Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 32 (1903), No. 2, 143--160

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108976

rická síla mezi dvěma kontakty ležícími na koncích téhož průměru jest periodickou, dosahuje nejvyšší hodnoty, jež jest dvakráte tak veliká jako napjetí mezi párem $(1, \frac{c}{2}+1)$ nebo $(2, \frac{q}{2}+q)$ a t. d. Představme si, že kollektor jest pevný a že po něm klouzají dva kartáčky připojené ke dvěma prstencům a to rychlostí jedné otočky za dobu periody elektromotorické síly. Na obou prstencích dosáhne se tímto způsobem stejnosměrného proudu velmi pravidelného. Stroj na základě uvedeném nebyl dosud sestrojen pro rozmanité překážky konstruktivní.

13) Poněvadž spojování alternatorů vedle sebe má mnohé stinné stránky, navrhl *Leblanc* system alternatorů *asynchronních.* Prakticky užito bylo této myšlénky poprvé na výstavě pařížské roku 1900.

Důkladnému a obsažnému pojednání auktorovu, z něhož podán tu obsah co možná stručně, chybí téměř veškeré udání příslušné literatury.

(Pokračování.)

Věstník literární.

Théorie analytique de la Chaleur, mise en harmonie avec la Thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière. Par *J. Boussinesq,* Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

Tome I. *Problèmes Généraux.* (Gauthier-Villars. Paris. 1901).

Auktor zahrnul do prvního dílu své analytické theorie tepla řešení všeobecných problémů. V dílu druhém projednáno bude zahřívání kontaktem a zářením, tepelná vodivost látek krystallických a mechanická theorie světla.

Všeobecné problémy uvedeny jsou v dvaceti přednáškách.

V přednášce I. auktor poukazuje k předmětu mechanické theorie světla a k nutnosti hypothesy, že teplo jest energií a nikoliv hmotou.

V přednášce II. applikován jest princip zachování energie pro případ zahřívání neb ochlazování tělesa. Uvedeny jsou pak definice tepla jako energie aktualné a potencialné, úhrnného obsahu tepelného a proudu tepelného.

V přednášce III. auktor omezuje se na případ vlnivého pohybu etheru světelného v prostoru interplanetarním. Vypsány jsou tu důležité vlastnosti etheru, způsob, kterým působí částice etheru navzájem a na částice hmotné, a konečně uvedeny rovnice, jimiž se šíří pohyb etheru v prostoru úplně volném.

Přednáška IV. obsahuje šíření se tepelných vln vnitřkem těles diathermanních, a podmínky průteplivosti látek; přednáška V. působení tepelné, které povstává v tělesích athermanních z původního vlnění volného etheru.

V přednášce VI. posuzuje se stupeň tohoto působení kalorického na základě tepelné roztaživosti hmot, ukazuje se možnost látek svítících bez produkce tepelné, uvedena jest pak rovnováha temperaturní a základ teploměrné škaly společné pro všechna tělesa. Ke konci této přednášky definována jest temperatura, temperatura absolutní, stupeň Celsiův a uveden výraz pro celkový obsah tepelný v objemové jednotce hmoty tuhé jako funkce temperatury.

Následující 3 přednášky (VII. — IX.) obsahují základní úvahy theoretické o tepelném proudu a vodivosti tepelné; všeobecných výsledků užívá auktor pak v přednášce další (X.) v problémech zvláštních, v nichž řešena jest vodivost tyčí, desk a látek krystallických.

V přednášce XI. auktor sestavuje rovnice, jimiž se řídí časová variace temperatury na různých bodech téhož tělesa nebo celého systému těles. Obsaženy jsou tu problémy zahřívání a ochlazování zářením, konvekcí a dotekem.

Následuje pak v přednášce XII. řešení rovnic z kapitoly předešlé a dva zvláštní případy: ochlazování a ustálený stav při konstantních temperaturách. Rozdělení temperatury může způsobiti v částici hmotné, dle její ustrojení dva proudy tepelné, rozdílné ve tvaru i velikosti. Proudy tyto lze geometricky konstruovati na základě dvou ellipsoidů, *ellipsoidu základního* (*hlavního*) a *ellipsoidu vodivosti*. Oba ellipsoidy splývají při ústředích symmetrických a přecházejí v kouli v ústředí isotropickém. Auktor uvádí vlastnosti onoho ellipsoidu základního pro ústředí homogenní.

Přednáška XIII. specialisuje problém zahřívání, rozkládá se tu zahřívání skutečné v zahřívání elementární a řeší se problém zahřívání periodického. Výsledky auktor pak applikuje (v přednášce XIV.) na případy periodického zahřívání povrchu zemského.

V posledních šesti přednáškách auktor zabývá se šířením se tepla, jež vychází ze zdroje do homogenního ústředí anisotropického. Případy Fourierovy, ochlazování kroužku, koule a kostky jsou tu nově a hlouběji probrány, výsledky srovnány s pracemi experimentalními. Přidáno jest řešení ochlazování kruhového válce, duté koule a dutého válce; od tohoto problému auktor vrací se k problému ochlazování se kroužku.

Prvý díl auktorovy analytické theorie tepla končí výkladem analogie mezi šířením se tepla látkami athermanními a filtrací kapalin hmotami porovitými. Analogie tato vede ovšem k předpokladu existence kalorického fluida.

Z uvedeného obsahu vyniká bohatost spisu Boussinesq-ova proti dřívějším knihám o témž předmětu. Řešení problémů jest přehledné, stručné a elegantní, tak že možno na druhý díl analytické theorie tepla právem se těšiti.

Dr. *Vlad. Novák.*

Cours d'Électricité par *H. Pellat*, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris. Tome I. Électrostatique. Lois d'Ohm. Thermo-électricité. Paris. Gauthier-Villars. 1901.

Z přednášek, které měl auktor na Sorbonně v r. 1898—99, vznikl tento první díl nauky o elektřině, obsahující elektrostatiku, zákon Ohmův a thermoelektřinu. Druhý díl (založený na přednáškách auktorových z r. 1898—99) obsahovati bude elektrodynamiku, magnetismus a indukci, třetí pak elektrolysu, elektrokapillaritu a úkazy, které s tímto oborem souvisí.

První díl mimo stručný úvod rozdělen jest na 12 kapitol. Obsah přehlédnouti lze z jejich názvů:

I. Úkazy a zákony základní. II. Vlastnosti elektrického pole. III. Elektrická hustota a napjetí. IV. Principy elektrostatiky a jich konsekvence. V. Influence, elektrická kapacita. VI. Elektrické stroje. Náboj. Různé tvary kondensatorů. VII. Elektrický výboj. Elektrická energie. VIII. Měření potencialné difference. IX. Dielektrika. X. Elementarní zákon Coulombův. XI. Zákony Ohmův, Kirchhoffův a Jouleův. XII. Thermoelektřina.

