Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Josef A. Theurer

Thompsonovo odvození vzorců z geometrické optiky

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 20 (1891), No. 5, 251--264

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108857

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1891

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

K této práci čerpal jsem látku ve příčině geometrie trojúhelníka z pojednání „Premier inventaire de la géométrie du triangle“ od Em. Vigarié, z časopisu Mathesis a j., ve příčině bodů ostatních z jiných mnohých děl odborných.

Thompsonovo odvození vzorců z geometrické optiky.

Podává

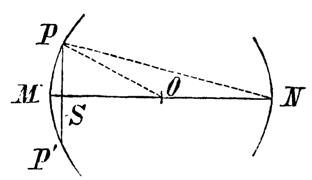
Dr. Jos. A. Theurer v Praze.

Ve 29. svazku sborníku „Philosophical Magazin“ odvozuje či vlastně formuluje Silv. Thompson vzorce pro lom a odraz světelných vln způsobem novým, elementarným, opírajícím se pouze o undulační theorii světla. Jest to výsledek pilné, pětileté práce, a proto výsledek jednoduchý a přehledný, jakož vůbec celý způsob odvození jest velmi instruktivní. Proto snad nebude od místa, o uvedené práci obšírněji se zmíniti.

V t. zv. geometrické optice užívá se obyčejně — a to zejména při výkladu elementarním — názvosloví i postupu theorie emissní, neboť hlavním pojmem základním jest *paprsek*, jenž se odráží, lomí atd. Se stanoviska theorie undulační jest hlavním základním pojmem, s nímž při šíření světla se stýkáme, pojem *vlnoplochy*, jejíž normalou (pro ústředí stejnorodá) jest paprsek. Šíří-li se světlo od bodu svítícího stejnorodým prostředím, jsou vlnoplochami jeho soustředné koule, jichž zakřivení ovšem s velikostí poloměru ubývá; pro nekonečně vzdálený zdroj světla promění se vlnoplochy v roviny k sobě rovnoběžné, čímž vzniká *vlna rovinná* oproti *vlně sferické* v prvním, obecném případě.

Dopadá-li sferická vlna na čočku neb na zrcadlo, jeví se (všeobecně, omezíme-li se na paprsky *optické ose* velmi blízké) působení přístrojů těchto tím, že se zakřivení dopadající vlny změní. Vlna, původně od svítícího bodu divergující, počne buď konvergovati k jistému bodu, jenž pak jest *realním obrazem* svítícího bodu, aneb zůstane sice divergujícím, avšak diverguje od jiného bodu — *od obrazu virtualního.* Podobně může se díti vlně již zprvu konvergující neb rovinné, tak že zkrátka lze říci, že (nepřihlíží-li se k dispersi světla) při elementarném studiu čoček a zrcadel stačí pozorovati a v počet uváděti pouze změnu zakřivení vlnoploch. Každou čočku neb zrcadlo charakterisuje pak ono zakřivení, jakého dozná *rovinná vlna dopadající* — zakřivení, jež budiž nazváno „*silou*“ neb „*lomivostí*“ čoček a „*silou*“ neb „*odrazivostí*“ zrcadel a jež ve velmi úzkém styku jest s „ohniskovou dálkou“.

Protože při tomto způsobu pojednávání o optických přístrojích jest hlavní důraz položen na zakřivení vlnoplochy, nutno stanoviti předem míru čili jednotku pro tuto veličinu. Dle Newtona jest měrou zakřivení zvratná hodnota „poloměru křivosti“, kterážto míra jest úplně přesna a jíž obecně lze užívati. Protože však problemy dioptrické a katoptrické, pokud se při nich paprsky lomené i odražené považují ještě za homocentrické, t. j. pokud se jedná pouze o paprsky centralné, připouštějí jistých zjednodušení, není také třeba pracovati s úplně přesnou měrou zakřivení a bude také dovoleno přestati na řešení pouze přibližném, bude-li poskytovati zvláštních výhod. Měrou takovou



