Vilém Baudys

O středu optickém a hlavních bodech čoček. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 5 (1876), No. 3, 113--128

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108850`

O středu optickém a hlavních bodech čoček.

Sepsal

prof. **V. Baudys** v Písku.

Středem optickým čoček jmenujeme ten bod, kterým když paprslek prochází, neodchyluje se od svého původního směru. Vzhledem těch bodů, kde paprslek do čočky vchází a z ní vychází, chová se čočka jako deska s rovnoběžnými stěnami, neboť tečné v těchto bodech jsou vespolek rovnoběžné.

Mysleme si dva kruhy, jež se protínají a přímka obojstředná budiž jejich společnou osou.

Budiž rovnice kruhu prvního, platí-li střed jeho za počátek souřadnic pravoúhlých,

$$y^2 + x^2 = \varrho^2 \qquad (1)$$

a druhého (viz obr. 1.)

$$y^2 + (x - u)^2 = r^2 \qquad (2)$$

když u vzdálenost obou středů jest.

Zvolíme-li pak si na obvodu kruhu (1) nějaký bod M_1 jehož souřadnice jsou x_1 a y_1, náleží k němu na kruhu druhém bod M_2 (x_2, y_2), takže tečné obou těch bodů jsou rovnoběžné.

Podmínkou k tomu bude, aby směrnice $A_1 = A_2$, nebo poněvadž

$$A_1 = -\frac{x_1}{y_1},\ A_2 = -\frac{x_2 - u}{y_2},$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2 - u}{y_2}.$$

Mimo to musejí souřadnice tyto vyhověti rovnicím (1) a (2), tedy

$$x_1{}^2 + y_1{}^2 = \varrho^2,\ (x_2 - u)^2 + y_2{}^2 = r^2,$$

Z rovnice třetí následuje

$$y_2 = \frac{(x_2 - u)\, y_1}{x_1},$$

kterážto hodnota dosazená do rovnice (2) dává

$$(x_2 - u)^2 + (x_2 - u)^2 \frac{y_1{}^2}{x_1{}^2} = r^2,$$

nebo po náležité redukci

$$(x_2-u)^2 = \frac{r^2}{\varrho^2} x_1^2, \quad x_2-u = \pm \frac{r}{\varrho} x_1$$

tedy

$$x_2 = u \pm \frac{r}{\varrho} x_1 \quad \text{a} \quad y_2 = \pm \frac{r}{\varrho} y_1,$$

kdež dvoje znaménko udává, že jsou na druhém kruhu takové body dva, a sice M_2 a M'_2. My však berouce zřetel jen k bodu M_2 zvolíme znaménko —.

Otočením kolem osy vznikne nám čočka sférická, dvojvypuklá, avšak seznáme, že se vzorce zde nabyté hodí pro všecky druhy čoček.

Rovnice přímky, která prochází dvěma body M_1 a M_2, jest

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1);$$

dosadíme-li obdržené hodnoty, bude směrnice

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_1 + \frac{r}{\varrho} y_1}{x_1 - u + \frac{r}{\varrho} x_1} = \frac{y_1(\varrho + r)}{x_1(\varrho + r) - u\varrho},$$

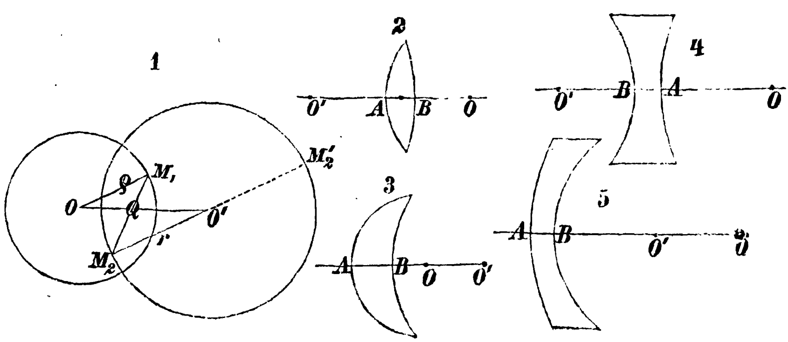
a to do rovnice přímky dosadíce nabudeme:

$$y - y_1 = \frac{y_1(\varrho + r)}{x_1(\varrho + r) - u\varrho}(x - x_1);$$

pro $y = 0$, dostaneme

$$x = OQ = \frac{u\varrho}{\varrho + r} \quad \text{(obr. 1.)}$$

Obr. 1—5.



jakožto vzdálenost optického středu od bodu O, aneb

$$O'Q = \frac{u\,r}{\varrho + r}$$

od bodu O'; jak patrno, jest tento bod nezávislý na x a y.