Ke konci připojeny jsou poznámky o větě Greenově, theorému Gaussově a o methodě Lippmannově, jíž se dokazuje existence dějů, jež jsou reciproky známým zjevům elektrickým.

Jednotlivé kapitoly rozděleny jsou na menší odstavce názvy opatřené; kterážto úprava se dobře osvědčuje při hledání v knize, jež ve všem nese zřejmou pečeť toho, že povstala z přednášek.

Výklad jest vesměs jasný a přehledný a začátečníku přístupný, vyžaduješ se v úvahách theoretických pouze znalost základů počtu differencialního a integralního.

Auktor, jak již z udaného obsahu patrno, nevychází od zákona Coulombova, ale od všeobecně známých základních úkazů elektrostatických, které byly klassickými pokusy potvrzeny. Praemissy auktorovy jsou touto změnou pořádku v mnohých učebnicích elektřiny obvyklého *všeobecnějšími*, neboť platí stejně jak pro ústředí homogenní, tak i pro heterogenní.

Důkazy jsou vesměs jednoduché a průzračné, výsledné věty pak uvedeny stručně bez újmy přesnosti.

Knihu lze zvláště pro první hlubší studium nauky o elektřině vřele odporučiti.

Dr. *Vlad. Novák.*

Die Mechanik des Himmels. Von *Carl Ludwig Charlier.* Svazek I. Lipsko, Veit & Comp. 1902.

Zajímavé dílo to podávajíc přednášky, jež autor na universitě v Lundu konal, přináší jednotné znázornění nynějšího stanoviska výzkumů z mechaniky nebes. Hlavní snahou bylo vyznačiti astronomicky důležité výsledky s mathematickou elegancí a přesností.

Látka jest rozdělena na sedm odstavců (částí). Část první jedná o pomocných větách z mathematiky a z mechaniky. Část druhá obsahuje integraci *Hamilton-Jacobiho* rovnice differenciální pomocí separace proměnných. Výborný theorém *Stäckel-ův* zakončuje první paragraf této části. Nasledující paragraf podává pohyby, které jsou určeny jedním stupněm volnosti (Freiheitsgrad); libraci a limitaci. Paragraf třetí probírá pohyby podmínečně periodické. V odstavci třetím pojednává se o pohybu bodu, který jest přitahován dle zákona Newtonova od dvou pevných středů. Velmi poučné jest sestavení různých druhů drah, které se vyskytnouti mohou při attrakci tělesa od dvou pevných středů. Odstavec čtvrtý jedná o problému dvou těles. Pohyb přímočarý, elliptický, parabolický a hyperbolický tvoří obsah odstavce, který přihlíží též k síle repulsivní a k tvaru ohonu komet. Ke konci se podávají souřadnice jako funkce času. Odstavec pátý probírá problém tří těles, vyčítá všeobecné integrály, stanoví pohybové rovnice pro relativní souřadnice, pro kanonické relativní souřadnice, pro *Jacobi-ho* kanonické souřadnice a přechází pak k variaci konstant. Laplace-ovy důkazy stability a redukce differenciálních rovnic problému tří těles na čtyři stupně volnosti zakončuje odstavec.

Následující odstavec šestý a sedmý jest důležitý pro astronomy.

Část šestá jedná o theorii poruchů (perturbací). Koëfficienty Laplace-ovy zakončují odstavec. Odstavec sedmý obsahuje *theorii poruchů sekularních.* V části té poukazuje se na význam roviny neměnitelné.

V přídavku jsou uveřejněny tabulky. Tabulka I. udává na neměnitelnou rovinu se vztahující elementy velkých planet; tabulka II. elementy na tutéž rovinu se vztahující malých planet; tabulka III. a IV. podává pomocné tabulky k výpočtu sekularních poruchů planetoid.

Za přechodní periody, v které se theoretická astronomie nalézá, dlužno zdařilé dílo autorovo vítati s velikým vděkem.

Svazek druhý přinese theorii periodických řešení problému tří těles a vyšetření konvergence řad.

G. Gruss.

Grundlagen der Geometrie. Von Dr. *Dav. Hilbert.* Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmals in Göttingen. I. Theil. — Lipsko, B. G. Teubner. 1899.*)

Pojednání toto jest — jak praví spisovatel v úvodu — nový pokus, zbudovati geometrii na jednoduché a úplné soustavě axiomů na sobě nezávislých a odvoditi z nich nejdůležitější věty geometrické, při čemž by se též objasnil význam rozličných skupin axiomů a dosah důsledků z nich plynoucích. Vyšetřuje kriticky principy geometrie, řídil se autor zásadou, že jest třeba zkoumati, zdali jest vůbec možno, odpověděti k nějaké předložené otázce, máme-li zření k předepsanému někdy postupu při řešení a k omezeným prostředkům, jichž můžeme použiti. Vyskytne-li se nám totiž při mathematických úvahách nějaký problem neb tušíme li nějakou větu, jsme teprve pak uspokojeni, jestliže se nám buď podaří úplné řešení problemu nebo přesný důkaz věty, nebo, poznáme-li jasně důvody, proč řešení jest nemožno a proč nezdar byl nutný. Snaha, odpověděti k otázce, jsou-li řešení mnohých úloh možna čili nic, byla v novější době často příčinou, že objeveny byly nové a plodné obory výzkumné; připomínáme jen na př. Abelův důkaz, že jest nemožno řešiti rovnice stupně pátého odmocňováním, poznání, že nelze dokázati axiomu o rovnoběžkách a j. Aby vyhověl tomuto požadavku, Hilbert hledí vyložiti, kterých axiomů, podmínek a prostředků jest obecně třeba k důkazům pravd geometrických, o nichž pojednává; v každém případě se může pak uvážiti, které z method dokazovacích přísluší přednost dle toho, s jaké stránky se na problem pohlíží.

Úloha, kterou se Hilbert zabývá, není snadná; Crelle vyslovuje se o ní takto**): „Zjistiti principy geometrie jest ne méně obtížné než vyvozovati nejsložitější theorie. Tyto směřují více do výše, ony do hloubky; hloubka i výška jsou pak stejně neomezeny a temny.“ Jest pravda, že již před Hilbertem vykonáno bylo v tomto oboru mnoho pozoruhodného; Killing, Schur, Stolz, Pasch, Veronese a j. pracemi svými v posledním desítiletí velice

*) Francouzský překlad tohoto spisu od L. Laugela uveřejněn byl v 37. díle (roč. 1900) „Annales scientifiques de l'école normale supérieure“ (pag. 103—209.); též anglický překlad vyšel nedávno od E. J. Townsenda.