Obr. 1.

pro zakřivení koulí jest výška kulového skrojku, omezeného při různých koulích kruhem konstantního poloměru. Budiž (obr. 1.) PMP′ průsek koule s rovinou nákresnou, lze psáti

$$\mathrm{MS} \,.\, \mathrm{SN} = \mathrm{PS}^2.$$

Protože pak PS má býti pro různé koule stejným, lze voliti PS za jednotku a proto jest

$$\mathrm{MS} = \frac{1}{\mathrm{SN}} = \frac{1}{2r - \mathrm{MS}}.$$

Přiblížení methody uvedené záleží v tom, že je-li poměr

r velmi velikým, lze MS proti $2r$ zanedbati, tak že jest přibližně

$$\mathrm{MS} = \frac{1}{2r}$$

Chyba, vzniklá tímto přiblížením, jest as 1%, měří-li úhel POM 10°; pro 15° jest as 2%, pro 25° as 5%; bude tedy chyba tato zejména pro čočky slabé, as téhož řádu jako pozorovací chyby při měřeních hrubšími methodami, jichž nyní se užívá.

Značnou výhodou, která z míry této hned na první pohled vyplývá, jest, že míru zakřivení *MS* lze přímo měřiti sferometrem (viz níže). Jednotkou zakřivení jest 1 dioptrie, t. j. ono zakřivení, jež má koule o poloměru 1 *m*; volba této jednotky přivádí theoretické vzorce v přímý souhlas s označením u praktických optiků nyní užívaným (od mezinárodního medic. kongressu v Brusselu r. 1875).

Dle hořejšího označení má tedy ona čočka jednotku lomivosti, jež způsobí, že dopadající rovinná vlna obdrží jednotku zakřivení.

Aby *označení* bylo co možno v souhlase s praktickými vzorci v optice užívanými, označuje se zakřivení vlny ve směru postupu vln divergující (tedy na př. od svítícího bodu neb virtualního obrazu se šířící) záporným, zakřivení vlny konvergující (na př. k realnímu obrazu směřující) kladným. Zakřivení sferické vlny od světelného zdroje vycházející a na čočku neb zrcadlo dopadající označíme písmenou A (analogicky ku obyčejnému označení pro vzdálenost předmětu a), podobně zakřivení vlny lomené neb odražené B (odpovídající vzdálenosti obrazu); kladné B značí obraz realní, záporné B virtualní. Zakřivení lomící plochy podobně jest označeno $\pm R$, „síla" čočky neb zrcadla pak písmenou F.

Velmi snadno lze si odvoditi velikosť zakřivení sférické vlnoplochy A', jež se nalézá o danou veličinu $\pm d$ od zdroje světelného v tomže prostředí dále, než daná jakási sferická vlnoplocha, jejíž zakřivení jest

$$\mathrm{A} = \frac{1}{r}.$$

Jest totiž, jak patrno

$$A' = \frac{1}{r \pm d}$$

a tudíž

$$A' = A \cdot \frac{1}{1 \pm Ad}, \qquad \text{(I)}$$

při čemž i význam znamének jest samozřejmý.

Zaveden-li místo „paprsku" pojem vlnoplochy, nutno též při lomu zavésti veličinu jinou, než jest index lomu; jest to poměr postupných rychlostí vlny v obou se dotýkajících prostředích. Poměr tento jest zvratnou hodnotou poměru absolutních indexů lomu:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Pro studium přístrojů dioptrických i zrcadel jest výhodno považovati první prostředí za vzduch, a proto lze zavésti relativní čísla; volí-li se postupná rychlosť vzduchem za jednotku, lze pak postupnou rychlosť jinými, hustšími prostředími, vyznačiti zlomkem, na př. pro vodu 0·75, v korunovém skle 0·65, ve skle flintovém 0·61—0·65 (pro světlo natriové). Tuto konstantu relativní nazývá Thompson „velocity-constant" a označíme ji písmenou v.

