

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 12 (1883), No. 1, 47--48

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108997>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1883

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$x' = \frac{-2y^2 - 2x^2 + px}{2x - p}, \quad y' = -\frac{2py}{2x - p},$$

a to položivše do (9)

$$0 = x[-4(x^2 + y^2) + 4px - p^2].$$

Hledané geometrické místo se tedy skládá z přímky $x = 0$ t. j. z vrcholové tečny, a z čáry o rovnici

$$4(x^2 + y^2) - 4px + p^2 = 0,$$

čili

$$4[y^2 + (x - \frac{1}{2}p)^2] = 0,$$

t. z přímek imaginárných

$$y = i(x - \frac{1}{2}p), \quad y = -i(x - \frac{1}{2}p),$$

vedených ohniskem a sice o směrnicích $\pm\sqrt{-1}$. Jich vyskytnutí právě tak se vysvětluje jako při ellipse a to si laskavý čtenář bez obtíže sám doplní. w.

Úlohy.

Řešení úlohy 13. z roč. XI.

(Napsal pan *Em. Heinemann*, technik.)

Rovnice daných rovin jsou:

$$A_1 \equiv x \cos \alpha_1 + y \cos \beta_1 + z \cos \gamma_1 - p_1 = 0,$$

$$A_2 \equiv x \cos \alpha_2 + y \cos \beta_2 + z \cos \gamma_2 - p_2 = 0,$$

$$A_3 \equiv x \cos \alpha_3 + y \cos \beta_3 + z \cos \gamma_3 - p_3 = 0,$$

$$A_4 \equiv x \cos \alpha_4 + y \cos \beta_4 + z \cos \gamma_4 - p_4 = 0.$$

1)

Položme determinant

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 & -p_1 \\ \cos \alpha_2 & \cos \beta_2 & \cos \gamma_2 & -p_2 \\ \cos \alpha_3 & \cos \beta_3 & \cos \gamma_3 & -p_3 \\ \cos \alpha_4 & \cos \beta_4 & \cos \gamma_4 & -p_4 \end{vmatrix} = \Delta$$

a subdeterminanty stupně třetího nazvemež $S_{h, k}$.

Rovinami danými stanovený čtyrstěn bude mít vrcholy M_1, M_2, M_3, M_4 , jakožto proniky rovin $A_2A_3A_4, A_1A_3A_4, A_1A_2A_4, A_1A_2A_3$. Souřadnice libovolného vrcholu na př. M_3 určíme z rovnice 1), použijeme-li Binetova označení determinantů následovně:

$$x_3 = \frac{(p_1, \cos \beta_2, \cos \gamma_4)}{(\cos \alpha_1, \cos \beta_2, \cos \gamma_4)}, \quad y_3 = \frac{(\cos \alpha_1, p_2, \cos \gamma_4)}{(\cos \alpha_1, \cos \beta_2, \cos \gamma_4)},$$

$$z_3 = \frac{(\cos \alpha_1, \cos \beta_2, p_4)}{(\cos \alpha_1, \cos \beta_2, \cos \gamma_4)}.$$

Opakujeme-li to pro všechny body, shledáme, že vzhledem k determinantu Δ

$$x_k = \frac{S_{k,1}}{S_{k,4}}, \quad y_k = \frac{S_{k,2}}{S_{k,4}}, \quad z_k = \frac{S_{k,3}}{S_{k,4}}. \quad 2)$$

Výška v_k , jakožto vzdálenost bodu M_k od roviny A_k bude určena rovnicí:

$$v_k = x_k \cos \alpha_k + y_k \cos \beta_k + z_k \cos \gamma_k - p_k,$$

aneb dosadíme-li hodnoty z rovnic 2)

$$v_k = \frac{\cos \alpha_k S_{k,1} + \cos \beta_k S_{k,2} + \cos \gamma_k S_{k,3} - p_k S_{k,4}}{S_{k,4}}$$

čili

$$v_k = \frac{\Delta}{S_{k,4}};$$

bude tedy

$$\Sigma \frac{\cos \alpha_k}{v_k} = \Sigma \frac{\cos \alpha_k S_{k,4}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \Sigma \cos \alpha_k S_{k,4} = 0,$$

neboť $\Sigma \cos \alpha_k S_{k,4}$ představuje determinant Δ , v němž prvky 4tého sloupce nahrazeny jsou prvky v sloupci prvním; hodnota tohoto faktoru je tedy 0. Podobně

$$\Sigma \frac{\cos \beta_k}{v_k} = \frac{1}{\Delta} \Sigma \cos \beta_k S_{k,4} = 0,$$

$$\text{a} \quad \Sigma \frac{\cos \gamma_k}{v_k} = \frac{1}{\Delta} \Sigma \cos \gamma_k S_{k,4} = 0.$$

Zároveň je patrné, že

$$\Sigma \frac{p_k}{v_k} = -1.$$

Úlohy.

1.

Jak velký jest hmotný obsah K vrstvy o výšce $V = 4\frac{7}{8}$ cm vykrojené dvěma rovnoběžnými rovinami ze soustředně duté koule, je-li její podstavou mezikružím $M = 24.923 \square$ cm?

Prof. Vavř. Jelínek.

2.

Kouli $T = 9.945$ kgr. těžkou ze hmoty o specifické váze $\tau = 7.543$ máme kuželovitě zakončiti, až by byla o $t = 2.088$ kgr. lehčí; jak dlouhé budou strany s kužele, mají-li býti těti-vami koule?

Týž.