**) „Zur Theorie der Ebene“ v 45. svazku Crelleova Journalu.

přispěli k tomu, aby mohla býti vyšetřena soustava axiomů si neodporujících, jež by tvořila bezpečný základ geometrie. Hilbert přivedl tyto práce k jakémusi zakončení; na soustavě axiomů, již sestavil v kap. I. svého pojednání, může býti založena geometrie, v níž není ani žádných vnitřních nesrovnalostí, ani nějakých nejasností nebo docela nesprávností. Všech těchto axiomů jest dvacet; rozvrženy jsou případně v pět skupin. Vzhledem k důležitosti věci budiž nížepsanému dovoleno, uvésti je na tomto místě úplně.

V první skupině nalézáme axiomy, týkající se *spojování* prvků geometrických; jsouť tyto:

I. 1. *Dva body A a B, jež se nesjednocují, určují vždy přímku $AB = a$.*

I. 2. *Přímka jest dokonale určena kterýmikoli dvěma body svými; t. j. je-li $AB = a$ a $AC = a$ a nestotožňují-li se body B a C, jest též $BC = a$.*

I. 3. *Tři body A, B, C, jež neleží na téže přímce, určují vždy rovinu $ABC = \alpha$.*

I. 4. *Rovina jest dokonale určena kterýmikoli třemi body svými, jež neleží na téže přímce.*

I. 5. *Leží-li dva body A, B přímky a v rovině α, leží každý bod této přímky v α.*

I. 6. *Mají-li dvě roviny α, β společný jeden bod A, mají nejméně ještě jeden bod B společný.*

I. 7. *Na každé přímce jsou nejméně dva body, v každé rovině jsou nejméně tři body neležící na jedné přímce, a v prostoru jsou nejméně čtyři body neležící v jedné rovině.*

Skupinu druhou tvoří axiomy, jimiž se definuje pojem „mezi"; jsou to axiomy, které M. Pasch ve svém díle „Vorlesungen über neuere Geometrie" zevrubně vyšetřuje. Hilbert nazývá je axiomy *přiřaďování*; sem patří:

II. 1. *Leží-li ze tří bodů A, B, C nějaké přímky bod B mezi A a C, leží B též mezi C a A.*

II. 2. *Jsou-li A a C dva body přímky, leží vždy nejméně jeden bod B této přímky mezi A a C; též jest nejméně jeden bod D tak položen, že C leží mezi A a D.*

II. 3. *Ze tří libovolných bodů nějaké přímky leží vždy jeden mezi oběma ostatními.*

II. 4. *Libovolné čtyři body A, B, C. D přímky lze vždy seřaditi, že leží jednak B mezi A a C a též mezi A a D, jednak C mezi A a D a též mezi B a D.*

II. 5. *Buďtež A, B, C tři body, neležící v téže přímce, a a přímka v rovině ABC, která neprobíhá žádným z bodů A, B, C; prochází-li přímka a bodem, položeným uvnitř úsečky AB, prochází vždy buď bodem úsečky BC nebo bodem úsečky AC.*

Ve skupině III. uveden jest jen jeden axiom; jest to známý *Eukleidův* axiom o rovnoběžkách, totiž: *V rovině α lze vždy vésti bodem A, mimo přímku a ležícím, přímku, jež neseče přímky a; taková přímka (rovnoběžka k a) jest jen jediná a mimo ni neseče přímky a žádná jiná přímka.*

Z toho jest vidno, že se Hilbert omezuje ve svém pojednání na geometrii Eukleidovskou a vylučuje ze svých úvah geometrie, založené buď na axiomu: „Daným bodem nelze vésti k přímce žádné rovnoběžky“ (Riemann), neb na axiomu: „Daným bodem lze vésti k přímce nesčíslně mnoho rovnoběžek“ (Lobačevský).

Skupinu IV. tvoří šest axiomů, zvaných axiomy *shodnosti*; jsouť tyto:

IV. 1. *Buďtež A a B dva body přímky a, dále A' bod téže přímky neb jiné přímky a', jejíž jedna strana od A' jest dána; i můžeme vždy nalézti jeden a jen jeden bod B' přímky a', položený na dané straně její tak, že úsečka AB (neb BA) jest shodna s úsečkou $A'B'$ ($AB \equiv A'B'$).*

IV. 2. *Je-li úsečka AB shodna s úsečkou $A'B'$ i s úsečkou $A''B''$, jest též $A'B'$ shodna s $A''B''$.*

IV. 3. *Buďtež AB a BC dvě úsečky přímky a, jež nemají žádného bodu společného (kromě B), dále $A'B'$ a $B'C'$ dvě úsečky téže přímky neb jiné přímky a', nemající též společného bodu; je-li $AB \equiv A'B'$ a $BC \equiv B'C'$, jest též $AC \equiv A'C'$.*

IV. 4. *Buďtež dány: úhel (h, k) v rovině α, přímka a' roviny α' a určitá strana této roviny vzhledem k a'. Je-li h' polopaprsek přímky a', vycházející z bodu O', lze vždy nalézti v rovině α' jeden a jen jeden polopaprsek k', v témž bodě počínající, tak že úhel (h, k) [neb (k, h)] jest shodný s úhlem (h', k'), při čemž všechny vnitřní body úhlu (h', k') leží na dané straně od a' [$\sphericalangle (h, k) \equiv \sphericalangle (h' k')$].*

IV. 5. *Je-li úhel (h, k) shodný jak s úhlem (h', k'), tak s úhlem (h'', k''), jest též úhel (h', k') shodný s úhlem (h'', k'').*

IV. 6. *Platí li pro dva trojúhelníky ABC a $A'B'C'$ tyto shodnosti: $AB \equiv A'B'$, $AC \equiv A'C'$, $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle B'A'C'$, jest též $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle A'B'C'$ a $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle A'C'B'$.*

Ve skupině V. obsažen jest jen jediný axiom; jest to důležitý axiom *nepřetržitosti*, též *Archimedovým**) zvaný, který Hilbert vyslovuje takto:

Buď A_1 libovolný bod přímky, položený mezi dvěma body

---

*) Ve spise: „De sphaera et cylindro“ uvádí totiž Archimedes tento axiom: Připojíme-li rozdíl dvou nestejných čar, ploch nebo těles k sobě několikráte, stává se konečně větší než kterákoli ze srovnaných veličin. — O. Stolz byl asi první, který upozornil na význam tohoto axiomu ve článku: „Zur Geometrie der Alten, insbesondere über ein Axiom des Archimedes.“ Mathem. Annalen XXII. Band.

A a B; sestrojme body A_2, A_3, A_4, ... tak, aby A_1 byl mezi A a A_2, A_2 mezi A_1 a A_3, A_3 mezi A_2 a A_4 atd. a aby úsečky AA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ... se sobě rovnaly: i lze vždy nalézti v řadě bodů A_2, A_3, A_4,... bod A_n, který má takovou polohu, že leží B mezi A a A_n.

