Vilém Santholzer

Několik poznámek k rozptylu neutronů v moderátorech

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 74 (1949), No. 1, D14--D20

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/109139`

V praxi je použití demagnetisační methody dosti omezeno. Silná magnetická pole lze realisovat jen v poměrně malém prostoru mezi póly, vzdálenými několik málo cm. Nezbytné DEWAROVY nádoby zmenšují užitečný prostor do té míry, že zřídka lze užít většího množství soli než asi 50 cm^3. Chladicí kapacita je pak ovšem poměrně malá a lze provádět většinou jen taková měření, při kterých se do ochlazené soli nepřivádí žádné teplo zvenčí. Tak na př. SIMON se spolupracovníky objevili supravodivost hliníku a kadmia tím, že smísili granulovaný kov s paramagnetickou solí a potom měřením zvenčí určovali magnetické chování směsi. Podobně dokázali, že měď, stříbro, železo a nikl se nestávají supravodiči ani při 0,05° K. Analogie s chlazením pomocí adiabatické expanse vede k přesvědčení, že také tento proces lze upravit cyklicky a tím dosáhnout prakticky významného chladicího výkonu.

*

Physics of Low Temperatures. Part-I.: Methodes of Cooling. While studying physical effects at very low temperatures a number of interresting effects of fundamental importance for explanation of some properties of matter was observed. Therefore the whole effort of experimental physicists working in this field has tend towards reaching very low temperatures. These three methods can be used fór cooling:

a) taking away the heat by means of latent heat of saturadet wapor of liquid gas;

b) the adiabatic expansion of compressed gas;

c) by means of Joule-Thomson effect.

These three methods of cooling and their results are described in this article.

LITERATURA.

[1] S. C. COLLINS: Rev. Sci Instr., 1947, 157.
[2] W. H. KEESOM: Helium; Elsevier Publishing Co., 1942.
[3] W. F. GIAUQUE: J. Amer. Chem. Soc., **49**, 1927, 1864.
[4] P. DEBYE: Ann. Phys.; **81**, 1926, 1154.
[5] W. F. GIAUQUE a MAC DOUGALL: Phys. Rev., **43**, 1933, 768.
[6] Comm. Leiden, Suppl. 81c, 1935.

M. a B. RUHEMANN: Low Temperature Physics, Cambridge, University Press, 1937.

E. F. BURTON, H. G. SMITH a J. O. WILHELM: Phenomena at the temperature of liquid helium, 1940.

J. A. VAN LAMMEREN: Technik der tiefen Temperaturen, Berlin, Springer, 1941.

NĚKOLIK POZNÁMEK K ROZPTYLU NEUTRONŮ V MODERÁTORECH.

Dr VILÉM SANTHOLZER, Praha.

1. Rozptyl, t. j. změna rychlosti neutronů co do směru i velikosti, nastává při průchodu neutronů hmotou srážkami s jádry atomů. Pokud energie neutronů nepřesahuje asi 10 MeV, je možno srážky neutronů s jádry považovat za dokonale elastické a snadno odvodit základní

vztahy pro energii rozptýleného neutronu v závislosti na hmotě jádra a úhlu rozptylu, t. j. úhlu, jejž směr letu neutronu po srážce svírá se směrem původním [1, 2].

Rozptylem neutronů nastává úbytek energie neutronů. Rozptyl je tudíž důležitým zjevem pro konstrukci nukleárních reaktorů, kdy je třeba energii štěpných neutronů (t. j. neutronů, vznikajících štěpením uranu po př. jiných štěpitelných hmot) zmenšit na malou hodnotu. Obvykle jde o reaktor uranový s „pomalými" neutrony, v němž je třeba původní energii štěpných neutronů, která je středně asi 1 MeV, snížit na energii thermickou, t. j. středně asi 0,025 eV. Soustava uranových tyčí nebo bloků ze stlačeného kysličníku uranu je proto umístěna v *moderátoru*, t. j. hmotě brzdící rychlosti neutronů. Za moderátor se volí hmota nízké atomové hmoty, protože ztráta energie neutronu za stejných okolností je tím větší, čím je hmota jádra moderátoru menší. Uvažujeme-li pouze srážky středové, kdy nastává maximální ztráta energie neutronů, můžeme pro různé moderátory sestavit tabulku:

