Vincenc Nechvíle
Hypothesa hvězdných proudů a hypothesa elipsoidální

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 1-2, 74--77

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108919

Hypothesa hvězdných proudů a hypothesa elipsoidální.

Napsal dr. *V. Nechvíle.*

Uvažujeme-li, podle teorie prof. S. A. Eddingtona,[1]) systém n hvězd, mající translační rychlost v_0 ve směru Θ_0, nazveme-li dále u, v složky relativních rychlostí, jež se řídí zákonem Maxwellovým, pak počet hvězd, jichž pohyby jsou v intervalu $u, u+du$ a $v, v+dv$ jest dán výrazem

$$\frac{n}{\pi} h^2 e^{-h^2(u^2+v^2)} dv\, du;$$

promítneme-li pohyby na libovolnou rovinu a označíme-li r a Θ výslednici a směr pohybu pro kteroukoliv hvězdu, jest počet hvězd $\varrho(\Theta)$, jichž zdánlivý pohyb padá do segmentu Θ, $\Theta+d\Theta$ dán (viz na př. S. A. Eddington Stellar Movements and the Structure of Universe) integrálem

$$\varrho(\Theta)\, d\Theta = \frac{n}{\pi} h^2 d\Theta \int_0^\infty e^{-h^{22}(r+v_0-2rv_0\cos(\Theta-\Theta_0))}\, r dr, \tag{1}$$

kde h jest určitá konstanta, vázaná se střední hodnotou rychlostí relativních w relací $w = 1 : h\sqrt{2}$. Jestliže se kombinují v některé krajině oblohy dva proudy hvězd o počtu elementů n_1 a n_2, o translačních rychlostech v_1 a v_2 ve směrech Θ_1 a Θ_2, jest počet hvězd, jichž zdánlivý pohyb padá do segmentů Θ, $\Theta+d\Theta$, dán součtem integrálů

$$\begin{aligned}\varrho(\Theta)\, d\Theta = {} & \frac{n_1}{\pi} h_1^2\, d\Theta \int_0^\infty e^{-h_1^2(r^2+v_1^2-2rv_1\cos(\Theta-\Theta_1))} r dr + \\ & + \frac{n_2}{\pi} h_2^2\, d\Theta \int_0^\infty e^{-h_2^2(r^2+v_2^2-2rv_2\cos(\Theta-\Theta_2))} r dr.\end{aligned} \tag{2}$$

Na základě úvah Eddingtonových vyslovil K. Schwarzschild r. 1907 (Sitzungsberichte der Akad. der Wissensch. zu Göttingen)

---

[1]) *A. S. Edington,* The Systematic Motions of the Stars (Monthly Notices vol. 67 p. 34).

unitární hypothesu hvězdných pohybů, zvanou elipsoidalní; sférický zákon Maxwellův nahradil zákonem typu elipsoidalního

$$\frac{nkh}{\pi} e^{-k^2u^2 - h^2v^2} du dv$$

a translaci systémů hvězdných nahradil translačním pohybem našeho systému slunečního. Označíme-li u_0 a v_0 složky pohybu slunečního, r a Θ směr a výslednici kterékoliv hvězdy v průmětu na libovolnou rovinu, pak počet hvězd, jichž směr spadá do segmentu Θ, $\Theta + d\Theta$, jest dán výrazem

$$\varrho(\Theta) d\Theta = \frac{nkh}{\pi} d\Theta \int_0^\infty e^{-k^2(r\cos\Theta - u_0)^2 - h^2(r\sin\Theta - v_0)^2} r dr. \tag{3}$$

Integrací od 0 do 2π podle proměnné Θ dostáváme v Eddingtonově teorii pro jednoduchý proud uzavřené křivky, jichž tvar, závisící na hodnotě poměru v_0/w, mění se spojitě od formy přibližně kruhové do prodloužené formy ovoidální; pro dva proudy frekvenční křivka je výsledkem prosté superposice. Schwarzschildova teorie elipsoidalní vede naproti tomu ke křivkám jediného typu, ovoidu kombinovaného s elipsou.

Při analysi pohybů hvězd 10té až 16té velikosti určených ve 22 úsecích oblohy dospěl jsem (viz Publications de l'observatoire de Prague No 4, 1927 aneb Bulletin Astronomique fasc. 3, 1927, Paris) ve 22 případech ke křivkám odpovídajícím Eddingtonově hypothesi dvou proudů sférických; ve 13 případech frekvenční křivky odpovídaly stejně dobře hypothesi elipsoidalní, kdežto v 9 případech byly v nesouhlase s touto poslední.

Ježto vlastní pohyby hvězd mohl jsem určiti toliko tehdy, když výslednice r přesahovala určitou dolní mez ε, není výsledek tento definitivní. Žádná z obou hypothes nepřipouští však přímou aplikaci dolní meze ε známé toliko v míře obloukové. Generalisaci formulí (2) a (3), lze přesto nalézti následující úvahou, a ovšem jedině zavedením další hypothesy.