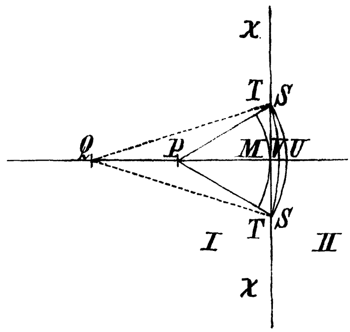
Nastoupí tedy místo obyčejně užívaného:

a (vzdálenosť předmětu) . . .	A (zakřivení dopadající vlny)
b („ obrazu)	B („ vystupující „)
r (poloměr lomící plochy) . .	R („ lomící plochy)
f (ohnisková dálka)	F (síla čočky neb zrcadla)
n (index lomu)	v (konstanta rychlosti).

Probereme postupně jednotlivé úlohy vyskytující se v dioptrice, potom teprvé katoptrické; při tom dopodrobna se zmíniti bude nutno pouze o některých případech, protože dle nich lze velmi snadno ostatní si odvoditi.

1. *Lom divergující vlny na rovné ploše lomící.* (Obr. 2.).

Vlna od P divergující dopadá na rozhraní XX dvou prostředí I. a II., z nichž I. budiž vzduch. Kdyby i prostředí II. mělo hustotu vzduchu, byla by vlnoplocha, jež v okamžiku, kdy vlna počíná vstupovati do prostředí II. jest TMT, naznačena obloukem SUS, míra zakřivení jejího tedy MU; protože však vlna od *M* postupovala v prostředí hustším, dostal se rozruch



Obr. 2.

místo do U pouze do V, takže lomená vlna jest sice také koulí *), ale zakřivení její jest menší, totiž MV; středem vlnoplochy SVS stal se následkem lomu bod Q.

Proto že jest $\frac{\mathrm{MU}}{\mathrm{MV}}$ poměr rychlosti ve vzduchu a v prostředí II., jest patrně

$$\mathrm{MV} = v \,.\, \mathrm{MU},$$

z čehož následuje, zavedeme-li označení

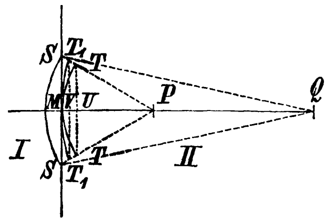
$$2\mathrm{MV} = \mathrm{B} \qquad 2\mathrm{MU} = \mathrm{A},$$
$$\mathrm{B} = v \,.\, \mathrm{A}$$

což jest identické se vzorcem pro lom, jak se obyčejnč píše.

2. *Lom konvergující vlny na rovné ploše.* (Obr. 3.) Vstupuje-li vlna konvergující k bodu P do prostředí hustšího II., tu postoupí místo do TT pouze do bodů $\mathrm{T_1 T_1}$, čímž, jak pa-

*) Lomené vlny nejsou vlastně, přesně vzato, koulemi, nýbrž rotačními hyperboloidy, kterážto okolnosť souvisí se známým faktem, že lomené paprsky nejsou homocentrické, nýbrž obalují plochu kaustickou. Ježto však při řešení, jakého vyžadují přístroje dioptrické a katoptrické, se béře zřetel pouze na centrální části vlnoplochy, kolmo dopadající na rozhraní, lze i lomené vlny přibližně za koule považovati. Téhož zjednodušení užívá se v dioptrice dosud též, neboť jinak nebylo by lze mluviti o obraze daného předmětu.

trno, nabude vlna menšího zakřivení, tak že konverguje k bodu Q. Jak snadno lze poznati, jest zase*)



Obr. 3.