Moderátor	H	D	C	Pb	U
Atomová hmota moderátoru	1	2	12	206	238
Maximální ztráta energie	100%	89%	28%	1,9%	1,7%

Přitom byla maximální ztráta energie počítána jako podíl $4mM$: : $(m + M)^2$, v němž m značí hmotu neutronu a M hmotu jádra moderátoru. Na základě zákona zachování energie a impulsu se snadno odvodí, že rychlost odraženého jádra moderátoru je

$$V = \frac{2mc}{m + M} \cos\beta, \tag{1}$$

kde c je původní rychlost neutronu a β úhel, jejž směr letu odraženého jádra svírá se směrem původní rychlosti neutronu před srážkou. Je zřejmé, že platí $\beta \leq \frac{1}{2}\pi$ a že energie odraženého jádra (původně nehybného) je vlastně ztráta energie neutronu. Maximální ztráta energie pro tabulku byla tudíž vypočtena na základě poměru $\frac{1}{2}MV^2 : \frac{1}{2}mc^2 = 4mM$: : $(m + M)^2$. Pro neutron a proton je $m = M = 1$.

Ve skutečnosti ovšem nastávají ztráty energie od ztráty nulové až do maximální, a jestliže v těžišťové soustavě je předpokládáno isotropické rozdělení rozptýlených neutronů, je střední ztráta energie neutronu rovna právě polovině ztráty maximální. V těžišťové soustavě je energie rozptýlených neutronů konstantní a tudíž rozdělení energie sféricky symetrické. K tomu se ještě vrátíme; z důvodů praktických se za moderátor hodí pouze těžká voda anebo tuha, ačkoli v t. zv. reaktorech obohacených se dá použít i vody obyčejné [3]. Dá se také elementárním způsobem vypočítat, že jednou srážkou s tuhovým jádrem energie neutronu středně se sníží o 16% a že je tedy zapotřebí asi 15 srážek, aby energie neutronu klesla na jednu desetinu původní hodnoty; teprve po 110 srážkách klesne energie z 1 MeV na $\frac{1}{40}$ eV.

2. V současných pracích o rozptylu neutronů a jeho vztazích ke konstrukci atomových reaktorů se používá důležité veličiny, t. zv. *střední logaritmické ztráty energie neutronu*, dané vzorcem

$$\xi = 1 - \frac{(M-1)^2}{2M} \log \frac{M+1}{M-1}, \tag{2}$$

kde M je atomová hmota moderátoru; prakticky ovšem stačí použít hmotového čísla. Vzorec (2) na př. E. FERMI a spolupracovníci [4] používají v přibližně platném tvaru:

$$\xi \approx \frac{2}{M + \frac{2}{3}}, \text{ po případě } \xi \approx \frac{2}{M}, \tag{3}$$

jestliže hmota M je dostatečně větší než 1. Vzorec (3) odvodíme z (2) pomocí známého vztahu:

$$\log \frac{1+h}{1-h} = 2(h + \frac{h^3}{3} + \ldots) \text{ a tudíž } \log \frac{M+1}{M-1} \approx \frac{2}{M}\left(1 + \frac{1}{3M^2}\right),$$

což prakticky platí již pro tuhu.

Střední logaritmická ztráta energie neutronu ξ zřejmě je definována jako střední hodnota výrazu

$$\log \left(\frac{\text{původní energie neutronu}}{\text{energie neutronu po srážce}}\right)$$

pro jednu srážku neutronu, a tudíž rovnicí

$$\xi = \frac{1}{Z_{\max}} \int_{E_{\min}}^{E_0} (\log E_0 - \log E)\, \mathrm{d}E, \tag{4}$$

kde E_0 je původní energie neutronu před srážkou a E proměnná energie neutronu po srážce (po rozptylu); maximální ztráta energie neutronu $Z_{\max}$ je zřejmě rovna rozdílu $E_0 - E_{\min}$, kde $E_{\min}$ je nejmenší možná energie, kterou může mít neutron po srážce; pomocí vzorce (1) plyne, že

$$\frac{E_{\min}}{E_0} = \left(\frac{M-1}{M+1}\right)^2;$$

pomocí vzorce (1) také dokážeme, že platí:

$$\frac{E_0 - Z_{\max}}{Z_{\max}} = \frac{(M-1)^2}{4M} = \frac{E_{\min}}{Z_{\max}}.$$

Z rovnice (4) však právě vyplývá, že

$$\xi = \frac{1}{Z_{\max}} [E \log E_0 - E \log E + E]_{E\min}^{E_0} = 1 + \frac{E_{\min}}{Z_{\max}} \log \frac{E_{\min}}{E_0}$$

a odtud pak vzorec (2).