Dolní limitě ε, jež v úlohové míře obnáší 0·02″ za hvězdný rok (pro má pozorování), odpovídá v každé třídě hvězdné velikosti m_k určitá dolní mez skutečné rychlosti ε_{m_k}, již můžeme vypočísti na příklad podle hypothetické parallaxy příslušné dané hvězdné velikosti. Předpokládáme-li takto ε_{m_k} jako hodnoty známé, dostaneme pro hypothesu dvou proudů generalisovanou formuli (2)

$$\begin{aligned}\varrho(\Theta) d\Theta = \frac{n_1}{\pi} h_1^2 d\Theta \int_0^\infty e^{-h_1^2(r^2 + v_1^2 - 2rv_1\cos(\Theta - \Theta_1))} r dr + \\ + \frac{n_2}{\pi} h_2^2 d\Theta \int_0^\infty e^{-h_2^2(r^2 + v_2^2 - 2rv_2\cos(\Theta - \Theta_2))} r dr\end{aligned} \tag{4}$$

$$-\frac{h_1^2}{\pi} d\Theta \sum_{k=1}^{k} \nu_{1,k} \int_0^{\varepsilon m_k} e^{-h_1^2 (r^2 + v_1^2 - 2rv_1 \cos(\Theta - \Theta_1))} r dr$$

$$-\frac{h_2^2}{\pi} d\Theta \sum_{k=1}^{k} \nu_{2,k} \int_0^{\varepsilon m_k} e^{-h_2^2 (r^2 + v_2^2 - 2rv_2 \cos(\Theta - \Theta_2))} r dr,$$

kdež jsme položili $n_1 = \sum_k \nu_{1,k}$ a $n_2 = \sum_k \nu_{2,k}$. Analogickou úvahou dostaneme pro hypothesu elipsoidalní

$$\begin{aligned} \varrho(\Theta) d\Theta = \frac{nkh}{\pi} d\Theta \int_0^{\infty} e^{-k^2 (u \cos \Theta - u_0)^2 - h^2 (u \sin \Theta - v_0)^2} r dr \\ - \frac{kh}{\pi} d\Theta \sum_{k=1}^{k} \nu_k \int_0^{\varepsilon m_k} e^{-k^2 (u \cos \Theta - u_0)^2 - h^2 (v \sin \Theta - v_0)^2} r dr, \end{aligned} \tag{5}$$

kdež $n = \sum_1^k \nu_k$.

Zavedením nových neodvisle proměnných

$$x_1 = h_1 r - \tau_1 \qquad \tau_1 = h_1 v_1 \cos(\Theta - \Theta_1),$$
$$x_2 = h_2 r - \tau_2 \qquad \tau_2 = h_2 v_2 \cos(\Theta - \Theta_2),$$

redukuje se výraz (4) platný pro teorii dvou proudů sférických na

$$\begin{aligned} \varrho(\Theta) d\Theta = \frac{n_1}{\pi} e^{-h_1^2 v_1^2} d\Theta \left(\frac{1}{2} + \tau_1 e^{\tau_1^2} \int_{-\tau_1}^{\infty} e^{-x^2} dx\right) + \\ + \frac{n_2}{\pi} e^{-h_2^2 v_2^2} d\Theta \left(\frac{1}{2} + \tau_2 e^{\tau_2^2} \int_{-\tau_2}^{\infty} e^{-x^2} dx\right) \\ - \frac{1}{\pi} e^{-h_1^2 v_1^2} d\Theta \sum_{j=1}^{k} \nu_{1,k} \int_{-\tau_1}^{\varepsilon m_k} e^{-x^2} (x + \tau_1) dx \\ - \frac{1}{2} e^{-h_2^2 v_2^2} d\Theta \sum_{k=1}^{k} \nu_{2,k} \int_{-\tau_2}^{\varepsilon m_k} e^{-x^2} (x + \tau_2) dx. \end{aligned} \tag{6}$$

Pro hypothesu elipsoidalní dostaneme zavedením $x = r\sqrt{p} - \eta$ a pomocí rovnic

$$p^2 = k^2 \cos^2 \Theta + h^2 \sin^2 \Theta,$$

$$\eta \sqrt{p} = u_0 k^2 \cos\Theta + v_0 h^2 \sin\Theta$$

výraz stejného analytického složení, až na faktor $1/p$, jako rovnice (6), totiž

$$\varrho(\Theta)\, d\Theta = \frac{n}{\pi} e^{-k^2 u_0^2 - h^2 v_0^2} d\Theta \frac{1}{p} \left(\frac{1}{2} + \eta e^{\eta^2} \int_{-\eta}^{\infty} e^{-x^2} dx \right) -$$

$$- \frac{1}{\pi} e^{-k^2 u_0^2 - h^2 v_0^2} d\Theta \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{k} v_k \int_{-\eta}^{\varepsilon_{mk} - \eta} e^{-x^2} (x + \eta)\, dx. \tag{7}$$

Výpočet integrálů v (6) a (7) obsažených nespokytuje obtíží, jakmile jsme stanovili hodnoty ε_{mk}, ježto část formulí je přímo tabulována. Výrazy, k nimž jsme dospěli, podávají zevšeobecnění formulí Eddingtonovy a Schwarzschildovy a ukáží pravděpodobně hypothesu elipsoidalní jako rovnocennou.

*

Sur l'hypothèse de deux courants stellaires et l'hypothèse ellipsoïdale.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur indique les formules connues pour les courbes de fréquence des mouvements propres des étoiles suivant l'hypothèse des deux courants sphériques de S. A. Eddington (2) et suivant l'hypothèse ellipsoidale de K. Schwarzschild (3) et indique le résultat de comparaison de ses observations (publiées dans le Bulletin Astronomique 1927 fasc. 3 et dans les Publications de l'Observatoire de Prague, No 4.) avec ces deux hypothèses.