Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 45 (1916), No. 2-3, 315--320

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108960

Úlohy.

a) Z deskriptivní geometrie.

1.

Danou kuželosečkou proložiti rotační plochu kuželovou
a) *jdoucí daným bodem,*
b) *dotýkající se přímky dané.* Dr. *Josef Klíma.*

2.

Sestrojiti rotační hyperboloid, dán-li svým středem, povrchovou přímkou a podmínkami, že jednu danou rovinu protíná v parabole a druhou v rovnoosé hyperbole.

Dr. *Josef Klíma.*

3.

Plocha kulová dána dvěma různoběžnými tečnami a dvěma tečnými rovinami; sestrojiti ji. Dr. *Josef Klíma.*

4.

Rotační kuželová plocha dána osou a dvěma tečnami.

Dr. *Josef Klíma.*

5.

Užitím paral. stínu vrženého plochy kulové sestrojiti ellipsu danou ohniskem, délkou vedlejší osy a dvěma body.

Dr. *Josef Klíma.*

6.

Sestrojiti jest plochu kulovou, procházející daným bodem a dotýkající se daných dvou ploch kulových, tak aby úsečka spojující body dotyčné měla danou délku. *Fr. Mádle.*

7.

Určete řídící kružnici rotační plochy kuželové o středu S, *jestliže a*) *oblina prochází body* A, B *a dotýká se přímky* m, *b*) *oblina prochází bodem* A *a dotýká se přímek* m *a* n.

Prof. *Jiří Archleb.*

c) Z fysiky.*)

1.

Na drsném stole se nachází řada stejných peněz poloměrů r a hmoty m, jichž středy leží na přímce a ve stejné vzájemné vzdálenosti $2r + d$. Vyšineme-li prvý rychlostí V tak, aby narazil přímo na druhý, jaký bude výsledný pohyb? Co se stane, bylo-li $d = 0$? Kučera.

2.

Na ledovou hladinu dopadají kroupy ve směru o 30° odchýleném od svislice, a odskakují v úhlu 60°. Předpokládáme-li led absolutně hladký, jak veliký jest koefficient restituční? Odskočí-li kroupy do výše 60 cm, s jakou rychlostí dopadly na led? Do jaké výše odskočí, když byly podruhé na led dopadly? Kučera.

3.

Na vodorovnou půdu pustíme pružnou kouli. Jaký jest koefficient restituce, vyskočila-li po druhém nárazu do výše poloviční než byla výška, s níž jsme ji pustili? Kučera.

4.

Projektil narazil na drsnou stěnu v dopadovém úhlu 45°. Je-li odrazový úhel stejně veliký, dokažte, že koefficient tření μ jest

$$\mu = \frac{1 - k}{1 + k},$$

kde k jest koefficient restituční. Kučera.

5.

Projektil vystřelený ze vzdálenosti a dopadne na tvrdou vertikální stěnu kolmo a odrazí se. V jaké horizontální vzdálenosti od stěny spadne do téže horizontální roviny, z níž byl vystřelen? (Zanedbejte odpor vzduchu!) Koefficient restituce je k. Kučera.

---

*) V úlohách se předpokládá, že řešitel prostudoval článek prof. Kučery „O rázu těles" v tomto čísle uveřejněný.

6.

Koule hmoty m_1 *srazí se s druhou hmoty* m_2 *a jejich dráhy po kollisi stojí na sobě kolmo. Dokažte, že* $m_1 = k m_2$, *jsou-li koule dokonale hladké.* Kučera.

7.

Dvě billardové koule stojí v klidu u sebe a třetí stejná narazí na obě současně. Tato třetí po kollisi zůstane v klidu. Dokažte, že koefficient restituce $k = \frac{2}{3}$. Kučera.

8.

Částici vrhneme z některého bodu absolutně hladké horizontální roviny rychlostí V *za elevace* α. *Ukažte, že její celková doba letu je*

$$\frac{2V \sin \alpha}{g(1-k)}$$

a její celkový doběh .

$$\frac{V^2 \sin 2\alpha}{g(1-k)}.$$

Kučera.

9.

Hráč stojí v horizontální vzdálenosti d *od vertikální stěny a vyhodí pod úhlem* α *(k horizontále) míč směrem ku stěně. Ukažte, že má-li se míč po odrazu k němu vrátiti, musí býti hozen rychlostí* V *danou vztahem*

$$V^2 = \frac{(1+k)\, gd}{2k \cos \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)},$$

kde k *a* μ *jsou koefficienty restituce a tření. Diskutujte případy* 1. $k = 0$, 2. $\mu = \operatorname{tang} \alpha$, 3. $\mu > \operatorname{tang} \alpha$. Kučera.

10.

Při zatloukání nepružného kůlu hmoty m *vertikálně do země beranem hmoty* M *dopadajícím s výše* h *cm pozorujeme,* *že po každém nárazu pošine se kůl o a cm. Ukažte, že by kůl vnikal pomalu do země, kdyby na něm trvale spočívala hmota*

$$M + \frac{M^2 h}{(M + m) a}.$$

Kučera.