Přehlédneme-li všechny tyto axiomy, shledáváme, že některé z nich se týkají útvarů rovinných (I 1—2, II, III, IV, V), jiné útvarů prostorových (I 3—7); ony můžeme vhodně nazvati axiomy *rovinnými*, tyto axiomy *prostorovými*..

K těmto 20ti axiomům připojen jest ve zmíněném francouzském překladě Hilbertova pojednání ještě jeden, který, ač není ryze geometrický, přece zasluhuje zvláštního povšimnutí; jest to axiom: *Jest nemožno, připojiti k soustavě bodů, přímek a rovin jiné prvky, aby soustava takto rozšířená tvořila novou geometrii, ve které by všechny axiomy skupin I—V byly platnými.*

V kap. II. dokazuje Hilbert nejprve, že tyto skupiny axiomů si v ničem neodporují, t. j. že není možno, odvoditi z nich logickými úsudky faktum, jež by odporovalo těmto axiomům. Za tou příčinou sestavuje souhrn Ω algebraických čísel reálných, které obdržíme, vycházíme-li od jednotky a vykonáme-li konečný počet čtyř základních výkonů početních: sečítání, odečítání, násobení a dělení, pak pátého výkonu $\sqrt{1+\omega^2}$ (značí-li ω číslo, jež těmito pěti výkony již vzniklo); každou dvojici (x, y) této mnohosti dán buď bod v rovině, poměrem tří čísel $(u:v:w)$, z nichž u a v se současně nerovnají nulle, přímka v rovině, rovnicí $ux + vy + w = 0$ buď pak vyjádřeno, že bod (x, y) leží na přímce $(u:v:w)$. Připojíme-li k tomu ještě některé podmínky, aby bylo vyhověno II. skupině axiomů a předpokládáme-li, že se přenášení úseček a úhlů děje dle známých method analytické geometrie, můžeme na těchto základech zbudovati geometrii, v níž jest vyhověno všem axiomům I—V; každou nesrovnalost v důsledcích z těchto axiomů poznali bychom ihned v arithmetice mnohosti Ω. A poněvadž není žádných neshod v této arithmetice, neodporují si též axiomy I—V. Sluší poznamenati, že ve mnohosti Ω nejsou obsažena všechna čísla reálná; ale i tenkráte, volíme-li místo Ω souhrn všech čísel reálných, obdržíme geometrii, v níž všechny axiomy I—V jsou platnými.

Axiomy I—V jsou též na sobě nezávislými, t. j. žádný z nich nelze vyvoditi logickými úsudky z ostatních. Tuto nezávislost axiomů dokazuje Hilbert týmž způsobem, kterým dokázal, že axiomy si neodporují; vyšetřuje totiž, zdali není možna geometrie, zbudovaná na všech axiomech, vyjma jeden. Je-li pak oprávněna geometrie, v níž neplatí tento axiom, jest tím nezávislost jeho na ostatních axiomech odůvodněna. Buď zde zvláště vytčeno, jak Hilbert dokazuje nezávislost axiomu

Archimedova. Za tím účelem sestrojuje mnohost $\Omega(t)$ všech algebraických funkcí reální proměnné t, jež z ní vznikají čtyřmi základními výkony početními: sečítáním, odečítáním, násobením a dělením, pak pátým výkonem $\sqrt{1+\omega^2}$ (značí-li ω funkci, která těmito výkony již vznikla). Libovolná funkce c této mnohosti rovná se nulle jen pro konečný počet hodnot proměnné t; pro dosti velké positivní hodnoty t stává se funkce ta buď stále positivní nebo stále negativní. Tyto funkce pokládejme za jakýsi druh čísel komplexních, pro něž platí obyčejná pravidla početní. Buďtež dále a a b dvě taková čísla; i jest $a > b$ neb $a < b$ dle toho, je-li rozdíl $c = a - b$ jako funkce t pro dosti velké hodnoty této proměnné stále positivní neb negativní. Je-li n libovolné číslo positivní, celé a racionální, platí pro obě čísla n a t oboru $\Omega(t)$ nerovnost $n < t$, neboť, máme-li rozdíl $n - t$ za funkci t, jest hodnota jeho pro dosti velké t stále negativní. Jinak řečeno: čísla 1 a t mnohosti $\Omega(t)$, obě větší než nulla, mají vlastnost, že libovolný násobek prvého jest vždy menší než číslo druhé.

Na komplexních číslech mnohosti $\Omega(t)$ založme pak geometrii právě tak, jako jsme výše zřídili geometrii na souhrnu čísel Ω: soustavou tří čísel (x, y, z) mnohosti $\Omega(t)$ dán buď bod, poměrem čtyř čísel $(u:v:w:r)$, z nichž u, v, w se současně nerovnají nulle, dána buď rovina, rovnice $ux + vy + wz + r = 0$ nechť nám vyjadřuje, že bod (x, y, z) leží v rovině $(u:v:w:r)$, konečně buď přímka souhrnem všech bodů společných dvěma rovinám. Tím vzniká geometrie, která není Archimedova; jestiť zbudována na všech axiomech vyjma V. axiom Archimedův. V té lze vnášeti délku 1 v libovolném počtu za sebou na úsečku t, aniž dospějeme konce této úsečky.

Kap. III. obsahuje nauku o úměrách.*) Jest zajímavo, že můžeme nauku tu odůvodniti, i když nepředpokládáme platnost axiomu Archimedova; jest jen třeba, zavésti do geometrie po-

---

*) V § 13., který jest předeslán nauce o úměrách, uvedeny jsou tyto vlastnosti soustavy čísel realných: 1. z čísel a a b vzniká „sečítáním“ určité číslo c; 2. $a + 0 = a$, $0 + a = a$; 3. jsou-li a a b daná čísla, jest jen jedno číslo x té vlastnosti, že $a + x = b$; 4. z čísel a a b vzniká též „násobením“ určité číslo c; 5. $a \cdot 1 = a$, $1 \cdot a = a$; 6. jsou-li a a b daná čísla, jest jen jedno číslo x, vyhovující podmínce $ax = b$; 7. $a + (b + c) = (a + b) + c$; 8. $a + b = b + a$; 9. $a(bc) = (ab)c$; 10. $a(b + c) = ab + ac$; 11. $(a + b)c = ac + bc$; 12. $ab = ba$; 13. ze dvou různých čísel a a b jest vždy jedno větší než druhé, $a > b$ a $b < a$; 14. je-li $a > b$ a $b > c$, jest též $a > c$; 15. je-li $a > b$, jest též $a + c > b + c$ a $c + a > c + b$; 16. je-li $a > b$ a $c > 0$, jest též $ac > bc$ a $ca > cb$; 17. věta *Archimedova*: jsou-li $a > 0$, $b > 0$ dvě libovolná čísla, jest vždy možno, položiti a tolikráte jako sčítanec, že součet $a + a + \ldots + a > b$. Soustava věcí, jíž příslušejí jen některé z těchto vlastností slove *komplexní soustavou číselnou*; každá soustava, v níž vyhověno jest větě (17), slove *soustavou Archimedovou*.

