Josef Kounovský

Kolmé průměty rovinných průseků rotační plochy kuželové ve směru její osy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 45 (1916), No. 4-5, 471--475

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109103

Kolmé průměty rovinných průseků rotační plochy kuželové ve směru její osy.

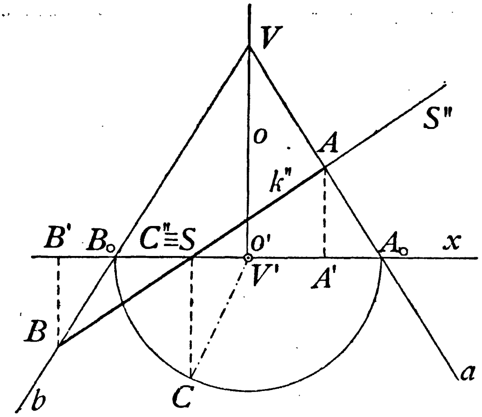
Píše Dr. Josef Kounovský.

Pravoúhlé průměty rovinných průseků rotační plochy kuželové ve směru její osy jsou kuželosečky mající jedno ohnisko na ose. Chci krátce dokázati známou tuto větu pro řez hyperbolický a předešlu pro úplnost a vzhledem k tomu, že úvaha řízena jest našim studujícím deskriptivní geometrie ze školy střední, vše-obecně známé odvození pro řez eliptický a parabolický.

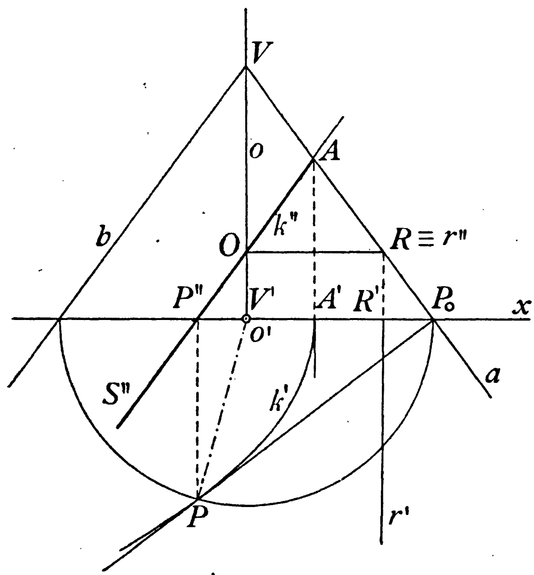
Pro jednoduché metodické zpracování volíme výhodně osu o kuželové rotační plochy a dvě protější její povrchové přímky a a b v nárysně a rovinu sečnou **S***) nárysně promítací. Půdorysnu zvolíme kolmo ku ose o a uvažujeme pak půdorys k' průsečné kuželosečky k; k' jest kuželosečka, jejíž jedno ohnisko jest v půdorysu V' vrcholu V kuželové plochy. Jednoduchost důkazu závisí na příhodné volbě půdorysny.

1. *Průsek eliptický* (obr. 1.). Na **S**″ obdržíme velkou osu AB průsečné elipsy, jejím středem S sestrojme půdorysnu a tedy průmětnou osu $x \perp o$. Že k' jest zase elipsa, není třeba zvláště dokazovati, ježto o rovnoběžném průmětu elipsy pojednává se při soustavném probírání látky o rovnoběžném promítání kružnice. Odvodíme-li pomocí průsečné kružnice kuželové plochy půdorysnou, mající průměr A_0B_0 na x, vrchol C malé osy elipsy k i k', patrno: Velká osa $A'B' = A_0B_0$ (ze shodnosti $\triangle AA'A_0$ a $\triangle BB'B_0$), $CV' = A_0V' = A'S =$ velké poloose a tedy V' jest skutečně ohniskem elipsy k'.

*) Při reprodukci obrazců byly mé narýsované litery přelepeny typy tištěnými a při tom stalo se, že pro roviny užito v nich těchže typů jako pro body. Ač omyl jest vyloučen, upozorňuji na to laskavého čtenáře.



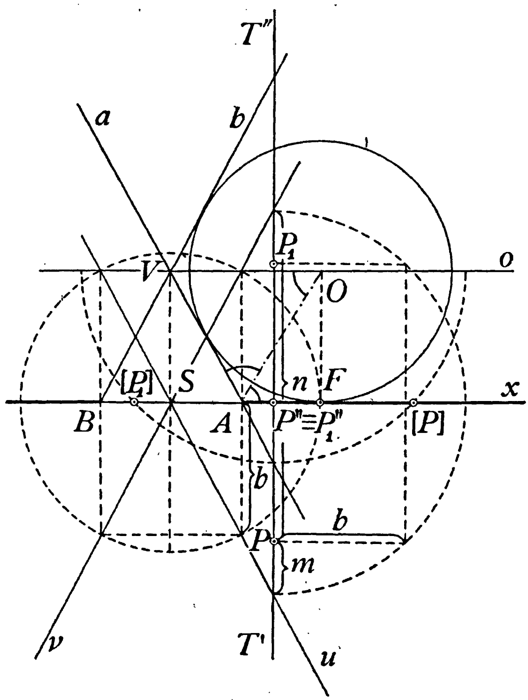
Obr. 1.



Obr. 2.