Je-li

$$OA = \varrho,\ AB = d,\ BO' = r,$$

máme vždycky

$$OO' = OA + AB + BO',$$

tedy při čočce *dvojvypuklé*

$$u = \varrho - d + r; \quad \text{(obr. 2.)};$$

pro *dutovypuklou* bude pak

$$u = \varrho - d - r; \quad \text{(obr. 3.)}$$

pro *dvojdutou*

$$u = \varrho + d + r; \quad \text{(obr. 4.)}$$

pro *vypuklodutou*

$$u = \varrho - d - r; \quad \text{(obr. 5.)}$$

při čemž u se béře absolutně.

Béřeme-li pak pro dutou plochu poloměr se znaménkem záporným, budeme míti pro všechny druhy čoček rovnici

$$u = \varrho - d + r,$$

při čemž zůstávají pro r a ϱ znaménka neurčitá.

K témuž výsledku můžeme též dospěti jednoduchou úvahou geometrickou:

Pomníme-li, že poloměry v bodech dotýčných na tečnách kolmo stojí, a že tyto tečny bodů M_1 a M_2 jsou vespolek rovnoběžné, nahlédneme snadno, že poloměry tyto jsou mezi sebou rovnoběžné a optický střed pak jest bodem podobnosti obou kruhů, buď vnitřním neb vnějším.

Rovněž sestrojíme snadno, vedouce dva poloměry rovnoběžné a spojíme body jich konečné. Přímka spojovací protne nám osu v bodu Q (obr. 1.) a pak máme z trojúhelníků podobných

$$\triangle\, OM_1Q \sim O'M_2Q.$$

$$OQ : QO' = \varrho : r, \quad OQ : OQ + QO' = \varrho : \varrho + r$$

čili $OQ = \dfrac{u\,\varrho}{\varrho + r}$, jako nahoře.

Pro vzdálenosti optického středu od vrcholů čočky obdržíme

$$AQ = OA - OQ = r - \frac{ur}{\varrho + r} = \frac{dr}{\varrho + r},$$

když místo u píšeme $\varrho - d + r$

$$BQ = O'B - O'Q = \varrho - \frac{u\varrho}{\varrho + r} = \frac{d\varrho}{\varrho + r},$$

z čehož opět $AQ : BQ = r : \varrho$, jak patrno již z toho, že bod Q jest bodem podobnosti.

Pro čočku dvojvypuklou jsou r a ϱ kladné, kdyby ku př. $r = \varrho$, bude

$$AQ = BQ = \frac{d}{2};$$

pro ploskovypuklou klademe $\varrho = \infty$ a proto $AQ = 0$, to jest optický střed padne do vrcholu křivé plochy; pro dutovypuklou jest ϱ záporné a větší než r, tedy

$$AQ = \frac{dr}{r - \varrho} = -\frac{dr}{\varrho - r}$$

to jest: optický střed leží mimo čočku na straně většího zakřivení. Kdyby tu bylo $\varrho = 2r$, bude

$$AQ = -d.$$

Pro dvojdutou čočku máme ϱ i r záporné, tudíž opět

$$AQ = \frac{dr}{\varrho + r}$$

a optický střed leží opět uvnitř čočky; pro $\varrho = r$ jest Q u prostřed.

Pro ploskodutou jest r záporné a $\varrho = \infty$ tedy $AQ = 0$; Q leží opět ve vrcholu zakřivené plochy.

Pro vypuklodutou jest ϱ záporné a menší než r a tedy

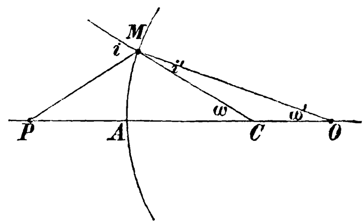
$$AQ = \frac{dr}{r - \varrho}.$$

Optický střed leží tu opět do vnitř většího zakřivení a mimo čočku, na př. $r = 2\varrho$, $AQ = 2d$ od vrcholu A, nebo $BQ = -d$.