čítání úsečkami, jež lze v krátkosti naznačiti takto: Jsou-li A, B, C tři body přímky a leží-li B mezi A a C, jest úsečka $c = AC$ součtem obou úseček $a = AB$ a $b = BC$; součin dvou úseček a a b sestrojíme, vneseme-li na jedno rameno pravého úhlu od vrcholu délky 1 a b, na druhé rameno délku a a vedeme-li koncem úsečky b rovnoběžku ke spojnici koncových bodů úseček 1 a a. Tato rovnoběžka odetíná na druhém rameni úsečku $c = ab$. Aby se dokázalo, že součin ten jest kommutativní ($ab = ba$) a associativní $[a(bc) = (ab)c]$, jest výhodno, použiti věty Pascalovy, která pro vývody Hilbertovy má důležitost nemalou. Jest to vlastně jen zvláštní případ její; tvoří-li totiž kuželosečku dvě přímky se protínající, můžeme tuto větu vysloviti též takto: Buďtež A, B, C tři body jedné ze dvou přímek se protínajících, A', B', C' body druhé přímky, z nichž se žádný nestotožňuje s průsečíkem obou přímek; jsou-li body tyto tak položeny, že jest CB' rovnoběžno s BC' a CA' rovnoběžno s AC', jest též BA' rovnoběžno s AB'. Důkaz této věty, nespočívající na axiomu Archimedovu, podal již Schur v 51. svazku „Mathem. Annalen“*); Hilbert dokazuje ji dvojím způsobem. Na základě zavedeného počítání úsečkami lze dovoditi přesně Eukleidovu nauku o úměrných úsečkách, zvláště základní větu její: Odetínají-li dvě rovnoběžky na jednom z ramen úhlu úsečky a, b, na druhém úsečky a', b', platí úměra $a : b = a' : b'$.

V kap. IV. pojednává se o rovnosti ploch; i tu se předpokládá jen platnost axiomů rovinných I 1—2, II—IV, vyjma axiom Archimedův. Hilbert rozeznává mnohoúhelníky *plochou* rovné a mnohoúhelníky *obsahem* rovné: ony jsou mnohoúhelníky, jež lze rozložiti v konečný počet trojúhelníků, navzájem shodných; tyto jsou mnohoúhelníky, z nichž lze obdržeti připojením dvou mnohoúhelníků, plochou sobě rovných, nové dva mnohoúhelníky, které se též plochou sobě rovnají. Zakládajíce se na těchto definicích, musíme pozměniti některé věty, týkající se rovných útvarů; i pravíme nyní na př.:

Dva rovnoběžníky o stejné základně i výšce jsou obsahem rovny; trojúhelník jest plochou rovný rovnoběžníku o stejné základně a o poloviční výšce atd. Zvláště sluší vytknouti větu: Dva trojúhelníky o stejné základně a výšce jsou obsahem rovny. Aby se totiž dokázalo, že takové dva trojúhelníky jsou též plochou rovny, musí se předpokládati axiom Archimedův; v geometrii, která není Archimedova, jsou možny dva trojúhelníky o stejné základně a výšce, jež jsou sice obsahem rovny, ale nejsou plochou rovny. Zvláštní obtíž způsobuje důkaz věty: Mají-li dva trojúhelníky rovné obsahem stejné základny, mají i výšky stejné.

*) „Über den Fundamentalsatz der projectiven Geometrie“, pag. 401.

Eukleides, dokazuje v první knize svých „Základů“ tuto poučku, dovolává se věty: Celek jest větší než jeho část, čímž vlastně zavádí do geometrie nový axiom. Dle Hilberta může se tato poučka dokázati pomocí axiomů I 1—2, II—IV; zavedeme-li totiž pro míru obsahu trojúhelníka poloviční součin základny a výšky jeho a pro míru obsahu mnohoúhelníka součet obsahů všech trojúhelníků, v něž lze mnohoúhelník příčkami neb i jinými úsečkami rozložiti, poznáme, že obsahem rovné mnohoúhelníky mají stejné míry obsahů, a z této věty plyne uvedená poučka bezprostředně.*)

Pro další vývody Hilbertovy má nemalou důležitost věta Desarguesova: Jsou-li dva trojúhelníky v rovině tak položeny, že každé dvě příslušné strany jejich jsou rovnoběžny, probíhají buď spojnice příslušných vrcholů týmž bodem nebo jsou rovnoběžny (kap. V.). Jest známo, že lze dokázati tuto větu snadno na základě všech axiomů I—III (tedy axiomy prostorové v to počítaje), ale ona platí také v geometrii, založené na rovinných axiomech I 1—2, II—III a na všech axiomech shodnosti IV. Kdybychom však z těchto axiomů vypustili jediný axiom IV 6, nemůžeme odůvodniti věty Desarguesovy; jest totiž možna rovinná geometrie, spočívající na všech rovinných axiomech, vyjma IV6, v níž tato věta neplatí. Hilbert ukazuje v § 23., jak taková geometrie může býti sestrojena. Aby byl poznán úplně význam věty Desarguesovy, zavádí dále zvláštní počítání úsečkami, jemuž jsou základem axiomy rovinné I 1—2, II—III, jakož i věta Desarguesova. Všechny úsečky vnášejí se při tomto počítání na dvě pevné přímky od průsečíku jejich; sečítání úseček jest kommutativní ($a + b = b + a$) a associativní $[a + (b + c) = (a + b) + c]$, násobení jest associativní $[a(bc) = (ab)c]$ a distributivní $[a(b + c) = ab + ac,\ (a + b)c = ac + bc]$, není však kommutativní. Souhrn všech úseček takto vzniklých lze pokládati za soustavu komplexních čísel, kterou Hilbert nazývá číselnou soustavou Desarguesovou; pro čísla této soustavy jsou platnými všechna pravidla početní, na str. 151. pod čarou uvedená, vyjma kommutativní zákon při násobení (12) a větu Archimedovu (17). Na Desarguesově soustavě číselné může pak býti zbudována geometrie prostorová, v níž jest vyhověno všem axiomům I—III.

Jest tedy věta Desarguesova tím důležitá, že platnost její jest nutnou a postačující podmínkou, aby rovinná geometrie, založená na axiomech I 1—2 II—III, mohla býti pokládána za část prostorové geometrie, v níž platí všechny axiomy I—III.

