Předcházejícími úvahami dokázána věta následující:

„Jest-li E ellipsoid přislušný dané soustavě n rovin a stálé K, a je-li E_α ellipsoid příslušný tytéž stálé K a tytéž soustavě rovin mimo jedinou z nich (α), dotýkají se ellipsoidy E, E_α dle kuželosečky obsažené v rovině α. Jest-li E_β ellipsoid, který obdobně přisluší vynechané rovině (β), protínají se ellipsoidy E_α, E_β dle 2 kuželoseček obsažených v rovinách rozpolujících úhly rovin (α) a (β). Je-li tudíž E_γ ellipsoid přislušný třetí rovině γ, pak protíná E_γ ellipsoidy E_α a E_β v bodech nalezajících se na osách rotačních kuželů opsaných aneb vepsaných trojstěnu ($\alpha\beta\gamma$).

Budiž konečně $E_{\alpha\beta}$ ellipsoid, který pro stálou K obdržíme, vynecháme-li roviny α, β. Ellipsoidy E a $E_{\alpha\beta}$ dotýkají se v 2 bodech na přímce ($\alpha\beta$) se nalézajících a průseky ellipsoidů $E_{\beta\gamma}$, $E_{\gamma\alpha}$, $E_{\alpha\beta}$ jsou též průseky ellipsoidů E a E_β E_γ."

(*Siacci.*)

O kruhu devíti bodů.

(Podává Dr. *E. Weyr.*)

Mějmež libovolný trojúhelník abc (viz obr. 11.) a buďtež $a'\,b'\,c'$ body rozpolující strany $\overline{bc}$, $\overline{ca}$, $\overline{ab}$. Body $a'\,b'\,c'$ proložený kruh K nechť protne strany $\overline{bc}$, $\overline{ca}$, $\overline{ab}$ v bodech α, β, γ, Poněvadž jak známo $a'b' \parallel ab$, $a'c' \parallel ac$, bude

$$\sphericalangle\, b'\,a'\,c' = \sphericalangle\, b'\,a\,c'$$

avšak jest též

$$\sphericalangle\, b'a'c' = b'\gamma c'$$

(co úhly obdvodové na tímtéž obloukem) tak že

$$\sphericalangle\, b'ac' = b'\gamma c'$$

to jest trojúhelník $\triangle\, ab'\gamma$ jest stejnoramenný aneb $ab' = b\gamma'$ a poněvadž $b'c = ab'$, bude $c\gamma \perp ab$. Bod γ jest tudíž pata s vrchole c spuštěné výšky; obdobně lze dokázat, že α a β jsou paty obou ostatních výšek. Tím dokázáno, že kruh K prochází nejen body rozpolujícími strany, nýbrž i patami výšek.

Výšky trojúhelníku protínají se jak známo na vzájem v tomtéž bodě v. Délky $\overline{va}$, $\overline{vb}$, $\overline{vc}$ nazýváme pak hořejšími a $v\alpha$, $v\beta$, $v\gamma$ dolejšími částmi výšek. Buďtež α' β' γ' druhé průseky výšek s kruhem K.

Poněvadž $\gamma'\gamma c' = 90^0$, jest též $\gamma' a' c' = 90^0$ t. j. $\gamma' a' \perp a' c'$ a jelikož $a' c' \perp ac$ a $b\beta \perp ac$, bude též $\gamma' a' \parallel b\beta$ a jelikož $ca' = a'b'$ musí též $c\gamma' = \gamma' v$ býti, t. j. bod γ' rozpoluje hořejší část $\overline{cv}$ výšky $\overline{c\gamma}$.

Zcela obdobně dokážeme, že body α', β' rozpolují hořejší části výšek $\overline{a\alpha}$ a $b\beta$. Kruh K prochází tedy taktéž body $\alpha' \beta' \gamma'$ rozpolujícími hořejší části výšek trojúhelníku abc.

Kruh ten, který dle dokázaného prochází následujícími devěti body:

1. polovinami $a' b' c'$ stran
2. patami α, β, γ výšek a
3. polovinami α', β', γ' hořejších částí výšek

nazýváme „*kruhem devíti bodů*". (Le cercle des neuf points, Kreis der neun Punkte.)

Úloha. Dokaž, že poloměr kruhu devíti bodů jest polovina poloměru kruhu trojúhelníku abc opsaného.

Úloha. Dokaž, že střed kruhu devíti bodů rozpoluje vzdálenost průseku (v) výšek od středu 0 kruhu opsaného.

Úloha. Dokaž, že těžisko z trojúhelníku dělí vzdálenost průseku výšek od středu 0 kruhu devíti bodů dle poměru

$$\left(-\frac{1}{2}\right).$$

O sestrojování racionálních trojúhelníků.

(Sděluje *J. Sobička*.)

Ku kterémukoliv celému číslu co odvěsně najdeme druhou odvěsnu a racionální přeponu takto:

a) je-li číslo liché, rozdělme jeho čtverec na dvě o 1 se lišící části, menší jest druhá odvěsna, větší přepona;

b) je-li číslo sudé, zdvojmocněme jeho půl; odejmeme-li od toho čtverce 1, máme druhou odvěsnu, přičteme-li k němu 1, máme přeponu.