$$MV = v \cdot MU$$

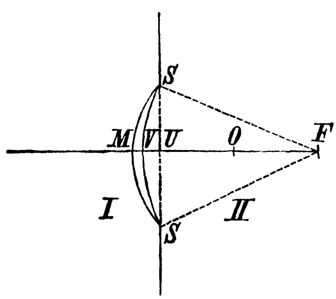
čili

$$B = v \cdot A.$$

Velmi snadnou úvahou lze odvoditi, že pro případ, kde I. prostředí jest hustší, druhé pak řídčí, platí pro vlny divergující i konvergující vzorec

$$B = \frac{1}{v} \cdot A.$$

3. *a*) *Lom rovinné vlny na sférické ploše konvexní.* (Obr. 4.). Při úloze této nutno míti na mysli, že zakřivení, jehož střed leží dle směru postupu vlny *za* plochou, počítá se kladně, leží-li *před* plochou, záporně.



Obr. 4.

*) Při odvození tom ovšem užíváme zjednodušení toho, že není třeba dbati rozdílu mezi TU a T_1V, kteréž mají býti stejny, má-li UM a VM býti měrou zakřivení.

Úvaha jest nyní úlohám předešlým velmi podobna. Kdežto by rovinná vlna, postupujíc prostředím I., dostala se do polohy SUS, nabude následkem opozdění, jehož dostane se jí v prostředí II., tvaru SVS, takže konverguje k „ohnisku" F, při čemž jest zase

$$\mathrm{VM} = v \,.\, \mathrm{UM}.$$

Ježto

$$\mathrm{VU} = \mathrm{MU} - \mathrm{MV},$$

obdržíme

$$\mathrm{VU} = \mathrm{MU}\,(1 - v),$$

čili, vrátíme-li se k označení nahoře uvedenému,

$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\,(1 - v).$$

Je-li I. ústředí hustší, II. pak vzduch, jest zase

$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\frac{v - 1}{v}.$$

3. *b) Lom vlny rovinné na sfer. ploše konkavní.*

Dle výkresu, jejž snadno sestrojiti, odvodí se postupem z předcházejícího již jasně vyplývajícím, vzorec

$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\,(1 - v),$$

kterýž platí zároveň pro případ, že vlna vystupuje do vzduchu z prostředí hustšího, třeba jen místo v psáti $\frac{1}{v}$

$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\frac{v - 1}{v}.$$

Pro případ, že prostředím řídčím není vzduch, ale nějaká látka jiná, obdržíme veškeré vzorce velmi snadno, píšíce místo v podíl $\frac{v_2}{v_1}$, při čemž význam indexů jest jasný.

Vzorce by zněly:

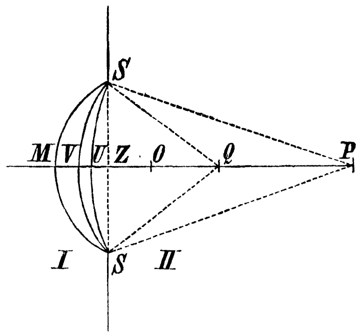
$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\,.\,\frac{v_1 - v_2}{v_1}$$

pro vstup do hustšího prostředí, pro vstup do řídčího pak

$$\mathrm{F} = \mathrm{R}\,.\,\frac{v_2 - v_1}{v_2}.$$

4. *Lom sferické vlny na sferické ploše.* (Obr. 5.)

Všecky sem spadající případy lze opětně velmi snadno na základě jediného probrati; z té příčiny lze se omeziti na



Obr. 5.

případ na př. konvergující sferické vlny o zakřivení A, dopadající na konvexní lomící plochu o zakřivení R. Tvar vlny SUS se opět změní v SVS a konverguje po lomu ku bodu Q.