Uvedeme číselné hodnoty střední logaritmické ztráty energie neutronu při srážce s různými jádry:

Jádro	H	D	He4	Be9	C12	O16	U238
Střední log. ztráta energie neutronu ξ	1	0,72	0,43	0,35	0,16	0,12	0,0084

3. Z rovnice (4) dá se odvodit jiný, přibližně platný vztah, velmi důležitý pro theorii atomového reaktoru [5]. Jde o vztah pro ξ:

$$\xi = \frac{\Delta E}{E}, \tag{5}$$

který přibližně platí již pro tuhu, avšak je nepřesný pro H a D, ač i pro ně bývá uváděn [6]. V něm ΔE značí *střední ztrátu energie neutronu* při původní energii E. Ze vzorce (5) vyplývá důležitá věta: střední ztráta energie neutronu je dána součinem z energie neutronu a střední logaritmické ztráty. Z toho je ihned patrný praktický význam veličiny ξ a důvod, proč k její definici vůbec došlo.

Vztah (5) můžeme vyjádřiti také poněkud jinak: Protože podle (2) je pro týž moderátor hodnota ξ konstantní, je podle (5) konstantní i poměr střední ztráty energie neutronu k původní energii neutronu.

V rovnici (4), která definuje ξ, je možno E nahradit rozdílem $E_0 - Z$, kde Z je ztráta energie neutronu. Zavedením nové proměnné Z se rovnice (4) dá napsat ve tvaru, který je vhodný k odvození vzorce (5):

$$\xi = \frac{1}{Z_{\max}} \int_{Z_{\max}}^{0} \log \left(1 - \frac{Z}{E_0}\right) dZ \approx \frac{1}{Z_{\max}} \int_{0}^{Z_{\max}} \frac{Z}{E_0} dZ. \tag{5*}$$

Použitá aproximace $\log(1 - h) \approx -h$ je oprávněna proto, že h je rovno $Z : E_0$ a nemůže býti tudíž větší než $Z_{\max} : E_0$, kterýžto poměr již pro tuhu je menší než $\frac{1}{3}$; počínaje tuhou dá se tedy již (alespoň zhruba) střední logaritmická ztráta energie neutronu určit ze vztahu:

$$\xi \approx \frac{Z_{\max}}{2E_0}, \tag{6}$$

jak vyplývá z (5*). Jestliže polovinu maximální ztráty nazveme *střední ztráta energie neutronu*, tedy $Z_s = \frac{1}{2} Z_{\max}$, vzorec (6) bude míti tvar

$$\xi \approx \frac{Z_s}{E_0}, \text{ a tudíž také } \frac{\Delta E}{E} \approx \frac{Z_s}{E_0}$$

podle vztahu (5). Tím byl vztah (5), jehož se používá v theorii reaktorů a v nukleárním inženýrství, dokázán. Zbývá nyní dokázat, že ze vzorce (5) vyplývá také vzorec pro střední počet srážek, který neutron zažije, než jeho energie poklesne na energii E_n.

4. Počáteční energie neutronu, který vletěl do moderátoru, budiž E_0; po první srážce energie neutronu středně poklesne na E_1, při čemž podle (5) platí:

$$\xi E_0 = E_0 - E_1;$$

pro druhou srážku platí vztah $\xi E_1 = E_1 - E_2$, takže $E_2 = E_1(1 - \xi) = E_0(1 - \xi)^2$. Po n srážkách bude energie neutronu

$$E_n = E_0(1 - \xi)^n$$

a tudíž

$$\log \frac{E_n}{E_0} = n \log(1 - \xi) \approx -n\xi.$$

Z toho plyne, že střední počet srážek, jehož je zapotřebí k snížení původní energie E_0 neutronu na hodnotu E_n, je dán přibližně platným vzorcem:

$$n = \frac{1}{\xi} \log \frac{E_0}{E_n} \text{ resp. } n = \frac{1}{\xi} \frac{E_0}{E_{\text{ther.}}}, \tag{7}$$

jestliže uvažujeme pokles energie až na thermickou energii $E_{\text{ther.}}$ (asi $\frac{1}{40}$ eV). Hodnoty n v tomto případě pro různé hmoty jsou:

Hmota	H	D	He4	Be9	C12	O16	U238
Počet srážek n	18	24	41	50	110	145	2100

Podle vzorce (7) energie neutronu po $1 : \xi$ srážkách poklesne na $E_0 : E_{\text{ther}}$. Je třeba opět zdůraznit, že vzorec (7), podobně jako vzorec (5), je velmi nepřesný pro hmoty lehčí než uhlík, ač i v tomto případě se ho používá k orientačním úvahám [6].

5. Zmínili jsme se již o tom, že pro případ isotropického rozdělení rozptýlených neutronů v těžišťové soustavě neutron — jádro vskutku platí, že střední ztráta energie neutronu je rovna polovině ztráty maximální. Tím dodatečně oprávňujeme definici

$$Z_s = \tfrac{1}{2} Z_{\max}, \tag{8}$$

které jsme použili v odstavci 3 při odvození vzorce (5). Směr jedné osy těžišťové soustavy budiž dán původním směrem letu neutronu před srážkou; druhá osa je na tento směr kolmá a prochází těžištěm soustavy neutron — jádro. Rychlost těžiště je $cm : (m + M) = c : (M + 1)$, kde c je rychlost neutronu před srážkou. Úhel rozptylu φ v těžišťové soustavě je $\pi - 2\beta$, kde β značí úhel, jejž svírá směr odraženého jádra s původním směrem letu neutronu v soustavě laboratorní. To se dá dokázat z elementárního nákresu a výpočtu, použitím zákona energie a impulsu. Poměr $v^2 : c^2$, t. j. poměr čtverců rychlosti neutronu po srážce a před srážkou a tedy také poměr energií, často bývá vyjadřován ve tvaru:

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - ax, \text{ kde } a = \frac{4mM}{(m + M)^2}, \quad x = \frac{1 - \cos\varphi}{2}, \tag{9}$$

tudíž:

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{m^2 + M^2 + 2mM\cos\varphi}{(m + M)^2} \tag{10}$$

(viz na př. Nucleonics, 1947, November 1947, ve stati Nuclear Principles of Nuclear Reactors od C. GOODMANNA). Vzorec (9) vyplývá z našeho vzorce (1), když uvážíme, že energie neutronu po srážce je dána rozdílem $\frac{1}{2}mc^2 - \frac{1}{2}MV^2$ a že $\varphi = \pi - 2\beta$. Pro případ isotropického rozptylu, kdy počet odražených neutronů je ve všech směrech stejný, určíme střední ztrátu energie neutronu z rovnice

$$Z_s N = \sigma \, . \, 2\pi \int_0^\pi Z \sin\varphi \, d\varphi, \tag{11}$$

kde N značí celkový počet neutronů odražených v daném čase; σ je počet neutronů odražených za stejný čas v jednotkovém prostorovém úhlu ($\sigma = N : 4\pi$). Jak se dá snadno odvodit, je v těžišťové soustavě počet neutronů dN, rozptýlených mezi úhly φ a $\varphi + d\varphi$, roven $\sigma \, . \, 2\pi \sin\varphi \, d\varphi$. Tak vznikla rovnice (11), která s použitím rovnic (9) dá se upravit na tvar:

$$Z_s = \frac{1}{2}mc^2 \frac{mM}{(m + M)^2} \int_0^\pi (\sin\varphi - \sin\varphi \cos\varphi) \, d\varphi = \frac{1}{2}mc^2 \frac{2mM}{(m + M)^2},$$

a tudíž $Z_s = \frac{1}{2}Z_{\max}$, což se mělo dokázat. Rozbor zajímavého speciálního případu rozptylu neutronů na protonech nebo deuteronech, nebo protonů na protonech, ponechávám čtenáři.