---

*) V této kapitole obmezuje se Hilbert na nauku o obsahu rovinných útvarů; podobná vyšetřování, týkající se však útvarů prostorových, provedl M. Dehn ve článku: „Über den Rauminhalt“ (Mathem. Annalen, sv. 55., pag 465—478).

Lze tedy pro rovinnou geometrii větu Desarguesovu vhodně označiti jako „výsledek eliminace prostorových axiomů.“

Zcela jiný význam, než věta Desarguesova má pro vyšetřování základů geometrie věta Pascalova, k níž se Hilbert vrací v kap. VI. Tuto větu nelze totiž dokázati, vyloučíme-li axiom Archimedův; důkaz její podaří se jenom tenkráte, připustíme-li skupiny I, II, III a V (tedy všechny axiomy, vyjma axiomy shodnosti). Pravda tato souvisí s některými vztahy, jež se týkají početních pravidel a základních vět arithmetiky, jako jsou: V číselné soustavě Archimedově jest kommutativní zákon násobení nutným důsledkem ostatních zákonů početních, označených výše pod čarou číslicemi 1—11, 13—17; v soustavě, která není Archimedova, tomu tak není, t. j. jest možna soustava číselná, jíž přísluší sice vlastnosti 1—11, 13—16, v níž však neplatí zákon kommutativní (12). Takovou soustavu zřídíme si takto: Buď t libovolný parametr a T výraz tvaru $r_0 t^n + r_1 t^{n+1} + r_2 t^{n+2} + \ldots$ o konečném nebo nekonečném počtu členů, kde značí r_0 (jež se nerovná nulle), r_1, $r_2, \ldots$ jakákoli čísla racionální a n libovolné číslo celé $\gtreqless 0$. Dále buď s jiný parametr a S výraz $s^m T_0 + s^{m+1} T_1 + s^{m+2} T_2 + \ldots$, mající konečný nebo nekonečný počet členů; ve výraze tom jsou T_0 (jež se nerovná nulle), T_1 $T_2, \ldots$ libovolné výrazy tvaru T a m jakékoli číslo celé $\gtreqless 0$. Souhrn všech S pokládejme za komplexní soustavu číselnou Ω (s, t), při čemž ustanovme, že se počítá s parametry s a t dle pravidel 7—11, kdežto vzorec (12) nahradíme vzorcem $ts = -st$. Určíme-li ještě vhodně, která z čísel soustavy té jsou > 0 a která < 0 a kdy jest jedno číslo větší neb menší než druhé, dovodíme snadno, že tato čísla mají vlastnosti 1—11, 13—16, t. j. že soustava Ω (s, t) jest soustavou Desarguesovou. Geometrie, zbudovaná na této soustavě, není ani Pascalova, ani Archimedova.

V kap. poslední jedná se o geometrických konstrukcích; k vůli zjednodušení předpokládá se tu rovinná geometrie, která jest částí geometrie prostorové, založené na všech axiomech I—V. Opírajíce se o axiomy I, řešíme úlohu: 1 Sestrojiti spojnici dvou bodů a průsečík dvou přímek, které nejsou rovnoběžny; dle axiomu III jest možno provésti úlohu: 2. Daným bodem vésti k dané přímce rovnoběžku; na základě axiomů IV lze konečně řešiti úlohy: 3. Přenésti danou úsečku na danou přímku od bodu daného, 4. sestrojiti přímku, jež seče danou přímku v úhlu daném. K provedení úlohy první jest třeba pravítka, k provedení úlohy 2. nějakého přístroje, kterým se přenášejí délky. Pravítkem a tímto přístrojem můžeme sestrojiti všechny geometrické úlohy, k jichž řešení použijeme výhradně axiomů I—V; jiné úlohy jen tenkráte, jestliže, řešíce je methodou analytickou, můžeme vyjádřiti souřadnice hledaných bodů takovými funkcemi souřadnic bodů daných, jichž nabýváme jenom racionálnými výkony početními a vypočítáváním druhé odmocniny ze součtu dvou čtverců. Z této věty poznáváme ihned, že nemůžeme každou úlohu, k jejímuž sestrojení užíváme kružítka, provésti též pravítkem a zmíněným přístrojem k přenášení délek; aby to bylo možno, musí býti splněna ještě tato podmínka: Úloha musí míti právě 2^n reálných řešení (a to pro všechny polohy daných bodů), znamená-li n nejmenší počet druhých odmocnin, jež postačují k výpočtu souřadnic hledaných bodů.

K francouzskému překladu Hilbertova pojednání připojena jest závěrečná poznámka, v níž spisovatel upozorňuje na článek M. Dehna v 53. díle Mathem. Annalen: „Die Legendre'schen Sätze über die Winkelsumme im Dreieck"; článek ten obsahuje úvahu o známých větách Legendreových: 1. V trojúhelníku součet vnitřních úhlů nemůže býti větší než dva pravé; 2. je-li v jednom trojúhelníku součet vnitřních úhlů roven dvěma pravým, rovná se tento součet v každém trojúhelníku dvěma pravým. Vyšetřování Dehnovo zakládá se na skupinách axiomů I, II a IV; vyloučen jest tedy axiom o rovnoběžkách a axiom Archimedův. Dehn dospívá pak k výsledku, že věty Legendreovy nejsou zcela správnými; druhá z nich má zníti takto: Je-li v jednom trojúhelníku součet vnitřních úhlů $\gtreqless 2R$, platí tato nerovnost (neb rovnice) v každém trojúhelníku. Pozoruhodné jsou též tyto dvě věty Dehnovy: Předpokládáme-li, že lze vésti daným bodem k dané přímce nesčíslné množství rovnoběžek a vyloučíme-li axiom Archimedův, nemůže býti součet vnitřních úhlů v trojúhelníku menší než dva pravé. Předpokládáme-li však, že nelze vésti daným bodem k dané přímce žádné rovnoběžky, musí býti součet úhlů v trojúhelníku větší než dva pravé.

Z výsledků úvah Dehnových jde, že jsou celkem možny tyto geometrie:

1. Geometrie Riemannova (elliptická), dle níž nelze vésti daným bodem žádné rovnoběžky k dané přímce; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku jest tu větší než 2R.

2. Geometrie, která není Legendreova (ani Archimedova), dle níž lze vésti daným bodem k dané přímce nesčíslné množství rovnoběžek; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku jest tu též větší než 2R.

3. Geometrie Eukleidovská (parabolická), dle níž lze vésti daným bodem k dané přímce jednu rovnoběžku; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku rovná se tu 2R.

4. Geometrie semieuklidovská (která též není Archimedova), dle níž lze vésti daným bodem k dané přímce nesčíslné množství rovnoběžek; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku rovná se též 2R.