Jest tu opět:

$$\mathrm{VM} = v\,.\,\mathrm{UM}.$$

Jak z výkresu patrno, jest

$$\begin{aligned} \mathrm{ZV} &= \mathrm{ZM} - \mathrm{VM} \\ &= \mathrm{ZM} - v\,.\,\mathrm{UM} \\ &= \mathrm{ZM} - v\,.\,(\mathrm{ZM} - \mathrm{ZU}), \end{aligned}$$

z čehož plyne, dosadíme-li nyní hodnoty příslušných zakřivení:

$$\mathrm{B} = \mathrm{R}\,(1 - v) + v\mathrm{A}.$$

Protože však lze psáti

$$\mathrm{R}\,(1 - v) = \mathrm{F},$$

obdržíme:

$$\mathrm{B} = v\mathrm{A} + \mathrm{F},$$

což dává výsledek velmi důležitý a přehledný.

Zakřivení vlny lomené závisí totiž předně na zakřivení vlny dopadající, jež se změní následkem opozdění, určeného konstantou v; za druhé však závisí také zakřivení lomené vlny na „síle“ lomící plochy, t. j. na F, a vzorec uvedený praví, že tyto dva účinky lze superponovati, t. j. prostě algebraicky sčítati.

Pro případ dvou libovolných prostředí jest opět

$$B = \frac{v_2}{v_1} A + F.$$

5. Na základě uvedeném lze velmi snadno řešiti úlohu pro *lom čočkou* nekonečně tenkou. Dopadá-li na čočku takovou ku př. bikonvexní rovinná vlna, lomí se první plochou, a stane se konvergentní; vlna jest po lomu charakterisována zakřivením F_1; tato konvergující vlna vystupuje opět do vzduchu. Označíme-li „sílu“ druhé lomící plochy F_2, jest dle předešlého

$$F = \frac{1}{v} F_1 + F_2,$$

z čehož plyne, dosadíme-li za F_1 a F_2 hodnoty,

$$F_1 = R_1 (1 - v)$$
$$F_2 = - R_2 \frac{1-v}{v},$$

pro F hodnota:

$$F = (R_1 - R_2) \frac{1 - v}{v},$$

což souhlasí úplně se známým vzorcem

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)(n - 1).$$

Pro případ, že by světelné vlny z prostředí I. do čočky (II.) vstupující vystupovaly do prostředí III., obdržíme vzorec:

$$F = R_1 \frac{v_1 - v_2}{v_2} + R_2 \frac{v_3 - v_2}{v_3}.$$

Pro čočky konečné tloušťky d pozmění se výraz pro sílu čočky tím, že u vzorce pro F béře se ohled na to, že vlna, postupujíc od první ku druhé lomivé ploše, doznala změnu zakřivení dle vzorce I. Jest pak:

$$F = F_2 + \frac{1}{v} F_1 \frac{1}{1 + F_1 d},$$

čili dosadíme-li příslušné hodnoty:

$$F = \frac{1 - v}{v} \left[\frac{1}{1 + R_1 (1 - v) d} \cdot R_1 - R_2 \right].$$

Je-li uvedenými vzorci síla čočky dána veličinami R_1 R_2 v a po případě d, lze dle principu superposice křivostí pro jakoukoli vlnu sférickou, jež se zakřivením A dopadá, psáti zakřivení vlny lomené čočkou o síle F:

$$B = A + F,$$

kterážto rovnice úplně odpovídá známé rovnici

$$\frac{1}{b} = -\frac{1}{a} + \frac{1}{f}$$

(při čemž rozdíl znamének vysvětluje se růzností označení směru kladného v optických vzorcích dosud užívaných, kde dosud namnoze počítá se kladně směr před i za čočku).

Protože pojem zakřivení, zde zaváděný, jest poněkud nezvyklým, nebude zbytečno, uvésti jako příklad užití vzorců čočkových *diskussi* rovnice

$$B = F + A$$

pro čočku dvojvypouklou. Při čočce takové jest R_1 kladné, R_2 záporné, zní tedy vzorec pro F

$$F = (R_1 + R_2) \frac{1 - v}{v},$$

z čehož jest patrno, že jest F kladné, čočka tedy spojnou, protože lomená vlna odpovídající dopadající vlně rovinné konverguje k bodu za čočkou. Je-li předmět v jisté vzdálenosti před čočkou, jest vlna od něho na čočku dopadající divergentní, A tedy záporné, takže vzorec zní:

$$B = + F - A.$$

Je-li předmět v nekonečnu, dopadající vlna tedy rovinná, jest $A = 0$, a proto

$$B = F.$$

Blíží-li se předmět z nekonečna k čočce, roste zakřivení dopadající vlny A, rozdíl F — A čili zakřivení lomené vlny stává se tedy stále menším, což značí, že bod, k němuž lomená vlna konverguje, čili *obraz* onoho předmětu se od čočky vzdaluje. Dosáhne-li zakřivení dopadající vlny, stále rostouc, hodnoty $\frac{F}{2}$, bude

$$B = \frac{F}{2},$$

t. j. vlna bude míti po lomu totéž zakřivení, jako před lomem, čili obraz bude tak daleko za čočkou, jako byl předmět před čočkou.

Roste-li zakřivení A postupně, od $\frac{F}{2}$ počínajíc, až ku F, ubývá hodnoty B od $\frac{F}{2}$ až k nulle, t. j. obraz vzdaluje se až do nekonečna.

Roste-li A ještě přes hodnotu F, což odpovídá poloze předmětu mezi ohniskem a vrcholem čočky, stává se rozdíl F — A záporným, vlna lomená konverguje tedy k bodu před čočkou a dává obraz virtualný.

Při tom lze pozorovati, protože absolutní hodnota pro zakřivení jest rovna rozdílu (A — F), že zakřivení vlny lomené jest menší než zakřivení vlny dopadající, čili že obraz jest dále od čočky vzdálen než předmět.

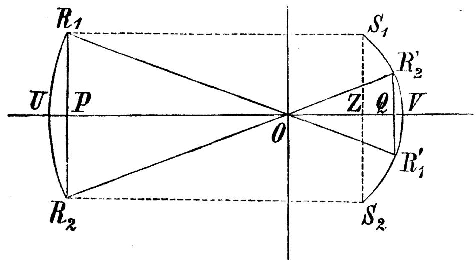
Aby diskusse vzorce čočkového byla úplna, nutno též se zmíniti, jak z uvedeného vzorce

$$B = F + A$$

lze vypočísti poměr velikosti předmětu a obrazu.

Pozorujme čočku nekonečně tenkou. Vlny od bodu P (obr. 6.) vycházející budou po lomu konvergovati k bodu Q, a podobně vlny od R_1R_2 vycházející — pokud RR samo bude malé — ku $R'_1R'_2$.

Velikosť předmětu v jisté vzdálenosti bude, jak z jednoduché úvahy plyne, úměrna veličině UP, t. j. rozdílu drah, jež urazí na střed čočky dopadajíce vlny od P a od bodů konečných R_1 a R_2. Podobně velikosť obrazu $R'_1R'_2$ bude úměrna veličině QV, a lze psáti:



Obr. 6.

$$\frac{R_1R_2}{R'_1R'_2} = \frac{UP}{QV}.$$

Jest však též, jak z obr. patrno:

$$\frac{\overline{R'_1R'_2}^2}{\overline{S_1S_2}^2} = \frac{QV}{ZV},$$

z čehož plyne, uvážíme-li, že $S_1S_2 = R_1R_2$, a že lze tedy místo UP psáti A, místo ZV pak B,

$$\frac{R'_1R'_2}{R_1R_2} = \frac{A}{B}.$$

Protože se při rovnici této jedná pouze o poměrnou velikosť obrazu a předmětu, jest důležitou vlastně hlavně absolutní hodnota tohoto zlomku; znaménko pak udává polohu obrazu; znaménko záporné značí obraz převrácený, kladné pak přímý.