Optický střed jest v mnohem ohledu velmi důležitý; pomocí jeho dají se vyhledati a sestrojiti obrazy bodů, které nejsou v ose, když se, jak to po většině dovoleno, tlouštka čočky zanedbá.

Myslíme-li si kulovou plochu co rozhraní dvou prostředí nestejné hutnosti, nalezneme vztah mezi vzdáleností svítícího bodu v ose a jeho obrazem, jak známo:

Obr. 6.



Je-li P (obr. 6.) svítící bod, PM jeden paprslek dopadající na kulové rozhraní v úhlu i, kde $\frac{\sin i}{\sin i'} = n$ exponent lomu znamená, je-li dále C střed zakřivení a O obraz bodu P,

$$\begin{array}{l} PC : PM = \sin i : \sin \omega \\ CO : CM = \sin i' : \sin \omega' \\ \hline \frac{PC}{CO} : \frac{PM}{CM} = n : \frac{\sin \omega}{\sin \omega'}, \end{array}$$

jest pak

$$\frac{\sin \omega}{\sin \omega'} = \frac{MO}{CM}$$

a pro úhly ω a ω' dosti malé možná klásti $MO = AO$, $PM = PA$, a tu bude

$$\frac{PC}{CO} : \frac{PA}{CM} = n : \frac{AO}{CM} \quad \text{nebo} \quad \frac{CP}{CO} : \frac{AP}{AO} = n, \qquad \text{(I)}$$

což po spůsobu novější geometrie lze také takto psáti: $(CAPO) = n$, to jest: P a O jsou bodové přidružení vzhledem bodů A a C tak, že anharmonický dvojpoměr jejich rovná se exponentu lomu (viz také časopis českých mathematiků roč. I. seš. 2. 3. a 4.)

Rovnice (I) dá se jinak přispůsobiti, poznačíme-li $PA = a$, $AO = \alpha$, $AC = r$, bude

$$\frac{a + r}{a} : \frac{\alpha - r}{\alpha} = n$$

anebo

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha} = \frac{n-1}{r} \qquad (3)$$

Je-li prostředí přední hustší, musíme místo n klásti $\frac{1}{n} = n' < 1$, a tu bude

$$\frac{1}{a} + \frac{n'}{\alpha} = \frac{n'-1}{r} = -\frac{1-n'}{r} \qquad (4)$$

Z rovnice třetí dostaneme, rozřešíme-li podle α, majíce α za vzdálenost svítícího bodu, a pak za vzdálenost obrazu jeho, a píšíce také a místo α, a naopak, vztah mezi svítícím bodem a obrazem, když paprslek cestou opačnou na rozhraní dopadá:

$$\frac{n}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{r},$$

dělíme-li celou rovnici n píšíce $\frac{1}{n} = n'$

$$\frac{1}{a} + \frac{n'}{\alpha} = \frac{1-n'}{r}. \qquad (5)$$

Z rovnice (4) týmž spůsobem nabudeme

$$\frac{n'}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n'-1}{r}$$

nebo znásobíme-li n a $nn' = 1$

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha} = -\frac{n-1}{r}. \qquad (6)$$

Všechny čtyry rovnice jsou analogické, jenom že v těch případech (4), (5), kde přechází paprslek z hustšího do řidšího, máme exponent lomu $n' = \frac{1}{n}$.

Dále jest patrno, že v případech (3) a (6) výraz $\frac{n-1}{r}$ bude záporný, když rozhraní k bodu svítícímu obrací plochu dutou, naopak to jest ale v případech (4) a (5). Píšeme-li místo $\frac{n-1}{r} = \frac{1}{\varphi}$ a místo $\frac{1-n'}{r} = \frac{1}{\varphi'}$ můžeme psáti nechávajíce znaménko toho φ neurčité:

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha} = \frac{1}{\varphi} \qquad (7)$$

nebo

$$\frac{1}{a} + \frac{n'}{\alpha} = \frac{1}{\varphi'}, \qquad (8)$$

kdežto mezi φ a φ' vládne vztah

$$\varphi' = n\varphi \quad (9) \quad \text{anebo} \quad \varphi' - r = \varphi. \quad (10)$$