5. Geometrie Lobačevského (hyperbolická), dle níž lze vésti daným bodem k dané přímce nesčíslné množství rovnoběžek; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku jest v této geometrii menší než 2R.

Všem, kdož se zajímají o problemy, jež se vztahují ku základům geometrie, buď znamenité pojednání Hilbertovo nejvřeleji doporučeno. Prof. *Ant. Libický.*

O magnetismu a elektřině. *Jednoduché výklady pokusné zjevů magnetických a elektrických.* Napsal Ph. dr. *Vlad. Novák*, 2 díly 167 + 246 str. (Česká knihovna zábavy a poučení čís. 11.). J. Otto, Praha. Rok neudán.

Myšlénka podávati studující mládeži do ruky spisy vážného obsahu, z nichž by mohla snadno rozšířiti obor svých vědomostí, jest hodna všeho uznání. Zvláště přírodní vědy a jejich užití praktické jsou té povahy, že na mysl mladou musí mocně působiti. Mimo učebnici školskou má studující zřídka příležitost dostati do ruky přístupně psanou knihu, která by ho poutala a která by mu více řekla než výklad školní může. Spolek professorů středních škol učinil pokus v této příčině; nám jest projeviti mínění, jak se podařil. Volba sama jest velmi případná. Málo který obor poskytuje tolik zajímavé látky, která s denní zkušeností přichází ve styk. Podrobnější znalost úkazů elektrických vyžadujeme nyní u každého inteligenta vzhledem k stále rostoucímu vývoji elektrotechniky. Arciť populární výklady nejsou úkolem snadným. V jiných zemích — Anglii na př. — touto úlohou leckdy zabývají se mužové vědeckého jména nejzvučnějšího. Při dokonalé znalosti věci samé předpokládá se tu vhodná volba formy a jednoduché podání, které i při výkladu složitých úkazů — a právě nejzajímavější novinky nejsou často nejjednodušší — ukazuje na mistra.

Přítomný spis možno po této stránce nazvati zdařilým pokusem. Na 400 stránkách vykládají se nejdůležitější a nejzajímavější poznatky z oboru velmi obsažného. Výběr přizpůsoben byl v celku látce, která probírá se na středních našich školách. V tom smyslu jest kniha vhodným doplňkem ke stručné učebnici. Zdá se nám, že stalo se tak leckde v míře přílišné. Mnohé partie mohly býti snadno opomenuty — na př. o atmosférické elektřině, o „kontaktní“ elektřině atd. V mezích knihy nelze tak snadno podati názory nejnovější — namnoze neustálené.

Za to schvalujeme úplně, že věnována pozornost zejména, úkazům základním už z toho důvodu, že v mnohých publikacích populárních setkáváme se právě zde s chybami velmi povážlivými. Sloh jest vesměs jasný a srozumitelný, postup správný. Základy zákonů opírají se o pokusy názorné a celkem jednoduché, ač leckde jeví se nesouměrnost. Výklad o galvanometrech na př. jest proti jiným prakticky důležitým strojům příliš široký. Zde by neškodilo podati základní myšlénky sestrojení na př. ampermetrů a voltmetrů a pod. Za to v jiných oborech věnována příslušná pozornost praxi. Jmenujeme tu na př. telegrafii, a poučný výklad dynamoelektrických generátorů a motorů. Také novějším pracím o vlnách elektrických popřáno místa, ač popis pokusů příslušných uveden poněkud stručně.

Přistupujíce k jednotlivostem dovolíme si pronésti některé své názory. Je samozřejmo, že úlohu předloženou řeší každý dle své individuality — a také zde omezíme se jen na to, co a jak podáno v přítomném spise.

Nesouměrností zdá se nám býti, že v některých partiích mathematika vystupuje příliš do popředí. Týká se to předem rozměrů jednotek, které pro populární spis nemají palčivého významu. Nelze ovšem upříti, že studentovi, který knížky auktorovy použije k doplnění výkladů školních, stálé uvádění rozměru a původu jednotek jest velice na prospěch. Některé úvahy mathematické — časté v galvanismu — mohly snadno býti vypuštěny. Na př. zavedení susceptibility a permeability pag. 78—79 II. není nijak nutné, zvláště, ponévadž širší výklad o proměnnosti těchto veličin a jich praktický význam není podán. Kondensátory lze dobře vyložiti ze stanoviska energie a omeziti se pro počátek na kondensator ze dvou soustředných koulí. Určená energie při výboji (pag. 159 I.) platí jen tehdy, přejdou-li dvě jednotky absol. elektr. množství. Vzhledem ke kruhu čtenářstva, jemuž spisek psán, bylo by lépe okolnost tuto zvláště připomenouti. Pokus pag. 163 I. nepodává důkazu o elektrifikaci vzduchu, ale jen o potenciálu na místě hrotu.

Nauka o kontaktní elektřině z populárního spisu mohla snadno býti vyloučena. Patrně ponechána jen pro přechod ke galvan. článkům. Nedosti důrazně jest tu však poukázáno na to, že energie elektrická nepovstává *přímo* z energie chemické. Je celá spousta chemických reakcí a to bouřlivých — na př. neutralisace kyselin a zásad — a přeci nevzniká energie elektrická. Je arciť souvislost jistá mezi energií elektrickou a chemickou, ale bližší výklad o tom, které jsou *podmínky*, aby přeměna nastala, nelze snadno podati v knížce populární. Že Helmholtzova theorie Daniellova článku — náhodou jen v řídkých případech platná — neuspokojí, poznati ze článku Daniellova, kde kyselina nahradí se roztokem $ZnSO_4$. Zde role „generativné“

elektrody *Zn* není dle uvedeného názoru jasná. Chemické rovnice při theorii článků a rozkladech elektrolytů mohly býti vynechány.

Uvedené výtky jsou ovšem náhledy kritikovy a nedotýkají se věcného obsahu spisku, celkem pak mizí v úhrnném dojmu knihy, jež svou látkou, způsobem spracování a výkladem, jakož i zdařilou snahou učiniti předmět svůj poutavým a zajímavým plného uznání zasluhuje.

Veliká péče věnována části pokusné. Mnoho pokusů popsáno tak, že čtenář zaujatý sám snadno si je může opakovati a to prostředky jednoduchými. Mnohé z těchto pokusů budou vítány i učitelům středoškolským. Výkresy, většinou schematické, jsou ozdobou knihy svým správným a názorným provedením.

Použití spisu umožňuje index věcný — vzácnost v našich publikacích toho druhu. Také životopisná data pod čarou vtroušená při veškeré stručnosti dodávají výkladu zajímavého pozadí.