2. *Průsek parabolický* (obr. 2.). Budiž $\mathbf{S}'' \parallel b$, vrchol průsečné paraboly A na a, $VA = AR$ na a, takže $OR \perp o$, značí-li O průsečík $\mathbf{S} \, . \, o$. V bodě R sestrojme přímku r kolmo k nárysně. Půdorysnu položme uvažovaným proměnným bodem P

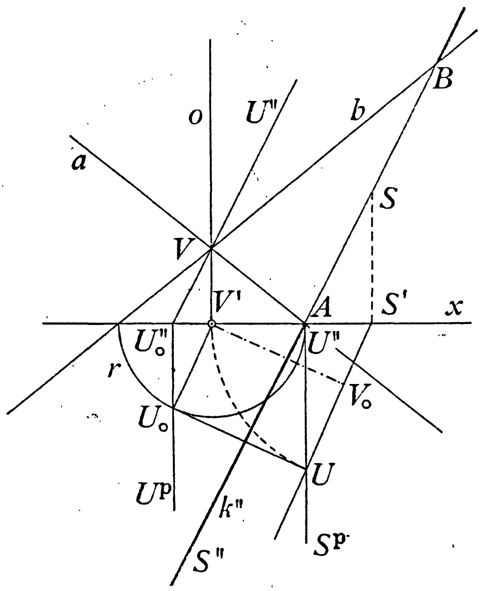
průseku. Sestrojíme-li pomocí průsečné kružnice kuželové plochy půdorysnou bod P a označíme P_0 bod této kružnice na a, patrno, že $PV' = P_0V' = P''R'$ vzhledem k shodnosti $\triangle\, OV'P''$ a $\triangle\, RR'P_0$; a tak pro každý bod křivky k', kteráž jest tedy parabolou o ohnisku V', řídící přímce r' a vrcholu A'.



Obr. 3.

3. *Průsek hyperbolický.* Třeba předem odůvodniti důležitou konstrukci hyperboly: *Sestrojíme-li rovnoběžku s vedlejší osou hyperboly a vyznačíme na ní úseky od bodu hyperboly k oběma asymptotám, jest vedlejší poloosa střední měřicky úměrnou těchto úseků* ($mn = b^2$). Za tím účelem proložíme libovolnou hyperbolou, zvolenou v obr. 3. středem S a hlavní osou AB v průmětné ose x a asymptotami u a v v půdorysně, rotační plochu kuželovou tak, aby kulová plocha vepsaná kuželové ploše

a dotýkající se roviny hyperboly (půdorysny) v jejím ohnisku F měla za poloměr vedlejší její polosu b; koule má střed O v nárysně, $OF \perp x$, $OF = b$, kuželová plocha má v nárysně dvě protější povrchové přímky a a b, procházející vrcholy A a B hyperboly a svírající týž úhel jako její asymptoty, osu $o \parallel x$ a vrchol V, kde $VS \perp x$, jak patrno z nárysu na základě rovnosti úhlů obloučky označených. Sestrojíme-li nyní dva body P a P_1



Obr. 4.

hyperboly pomocí průsečné kružnice kuželové plochy libovolnou rovinou **T** $\perp x$ — v obrazci sklopena průsečná kružnice s oběma body do nárysny do polohy $[P]$ a $[P_1]$ —, jest úplná shodnost této konstrukce s uvedenou vlastností hyperboly již jasna.

Uvažujme nyní v obr. 4. hyperbolický průsek kuželové rotační plochy a sestrojme půdorysnu a osu x jeho vrcholem A na a. Sestrojme asymptoty průseku k jako průsečnice roviny **S** s rovinami tečnými kuželové plochy podél povrchových přímek, v kterých prořata jest rovinou vrcholovou **U** || **S**. V obrazci sestrojena jen jedna asymptota SU před nárysnou pomocí půdorysné stopy $U_0 U$ tečné roviny podél povrchové přímky VU_0, dotýkající se v bodě U_0 průsečné kružnice r kuželové plochy půdorysnou; stopa $S^p \equiv UA$ jest tečnou této kružnice. Křivka k' jest hyperbola mající s hyperbolou k tutéž vedlejší poloosu b, jak patrno ze vztahu $mn = b^2$, který promítáním přenáší se z prostoru z k na k'. Sestrojíme-li ještě $V'V_0 \perp S'U$, jest

$$UA = UU_0 = V_0 V'.$$

Ze shodnosti $\triangle\ UAS'$ a $V'V_0 S'$ plyne, že i $S'U = S'V'$. A ježto U jest průsečík asymptoty $S'U$ hyperboly k' s její vrcholovou tečnou AU, ukázáno, že V' jest vskutku ohniskem hyperboly k'.

O logarithmicko-grafickém počítání.

Napsal **Václav Obešlo.**

(Dokončení.)

30. Cesta logarithmicko-grafická vede nás též k řešení soustavy **2 rovnic o 2 neznámých.** Postup jest zde ovšem značně zdlouhavější než při rovnici o 1 neznámé[36]). Uvažujme dvě reálné rovnice

$$f(x, y) = 0. \quad g(x, y) = 0 \tag{1}$$

o neznámých x, y. Pišme rovnice ty ve tvaru

$$f_1(x, y) = f_2(x, y), \; g_1(x, y) = g_2(x, y) \tag{2}$$

a uvažujme funkce

$$z = f_1(x, y), \; z = f_2(x, y); \; z = g_1(x, y), \; z = g_2(x, y) \tag{3}$$

stanovme jejich logarithmické obrazy.

---

[36]) Budiž podotknuto, že náš uvažovaný postup řešení rovnic jest pouze jedním z postupů, jež skytá nám nomografie, takže v některých případech bude výhodnější jiný způsob. Viz: V. Láska, Nomografie.