Z rovnice (7) vyplývá pro $a = \infty$

$$\frac{n}{\alpha} = \frac{1}{\varphi}, \quad \alpha = n\varphi = \varphi';$$

jest to vzdálenost obrazu pro případ ten, že paprsky dopadají na rozhraní ve směrech rovnoběžných a bod ten, v němž se paprsky po svém lomu na ose vesměs protínají ovšem jen tehdáž, když blízko osy dopadají, jmenuje se ohniskem; všeobecně bude ohnisko za rozhraním v těch případech, když jest φ kladné a paprsky protínají zde osu skutečně, a před rozhraním, čili na téže straně jako předmět, když φ je záporné, jako jest v rovnici (6), tu se pak nesbíhají paprsky skutečně, nýbrž jenom v prodloužení jejich; obraz je pouze geometrický nebo virtuelní.

Totéž platí pro rovnici (8)

$$a = \infty, \quad \frac{n'}{\alpha} = \frac{1}{\varphi'}, \quad \alpha = n'\varphi' = \varphi.$$

Poloha obrazu mění se s polohou svítícího bodu a sice: z rovnice (7) jde

$$\alpha = \frac{an\varphi}{a - \varphi} = \frac{\varphi'}{1 - \frac{\varphi}{a}}$$

pro $a = \varphi$, $\alpha = \infty$; měníme-li a od ∞ .... až do φ, zůstává α pořád kladné a mění se od φ až do ∞. Je-li $a < \varphi$, jest

$$\alpha = -\frac{\varphi'}{\frac{\varphi}{a} - 1},$$

to jest, obraz jest na téže straně co předmět a vzdálenost jeho mění se od $-\infty$ až na 0; v bodu A, kde jest $a = 0$, jest $\alpha = 0$, obraz a předmět se setkají na vrcholu.

Pro $a < 0$ dostanem

$$\alpha = \frac{\varphi'}{1 + \frac{\varphi}{a}}$$

to jest, když paprsky na čočku dopadají sbíhavě, takže by se proťaly teprv za rozhraním na ose ve vzdálenosti a, bude α pořád kladným; pro $a = -\infty$ jest

$$\alpha = n\varphi = \varphi'$$

a co a od $-\infty$ až na 0 se zmenšuje, postupuje obraz od φ' až k 0; pro $a = r$ máme

$$\alpha = \frac{\varphi'}{\frac{r+\varphi}{r}} = \frac{r\varphi'}{\varphi'} = r. \qquad \text{dle (10)}$$

Ve středu plochy kulové se opět setká předmět a svítící bod, jak již z toho patrno, že paprsky dopadající kolmo na plochu kulovou nelámou se.

Odtud patrno, že oba body současně se nalézají buď mezi A a C aneb mimo přímku AC.

Z rovnice (6) pak následuje

$$\alpha = -\frac{\varphi'}{1+\frac{\varphi}{a}};$$

α bude záporné, pokud $a > 0$, α se bude měniti jako v odstavci předcházejícím pro $a < 0$, jenomže a a α jsou protivně označeny, to jest, oba body budou se nalézati na téže straně; je-li však $a < 0$, bude

$$\alpha = -\frac{\varphi'}{1-\frac{\varphi}{a}},$$

kterýž případ shoduje se opět s oním při ploše vypuklé pro $a > \varphi$, jenom že zde paprsky na plochu dutou dopadají ve směrech sbíhavých; pro $a < \varphi$, jest $\alpha > 0$, obraz jest za čočkou a jest skutečný.

Tak budeme míti i v rovnicích (4) a (5)

$$\alpha = -\frac{n'\varphi'}{1+\frac{\varphi'}{a}} = -\frac{\varphi}{1+\frac{\varphi'}{a}}$$

jako v rovnici (6), nebo

$$\alpha = \frac{\varphi}{1-\frac{\varphi'}{a}}$$

jako v rovnici (3).

Podobné rovnice obdržíme, počítáme-li vzdálenosti místo od vrcholů, ode středu zakroužení C. Pak musíme psáti v rovnici (I) $CP = b$, $CO = \beta$, $AP = b - r$, $AO = \beta + r$, takže bude

$$\frac{b}{\beta} : \frac{b-r}{\beta+r} = n \tag{II}$$

aneb upravíme-li jako dříve

$$\frac{n}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{n-1}{r} = \frac{1}{\varphi};$$

tuto rovnici můžeme též uvésti na podobu

$$\frac{\varphi'}{b} + \frac{\varphi}{\beta} = 1, \tag{9}$$

když ji znásobíme φ a píšeme $\varphi' = n\varphi$.