11.

S věže výšky h pustíme kouli a současně vyhodíme jí vstříc z horizontální roviny rychlostí $\sqrt{2gh}$ *kouli zcela podobnou, která na kouli padající přímo narazí. Jak vysoko vyskočí odražená koule po novém dopadu na horizontální rovinu, je-li koefficient restituce roven k?*

Kučera.

12.

Na hladké rovině leží dvě stejné hladké koule o středech A a B tak, že se navzájem dotýkají. Na kouli A narazí třetí stejná koule C, takže spojnice středů CA tvoří s AB tupý úhel $\sphericalangle\, CAB = \pi - \delta$. *Dokažte, že je-li*

$$\sin \delta > \frac{1 - k}{1 + k}.$$

se dostane koule A do pohybu ve směru, který tvoří s AB úhel φ *daný vztahem*

$$\tan \varphi = \frac{2 \tan \delta}{1 - k},$$

kde k je koefficient restituce.

Kučera.

13.

Od paty pevné nakloněné roviny (úhel ϑ*) hodíme rychlostí V částici ve směru. který s horizontálou tvoří úhel* $\alpha < \vartheta$. *Najděte podmínku, aby mohla částice naraziti na nakloněnou rovinu n-kráte, při čemž n-tý dopad má býti na nakl. rovinu kolmý. Koefficient restituce je k.*

Kučera.

14.

Hladká koule hmoty m_1 *spočívá na hladké rovině a jest přivázána napiatou nepružnou nití délky l k některému z jejích bodů. Na kouli tu narazí přímo jiná hmoty* m_2 *a rychlosti V,* *kteráž tvoří s nití ostrý úhel α. Najděte rychlost, s níž se počne prvá koule pohybovati.*

Kučera.

15.

Dvě stejné hmotné částice A a B jsou spojeny nehmotnou tyčí délky a + b a k bodu P tyče ve vzdálenosti a od A, b od B jest přivázána neprodlužitelná nit, ku které na druhém konci jest přivázána třetí částice C, stejně veliká s A a B. Vymrštíme částici C rychlostí V kolmou na směru tyče AB. Jaká bude rychlost částice C v tom okamžiku, když se nit právě úplně napiala?

Kučera.

Vypsání cen za řešení úloh.

Jako v letech minulých budou i letos udíleny *studujícím středních škol,* kteří jsou odběrateli „Časopisu" nebo „Přílohy", ceny za správná řešení úloh v „Příloze". Ceny jsou tyto:

A) **Z mathematiky**:

1. Ceny první.

Studnička, Uvod do analytické geometrie v rovině (Sborník J. Č. M. a F. č. VII.)
Pánek, Dr. Frant. Jos. Studnička. Nástin jeho života a činnosti.
Pokorný, Důchod invalidní.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 39.

2. Ceny druhé.

Řehořovský, Základové vyšší algebry. Díl I. (Theorie souměrných funkcí kořenů.)
Studnička, Výklady o funkcích monoperiodických neboli o nižších funkcích transcendentních.
Petr-Sobotka, O životě a činnosti Edvarda Weyra.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 39.

3. Ceny třetí.

Studnička, Základové nauky o číslech.
Pecl, Applikace Newton-Puiseux ovy methody v geometrii.
Šolín, Počátkové arithmografie.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 39.

Mimo to obdrží několik nejlepších řešitelů spis:
Servít, Eukleidovy základy.

B) **Z deskriptivní geometrie**:

Jarolímek, Deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. Díl I., II., III.
Jarolímek, Deskriptivní geometrie v úlohách.
Machovec, Zobrazování tečen a středů křivosti křivek.

C) **Z fysiky**:

Za nejlepší řešení všech úloh fysikálních bude jako cena udělen spis:
Strouhal, Thermika (Sborník J. Č. M. a F. č. XI.).

Kromě toho budou řešitelům uděleny ceny:
Briot-Pšenička, Mechanická theorie tepla.
Čubr, O měření země
Seydler, Izák Newton a jeho principia.

Řešení úloh.

Řešení úloh buďte zaslána do 15. dubna 1916 na adresu: S. doc. Dr. K. Rychlík, v Praze-II., Mikulandská 3.

Pp. řešitelé se žádají, aby řešení každé úlohy bylo napsáno zvlášť na jednu nebo několik čtvrtek papíru obyčejného formátu. V čele každého řešení budiž uvedeno číslo úlohy (tekst úlohy není nutno psáti), jméno řešitele a ústavu, na němž studuje. Řešení buďtež seřazena podle čísel, a jsou-li zasílána v obalu menšího formátu než čtvrtkového, jako celek složena. Zároveň uveďte pp. řešitelé při poslední zásilce na zvláštním lístku papíru seznam všech řešení, která vůbec zaslali.

Mimo to jest nutno, aby pp. řešitelé uvedli *přesnou adresu svou*, by mohly býti ceny správně rozeslány.