V celku lze zdařilý tento spis doporučiti zvláště mládeži studující, pro niž jest psán v první řadě. Bylo by si přáti, aby řada dalších publikací podobného druhu trochu jiné zájmy a jiný druh myšlení přinesla v duševní dílny naší mládeže. Potřebujeme toho v konkurenci kulturní s jinými národy nezbytně.

Dr. B. Mašek.

Sbírka úloh z algebry pro vyšší třídy středních škol. Sestavili *Frant. Hromádko* a *Alois Strnad. Vydání šesté*, dle nových osnov upravené. V Praze. Nákladem Jednoty českých mathematiků. 1902.

V roce 1876 vyšlo první vydání této „Sbírky", která od těch dob na středních školách českých jakožto nutná pomůcka algebraického vyučování místo sobě vydobyla a podnes uhájila. V nové dosti značně změněné podobě vyšla ve vydání šestém, které jest předmětem této zprávy. Naznačíme krátce změny, jimiž vydání toto liší se od vydání pátého.

Co se *obsahu* týče, uveden jest v souhlas s novými osnovami pro gymnasia i pro realky. Vynechány tudíž všechny oddíly, kterým dle nových norem se nevyučuje, zejména soustavy číselné, zlomky řetězové, neurčité rovnice druhého stupně, Moivreova poučka a j. Z nauky o determinantech ponecháno jen to, co v rámec nynějších osnov se hodilo, a zařaděno za nauku o řešení soustavy lineárních rovnic. Na místo částí vynechaných vloženy do Sbírky nové odstavce tyto: § 1. Základní pojmy (10 úloh), § 19. Výrazy mezné a neurčité (44 úlohy), některé pak z odstavců dřívějších rozděleny za příčinou přehlednosti ve dva, tak že nově vznikly §§ 4., 9., 12., 20., 37. Tím stalo se, že nové vydání má 59 paragrafů, kdežto v 5. vydání bylo jich 54.

Pořádek učiva v této cvičebnici tak jest zařízen, aby se jí mohlo užíti v gymnasiích i realkách; spořádána jest se zřetelem k Soldátově Algebře jejíž příslušné odstavce vydání pro realky i pro gymnasia jsou citovány v čele každého odstavce Sbírky. Osnově gymnasijní přizpůsobuje se kniha tím, že dříve jedná o úměrách než o rovnicích, nauka o logarithmech následuje hned po odmocninách; osnově realní vyhovuje tím, že o desetinných zlomcích jedná hned po zlomcích obecných a neurčité rovnice 1. stupně klade před nauku o mocninách.

Téměř všechny oddíly Sbírky byly značně rozmnoženy a rozšířeny; tak oddíl prvý rozhojněn o 231 úloh, druhý o 440, třetí o 350, čtvrtý o 474, pátý o 22; z šestého oddílu vyřaděno 187 úloh. Celkem má vydání šesté 5500 úloh, kdežto v pátém bylo jich 4180.

Úplně přepracovány byly § 24. a 25. o rovnicích prvního stupně; úlohy byly nejen co do počtu rozmnoženy, ale též zcela nově spořádány. Některé úlohy ze Sbírky vymýtěny a jinými vhodnějšími nahraženy.

Úprava knihy jest velmi úhledná i přehledná. Ač objem její vzrostl o 20 stran, ponechal výbor Jednoty cenu nezměněnu.

Vykonala-li dřívější vydání této Sbírky úkol svůj s největším prospěchem, pak jest zajisté toto vydání, dokonalejší předešlých, důstojnou jich náhradou všem, kdož této knihy při svém učitelském působení užívají. *Augustin Pánek.*

Geometrie pro vyšší školy realné. Sepsal *Alois Strnad. Vydání třetí* dle nových osnov upravené a úlohami ku cvičení rozmnožené. Díl I. Planimetrie pro V. třídu. V Praze. Nakladatel F. Kytka, knihkupec. 1902.

První vydání této učebnice vyšlo r. 1893, druhé r. 1898 a došly na realkách českých hojného rozšíření. Uznáváno zajisté, že důkladná geometrie Jandečkova, které po čtvrt století na středních školách našich s prospěchem užíváno, ani formálně ani věcně nesouhlasí již zcela s vědeckým pokrokem nauky a s novými osnovami učebnými. Byla proto kniha sepsaná ředitelem Strnadem hned v prvním vydání svém příznivě přijata odborníky školskými a došla též schválení úředního.

Nové vydání, o kterém stručně chceme referovati, liší se značně od vydání dřívějších. Kniha v úpravě své dosavadní obsahovala všechno geometrické učivo vyšších tříd realných v jediném svazku; nyní rozhodnul se autor rozděliti ji na tři svazky, každý pro jednu třídu. Dosud vyšel svazek první, obsahující Planimetrii pro V. třídu realnou.

Co se věcné stránky vlastního *učiva* týče, shledáváme v knize změny, které v zájmu methodického a systematického postupu schvalovati můžeme. Tak na př. vzdálenost bodu od přímky a vzdálenost dvou rovnoběžek přeloženy z nauky o trojúhelníku do nauky o rovnoběžkách; o úhlech obvodových jedná se hned v první části nauky o kružnici; o úplných úhelnících promluveno až ku konci výkladů o mnohoúhelnících. Oddíl zvláštní o útvarech kružnici vepsaných a opsaných zrušen a jednotlivé odstavce jeho zařaděny na místa příhodná, čímž docíleno přehlednosti i stručnosti. Rovněž samostatný oddíl „zvláštní výsledky podobnosti“ rozdělen vhodně a přidělen k odstavcům příbuzným (§ 47., 48.).

V přesném souhlasu s osnovou učebnou připojen ku konci nový oddíl „Užití algebry v geometrii“ (12 stran); za to vynechány z učiva vlastnosti přímky Eulerovy, užití zlomků řetězových a t. d.

Hlavní však podstatná a prospěšná změna, kterou nové vydání od dřívějších se liší, jest zařadění četných a dobře volených úloh za každým odstavcem. Tím stala se tato *učebnice* zároveň *cvičebnicí* geometrickou; vloženo do ní více než 1000 úloh, které z rozsahu knihy (192 stran) zaujímají téměř dvě pětiny (75 stran). Úlohy tištěny písmem menším než vlastní text, ale zřetelně a uspořádaně, tak že zevnější úpravy knihy jen s chválou připomenouti můžeme. I lze předložené knize vydati svědectví, že jest dokonalou jak po stránce věcné, tak i formálné, čehož ostatně zárukou nejjistější jest zvučné a po vlastech našich velmi dobře známé jméno páně autorovo.

Těšíce se na brzké vyjití II. a III. dílu Strnadovy Geometrie pro školy realné, přejeme, aby v novém vydání svém došla uznání a úspěchu, jakého plnou měrou zasluhuje.

Augustin Pánek.