Diskusse přímo udá ze vzorce:

$$\frac{\text{velikosť obrazu}}{\text{velikosť předmětu}} = \frac{A}{B} = \frac{A}{A+F},$$

protože A jest záporné, F pak kladné, že pokud jest

$$A < F,$$

t. j. pokud jest předmět za ohniskem, jest obraz obrácený, je-li $A > F$, totiž předmět mezi ohniskem a zrcadlem, obraz přímý.

Co se týče *velikosti* obrazu, jest patrno, že pro

$$A = -\frac{F}{2},$$

totiž pro předmět ve dvojnásobné vzdálenosti ohniska jest hodnota onoho zlomku rovna jedničce; je-li tedy (absolutně)

$$A < \frac{F}{2},$$

jest onen zlomek pravým, t. j. obraz zmenšen; pro $A > \frac{F}{2}$ obdržíme zlomek nepravý, t. j. obraz zvětšený. Že pro $A = 0$ jest hodnota zlomku nulla a pro $A = -F$ nekonečná, jest patrno.

Probravše podrobněji čočku dvojvypuklou nekonečně tenkou, obrátíme se ku soustavě dvou nekonečně tenkých čoček.

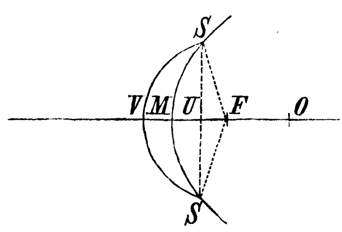
System dvou čoček o síle Φ_1 a Φ_2, jež jsou od sebe vzdáleny o délku d, řeší se rovněž jednoduše ze vzorce I.; system ten jest totiž aequivalentní čočce, mající sílu

$$F = \Phi_2 + \Phi_1 \frac{1}{1 + \Phi_1 d},$$

a tedy pro $d = 0$ plyne pro sílu čočky kombinované ze dvou, bezprostředně za sebou umístěných čoček, známá rovnice

$$F = \Phi_1 + \Phi_2.$$

6. Po tom, co uvedeno o užití nové methody, odvozovati a formulovati optické vzorce, snadno lze několika slovy pojednati o problemech o *odraze světla* jednajících.



Obr. 7.

Při odrazu sferické vlny na rovinném zrcadle jest z jednoduchého výkresu, který pro jeho jednoduchosť neuvádíme, patrno, že změna zakřivení jím způsobená týče se pouze označení křivosti. Jest totiž prostě

$$B = -A.$$

Dopadá-li *rovinná vlna na sferické zrcadlo*, lze z výkresu (obr. 7.) poznati, že rozruch místo aby od M šířil se do bodu U, postoupí zpět do bodu V o veličinu

$$MV = -MU.$$

Následkem toho jest

$$UV = 2\,MU,$$

a protože MU jest zároveň měrou křivosti zrcadla,

$$F = 2\,R,$$

čímž síla zrcadla jest určena.

F má totéž označení jako *R*, a vztah právě uvedený ukazuje tožnosť se vzorcem

$$f = \frac{r}{2}.$$

Pro jakoukoli sférickou vlnu se zakřivením *A* dopadající na sférické zrcadlo o zakřivení *R* plyne bezprostředně z principu superposice:

$$B = -A + F,$$

kteréžto rovnice obsahuje celé řešení problemů o odraze.

Ku konci podotýká Thompson, že hledě ku praktickému užití těchto nově formulovaných vzorců a ku významu dat, jež v té příčině sférometr přímo podává, sestrojil sférometr taký, aby údaje jeho udávaly zakřivení přímo v dioptriích, t. j. aby jedna otočka sférometru udávala zakřivení 1 dioptrie. Toho docílil tím, že konstruoval sférometr takový, který měl výšku závitu 1 *mm*, a jehož pevné hroty leží na kružnici o poloměru $r = 44{\cdot}7$ *mm*, kteréžto hodnota plyne z vyobrazení 1. pro PS, položíme-li MS = 1 *mm*, MO = 1000 *mm*, tedy SN = 1999 *mm*. Váha stroje toho jest pouze 78 *g*.