoluje si referent upozorniti.

Kap. 23. obsahuje doplňky k nauce o differenciálních rovnicích obyčejných: o integrálech nekonečně blízkých, o řešeních periodických a asymptotických a o podmínkách stability. Kap. 24. jedná o rovnicích Monge-Ampèreových, kap. 25. o klassifikaci lineárních rovnic parciálních. V kap. 26. jsou probírány rovnice typu hyperbolického, v kap. 27. a 28. rovnice typu elliptického a zvláště harmonické, v kap. 29. pak rovnice typu parabolického, jež se vyskytuje v nauce o vedení tepla. Kap. 30—33 jsou věnovány theorii integrálních rovnic a její applikacím, poslední pak kapitola, mající více než 100 stran, jedná o variačním počtu.

Celkem možno říci, že mimo tento třetí díl Goursatova díla není vůbec žádné učebnice, která by pojednávala o problémech spojených s integrací parciálních rovnic mathematické fysiky způsobem soustavným a přiměřeným velikému pokroku, jehož v tomto oboru bylo docíleno v posledních létech. *Bohuslav Hostinský.*

Bibliografie.

Prof. dr. A. Semerád, Příručka praktické geometrie. Nákladem Jednoty. Díl I. Měřické prvky — obsahuje rozbor látky a pojednání o součástkách strojů a pomůcek, pak podrobně rozebírá měření dálek a měření úhlů vodorovných i svislých Díl II. Měřické metody — jedná o polohových metodách — triangulaci, polygonisaci, grafické metodě, konstrukci plánů, plochoměrství, geometrické nivelaci, trigonometrické nivelaci, barometrických výškách, tachymetrii, vytyčování inženýrském a topografických mapách. Pojednání jest doprovázeno praktickými příklady, rozborem přesnosti a výkonnosti metod, jakož i vyměřovacími náklady. V jednotlivých statích jest udána obsáhle přiléhající literatura a pomůcky. Trigonometrické výpočty jsou vedeny v novém setinném dělení úhlovém, jež skýtá technické praksi podstatné výhody hospodárnosti, a má tu spis za účel vžití se tohoto praktického zjednodušení v naší technické činnosti. Celkem 540 stran. Cena krámská 72 Kč.

*

Alliaume, Maurice: Cours d'astronomie. Partie générale élementaire. XVI+368, obr. 1920. Fr 20·— [Gauthier-Villars].

Bally, E.: Géométrie synthétique des unicursales de 3. classe et de 4. ordre. VI+98, obr. 1920. Fr 20·— [G-V].