Vyjádříme-li z ní $\beta : b$, obdržíme s vyloučením b

$$\frac{\beta}{b} = \frac{\beta - \varphi}{\varphi'} \tag{10}$$

anebo $b : \beta$ obdržíme

$$\frac{b}{\beta} = \frac{b - \varphi'}{\varphi}$$

s vyloučením β, a poněvadž $b = a + r$, $\beta = \alpha - r$, $\varphi' - r = \varphi$, bude také

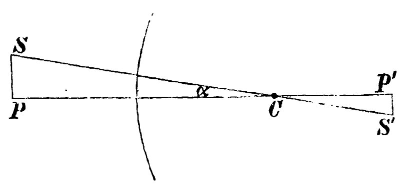
$$\frac{\beta - \varphi}{\varphi'} = \frac{\alpha - \varphi'}{\varphi'} \tag{12}$$

nebo

$$\frac{b - \varphi'}{\varphi} = \frac{a - \varphi}{\varphi'}. \tag{13}$$

Abychom nalezli obraz bodu S (obr. 7), který neleží v ose, avšak od osy jen málo vzdálen jest, můžeme vésti přímku spo-

Obr. 7.



jovací SC, která pak bude osou pro bod S, tak jako jí jest přímka PC pro bod P, jenž jest patou kolmice z bodu S na první osu spuštěné, a máme tudíž pro bod S a jeho obraz S' podle rovnice (9)

$$\frac{\varphi'}{b'} + \frac{\varphi}{\beta'} = 1,$$

když značíme vzdálenosti $SC = b'$, $CS' = \beta'$. Pro bod P však máme

$$\frac{\varphi'}{b} + \frac{\varphi}{\beta} = 1, \qquad \text{dle (9)}$$

když b a β vzdálenosti pro bod P a jeho obraz O značí.

Jest ale, značíme-li úhel $SCP = \alpha$

$$b' = \frac{b}{\cos\alpha}, \quad \beta' = \frac{CP'}{\cos\alpha};$$

pročež dosazeno, bude

$$\frac{\varphi'}{b} + \frac{\varphi}{CP'} = \frac{1}{\cos\alpha};$$

Je-li úhel α dosti malý, možná klásti $\frac{1}{\cos\alpha} = 1$, z čehož vychází identita bodu P' s bodem O, který jest obrazem bodu P, takže $CP' = \beta$.

Z toho následuje, že pata kolmice s bodu S' na osu spuštěné protíná osu v tom bodu, který jest obrazem paty kolmice SP, a tudíž také přímka $S'P'$ obrazem přímky SP. — Co pak platí o přímce SP, $S'P'$, bude míti i místa o bodech roviny kolmo na osu postavené, ovšem s tím obmezením, že body ty blízko osy se nacházejí. Budou tedy obrazy omezených rovin kolmo na osu postavených opět rovinné a na osu kolmé, co do tvaru ale sobě podobné, takže střed křivosti jest bodem jejich podobnosti.

Z toho jest zřejmo, jak obrazy rovinných útvarů sestrojiti lze. Vyhledajíce si bod P', obraz to bodu průsečného s osou hlavní, potřebujeme jím vésti kolmou rovinu a vésti přímky z obvodových bodů předmětu bodem C, až protnou rovinu druhou v bodech stejnolehlých.

Co se pak týče velikosti obrazu, vypočte se snadno z úměry, když stavíme

$$SP = Y, \ S'P' = y : \frac{y}{Y} = \frac{\beta}{b}$$

nebo podle rovnice (12), (13)

$$\frac{y}{Y} = \frac{\alpha - \varphi'}{\varphi'} = \frac{\varphi}{a - \varphi}. \qquad (14)$$

Obrazy pak budou buď skutečné, buď pouze geometrické, podlé toho, je-li také P' skutečný neb geometrický obraz bodu P, jak již z označení α patrno.