*

Remarks on the scattering of neutrons in moderators. The well known equation (2) for the mean logarithmic energy loss per collision of the neutron with nucleus was derived. The approximate formulae used by E. FERMI (3) and F. L. FRIEDMAN (5) were derived and used for the computation of the average number of collisions required to slow down a 1 MeV neutron to thermal energy.

LITERATURA.

[1] J. CORK: Radioactivity and Nuclear Physics, 1948.
[2] V. SANTHOLZER: Rozhledy matematicko-přírodovědecké, **26**, 133, 1947.

[3] C. GOODMANN: Construction of Nuclear Reactors, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.
[4] H. L. ANDERSON, E. FERMI a spolupracovníci: Phys. Rev., **72**, 16, 1947.
[5] F. L. FRIEDMAN: Elementary Pile Theory, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.
[6] R. D. EVANS: Fundamentals of Nuclear Physics, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.

VÝPOČET NAPĚTÍ A PRŮHYBŮ U VENKOVNÍCH VEDENÍ ELEKTRICKÝCH O STŘEDNÍCH A VELIKÝCH ROZPĚTÍCH.

Část I. Řešení iteracemi.

Prof. Ing. FERDINAND BUDINSKÝ, Praha.

Odvodil jsem již dříve [1] rovnici změny stavu, která umožňuje výpočet napětí pro různé povětrnostní stavy charakterisované teplotou t a přetížením z pro vedení na libovolně strmém svahu a o libovolně velikém rozpětí. Tato rovnice má stejnou stavbu jako rovnice změny stavu odvozená za předpokladu parabolické řetězovky souměrné (platné toliko pro podpory ve stejné výši a pro rozpětí poměrně malá, lišíc se od ní jen tím, že místo rozpětí a a modulu E obsahuje t. zv. redukované rozpětí a_r a t. zv. redukovaný modul E_r. Pro úplnost uvádím zde znovu příslušné rovnice:

$$\frac{\xi^2 a_r{}^2}{24}\left[\left(\frac{z_2}{p_2}\right)^2-\left(\frac{z_1}{p_1}\right)^2\right]=\beta\,\Delta t+\frac{\Delta p_b}{E_r}, \tag{1}$$

$$a_r = a\left[1-\frac{\psi_{b1}^2}{5}(1-\tfrac{8}{3}\gamma^2)\right] = a[1-3{,}2\varphi_{b1}^2(1-\tfrac{8}{3}\gamma^2)],$$
$$E_r = E\left[1-\frac{\psi_{b1}^2}{6}(1+2\gamma^2)\right] = E[1-2{,}67\varphi_{b1}^2(1+2\gamma^2)]. \tag{1$_1$}$$

Přitom značí ξ specifickou váhu nenapjatého vlákna při teplotě t_0 (prakticky však není třeba dbát rozdílu ξ při různé teplotě a různém napětí; viz [1]. β lineární součinitel tepelné roztažnosti vodiče, p_b t. zv. charakteristické napětí*), jež se vyskytuje ve vodiči v bodě, v němž je tečna k řetězovce rovnoběžná se spojnicí podpor, indexy 1 resp. 2 přísluší dvěma povětrnostním stavům charakterisovaným teplotou t_1 resp. t_2 a přetížením z_1 resp. z_2. Je pak $\Delta t = t_2 - t_1$; $\Delta p_b = p_{b2} - p_{b1}$. Korekční členy příslušné pružné řetězovce jsou v (1) a (1$_1$) vynechány, poněvadž jsou řádově v poměru $\frac{p}{E}$ menší než ostatní korekční členy, jež mají poměrnou velikost řádu φ_{b1}^2. Lze tedy vypočíst napětí po změně stavu u pružné řetězovky prakticky ze stejné rovnice jako u řetězovky nepružné, známe-li jen napětí příslušné určitému stavu.

Rovnici (1) lze dále zjednodušit. Můžeme v ní totiž při běžných výpočtech — jak uvidíme později — položit vždy $a_r = a$ a $E_r = E$ i u vedení o největších rozpě-

*) Tento název byl zvolen analogicky k charakteristickému průhybu f_b, jenž přísluší prakticky témuž bodu řetězovky jako p_b. Charakteristickým průhybem nazývá POCHOP [3] „délku svislice mezi středem spojnice závěsů a řetězovkou resp. parabolou".