Zdeněk Chládek

Některé metrické konstrukce středů křivosti kuželoseček daných osami

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 56 (1927), No. 1, 36--38

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108875`

Některé metrické konstrukce středů křivosti kuželoseček daných osami.

Zdeněk Chládek.

Promítneme-li z pevného bodu P koncové body úseček vytnutých dvěma pevnými tečnami kuželosečky na pohyblivé její tečně do libovolné přímky p, dostáváme na této přímce průmětné řady soumístné, jichž body samodružné odpovídají tečnám procházejícím bodem P. Leží-li tento bod na tečně kuželosečky rovnoběžné s přímkou p, padne jeden samodružný bod do úběžného bodu této přímky; řady vzniklé na přímce jsou podobné. Jestliže bod P se ztotožní s bodem dotyku tečny rovnoběžné s přímkou p, oba samodružné body splynou s úběžným bodem této přímky a vznikající řady budou shodné. Jinými slovy: úseky pohyblivé tečny kuželosečky, vytknuté dvěma pevnými jejími tečnami, promítají se z bodu kuželosečky do přímky rovnoběžné s jeho tečnou úsečkami stejné délky.

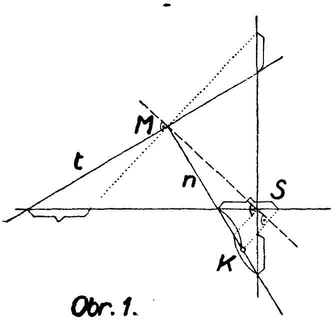
Podle mého vědomí nebylo tohoto elementárního poznatku dosud použito ke konstrukci středů křivosti u kuželoseček a proto chci zde poukázati k některým jeho aplikacím na parabolu Steiner-Pelzovu, které vedou k nejjednodušším řešením úlohy vytčené.

Směr osy této paraboly je kolmý k průměru příslušnému bodu M na dané kuželosečce, jehož střed křivosti hledáme a vede k bodu, jehož tečnu, přímku úběžnou, lze považovati za rovnoběžnou se všemi tečnami paraboly, poněvadž směr osy je se všemi tečnami sdružen. Jako tečny pevné zvolíme si normálu uvažovaného bodu a hlavní osu dané kuželosečky. Tyto tečny vytínají na vedlejší ose a na tečně uvažovaného bodu dané kuželosečky, jakož i na soumezné normále úseky, jež se promítají ve směru osy paraboly Steiner-Pelzovy do každé její tečny úsečkami stejně dlouhými. Promítneme-li do normály n, vznikne známá konstrukce Geisenheimerova odvozovaná obyčejně jiným způsobem, které však nelze užíti, je-li daná kuželosečka parabolou. Tu je výhodno promítnouti do osy hlavní, což dává konstrukci užitelnou v každém případě. (Obr. 1.)

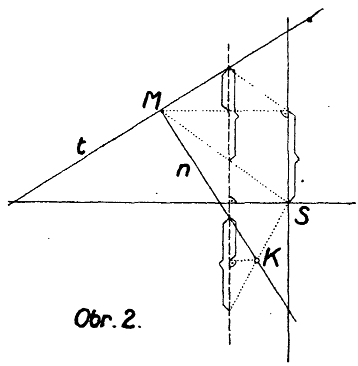
Parabola Steiner-Pelzova jistého bodu M na dané kuželosečce jest polárně sdružena s Apolloniovou hyperbolou příslušného středu křivosti vzhledem ke kuželosečce s danou konfokální, která bodem M prochází. Osám dané kuželosečky odpovídají v této polaritě úběžné body Apolloniovy hyperboly, normále dané kuželosečky odpovídá bod M a střed křivosti odpovídá tečně dané kuželosečky v bodě M, neboť střed křivosti jest pólem tečny dané kuželosečky vzhledem ke kuželosečce konfokální bodem M procházející.[1]) Úběžná tečna Steiner-Pelzovy paraboly konečně odpovídá středu dané kuželosečky, jímž, jak známo, každá Apolloniova hyperbola prochází.

Také pomocí této hyperboly, o níž v tomto zvláštním případě víme, že se dané kuželosečky v bodě M dotýká, lze dospěti ke konstrukcím středu křivosti.

Promítneme-li ze dvou bodů hyperboly její body do jedné z asymptot, dostáváme průmětné řady bodové soumístné, jež, majíce samodružné prvky v úběžném bodě asymptoty, jsou shodné,



Obr. 1.



Obr. 2.

což lze vyjádřiti větou: Pevný oblouk hyperboly promítá se ze všech jejích bodů do její asymptoty úsečkami stejné délky. Užitím této věty na naši hyperbolu Apolloniovu lze odvoditi další metrické konstrukce středu křivosti.

Promítneme-li z úběžného bodu Apolloniovy hyperboly ležícího na hlavní ose dané kuželosečky oblouk MS této hyperboly (obr. 2) do osy vedlejší, vznikne na ní úsečka stejně dlouhá s úsečkou vzniklou na asymptotě Apolloniovy hyperboly s touto osou rovnoběžnou promítnutím téhož oblouku z bodu M. Tím dána konstrukce této asymptoty posunutím řečené úsečky. Ale i promítnutím téhož oblouku z hledaného středu křivosti, jenž je bodem naší hyperboly, dostaneme na této asymptotě úsečku stejně dlouhou, naopak přenesením té úsečky hledaný střed křivosti K.

Konstrukci tu lze různými způsoby obměniti podle toho, který oblouk nebo z kterého bodu promítáme. Jedna taková obměna je znázorněna na obrázku. Zejména je výhodno promítnouti do druhé asymptoty při parabole, kde tato asymptota splývá s osou paraboly. Dostaneme tím způsobem opět konstrukci, kterou jsme shora uvedli jako obměnu konstrukce Geisenheimerovy.

*

[1]) J. Sobotka, litogr. přednášky z dif. geom.. I., str. 227.

Quelques constructions métriques des centres de courbure d'une conique dont les axes sont connues.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur déduit, à l'aide de la parabole de Steiner-Pelz, plusieurs constructions contenant comme cas particulier la construction bien connue de Geisenheimer. Puis, il démontre que l'hyperbole d'Apollonius du centre de courbure d'un point M de la conique en question est courbe polaire de la parabole mentionnée par rapport à la conique confocale à la conique en question et passant par le point M. Il déduit, ensuite, d'autres constructions à l'aide de cette hyperbole.