Při čočce nějaké mějme pro přední plochu kulovou poloměr r, pro zadní ϱ, n budiž exponent lomu a znamenáme-li opět

$$\frac{n-1}{r}=\frac{1}{\varphi},\quad \frac{1-n'}{\varrho}=\frac{1}{\psi},$$

dále též vzdálenost svítícího bodu v ose a, a vzdálenost obrazu jeho za čočkou k, bude pro přední plochu jako dříve

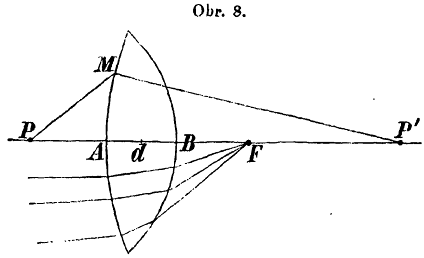
$$\frac{1}{a}+\frac{n}{\alpha}=\frac{1}{\varphi};$$

a z toho

$$\alpha=\frac{a\varphi'}{a-\varphi}, \qquad (15)$$

vzdálenost $BP'=\alpha-d$ (obr. 8.) považujme za vzdálenost sví-

Obr. 8.



tícího bodu pro plochu druhou, která zde ovšem musí se bráti záporně a tu bude

$$\frac{n'}{k}=\frac{1}{\psi'}+\frac{1}{\alpha-d}$$

nebo znásobíme-li n

$$\frac{1}{k}=\frac{1}{\psi}+\frac{n}{\alpha-d}$$

a dosadíme-li z předešlé rovnice

$$\alpha-d=\frac{a\varphi'}{a-\varphi}-d=\frac{a\varphi'-ad+d\varphi}{a-\varphi}$$

$$\frac{1}{k}=\frac{1}{\psi}+\frac{n(a-\varphi)}{a\varphi'-ad+d\varphi}=\frac{a\varphi'-ad+d\varphi+a\psi'-\varphi'\psi}{\psi(a\varphi'-ad+d\varphi)}=$$

$$\frac{a(\varphi'+\psi'-d)+d\varphi-\varphi'\psi}{\psi(a\varphi'-ad+d\varphi)} \qquad \text{(III)}$$

kde $\varphi' = n\varphi$, $\psi' = n\psi$. Rovnice ta se zjednoduší, nebéřeme-li ohled na tloušťku čočky, kladouce $d = 0$

$$\frac{1}{k} = \frac{a(\varphi' + \psi') - \varphi'\psi}{a\varphi'\psi} = \frac{\varphi' + \psi'}{\varphi'\psi} - \frac{1}{a}; \qquad \text{(IV)}$$

dáme-li člen stálý

$$\frac{\varphi' + \psi'}{\varphi'\psi} = \frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}. \qquad \text{(IV. a)}$$

Dosadíme-li místo

$$\varphi = \frac{r}{n-1}, \quad \psi = \frac{\varrho}{n-1}, \quad \varphi' = \frac{nr}{n-1}, \quad \psi' = \frac{n\varrho}{n-1},$$

dostaneme

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right];$$

při čočce dvojvypuklé jest r i ϱ positivní, při ploskovypuklé jest

$$\varrho = \infty, \quad \frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{r};$$

při dutovypuklé ϱ negativní a větší než r, tedy

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varrho}\right);$$

při těchto jest f vždy kladné a nazývají se čočkami spojnými. Pro dvojdutou jest r i ϱ negativní

$$\frac{1}{f} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right);$$

při ploskoduté jest

$$\varrho = \infty, \quad \frac{1}{f} = -(n-1)\frac{1}{r};$$

při vypukloduté jest r negativní a

$$\varrho > r, \quad \frac{1}{f} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varrho}\right);$$

čočky: dvojdutá, ploskodutá a vypukloduté mají tedy vesměs f záporné a nazývají se rozptylné.

U čoček spojných jest: pro $a = \infty$, $k = f$ t. j. vzdálenost ohniska F od čočky; pro $k = \infty$ vyjde nám $a = f$; to jest, obě ohniska jsou od čočky stejně vzdáleny.

Ze symetrie rovnice podle a i k jest patrno, že zde budou oba bodové ve vztahu reciprocity, to jest dá se vyměniti obraz, za předmět a naopak. Měníme-li a počínajíce od $a = \infty$ až $a = f$, bude k přibývati od f až do ∞, pro $a = 2f$ jest také $k = 2f$, oba body jsou stejně na obou stranách vzdáleny; pro $a < f$ bude k záporné a obrazy pouze geometrické, vyskytujíce se na téže straně jako svítící bod; pro $a < 0$, když totiž paprsky sbíhavě na čočku dopadají, bude

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a},$$

tedy k vždy kladným.

U čoček rozptylných jest f negativní a tudíž

$$\frac{1}{k} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right);$$

obrazy jsou vůbec geometrické, leč by $a < 0$ a absolutně $a < f$, v kterých případech také obdržíme obrazy skutečné. Pro obraz předmětů rozsáhlých měli jsme rovnici (14)

$$\frac{y}{Y} = \frac{\varphi}{a - \varphi}; \tag{α}$$

považujeme-li opět y co předmět pro plochu druhou ve vzdálenosti $a - d$, která se však musí bráti záporně

$$-(a-d) = -\frac{a\varphi' - ad + d\varphi}{a - \varphi}$$

a pomníme-li ještě, že jdou paprsky z hustšího prostředí do řidšího, bude opět poměr obrazu k jeho předmětu $y' : y$, takto vyjádřen:

$$\frac{y'}{y} = \frac{\psi'}{-(a-d) - \psi'} = -\frac{\psi'}{(a-d) + \psi'}. \tag{β}$$

Násobením rovnice (α) a (β) obdržíme

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{\varphi\psi'}{(a-\varphi)\left[\frac{a\varphi' - ad + d\varphi}{a-\varphi} + \psi'\right]};$$

nebo

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{\varphi\psi'}{a\varphi' - ad + d\varphi + (a-\varphi)\psi'};$$

což když ještě uspořádáme

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{\varphi\psi'}{a(\varphi' + \psi' - d) + d\varphi - \varphi\psi'}; \tag{γ}$$

zanedbáme-li i zde tloušťky čočky, obdržíme

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{\varphi\psi'}{a(\varphi'+\psi')-\varphi\psi'}. \tag{16}$$

Jest ale z rovnice (IV)

$$k = \frac{a\varphi\psi'}{a(\varphi'+\psi')-\varphi\psi'}$$

neboť $\varphi\psi' = \varphi'\psi$ a tedy

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{k}{a}. \tag{17}$$

Pomocí rovnice (IV. a) bude

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{f}{a-f}. \tag{18}$$

Znaménko — obdrželi jsme v rovnici (17), (18) za tou příčinou, že jsme vzhledem druhého rozhraní brali $\alpha - d < 0$ a tudíž znaménko souhlasné. My však přidržujíce se zvyku již zavedeného budeme považovati obraz skutečný za kladný a geometrický za záporný a proto píšeme

$$\frac{y'}{Y} = \frac{k}{a} = \frac{f}{a-f}.$$

Z toho jest patrno, že při čočkách, při nichž jest $f > 0$, obdržíme obrazy skutečné pro $a > f$, které tím samým budou vzhledem předmětu obráceny, jak jsme viděli při jednom toliko rozhraní; pro $a < f$ ale geometrické a vzhledem ku předmětu vzpřímené; pro $a < 0$ budou pak obrazy vždy skutečné, neboť bude

$$\frac{k}{-a} = -\frac{f}{a+f}.$$

Co se velikosti obrazů v tomto případu týče, bude pro $k = a$ nebo $a = 2f$, $y' = Y$, to jest, obraz a předmět jsou stejně veliké a od čočky stejně vzdáleny o $2f$.

Je-li a větší, bude hodnota zlomku menší a naopak; pro $a = \infty$, jest

$$k = f, \quad \frac{y'}{Y} = 0, \quad y' = 0,$$

to jest obraz neskonale vzdálených předmětů objeví se v ohnisku co jediný bod; pro $a = f$,

$$k = \infty \text{ a } \frac{y'}{Y} = \infty;$$

paprsky jdou rovnoběžně s osou.

Z toho jest patrno, že čím dále od ohniska obraz vzniká, což se bude říditi podle k, tím jest obraz větší; pro $a < f$ bude jak známo $k < 0$, obraz objeví se na téže straně jako předmět, bude pouze geometrický a vždy $y' > Y$, jak lze poznati z výrazu

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{f}{f-a};$$

pro $a < 0$ bude pak

$$\frac{y'}{Y} = \frac{f}{a+f}, \quad y' < Y.$$

Při čočkách rozptylných jest $f < 0$, tedy

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{f}{a+f};$$

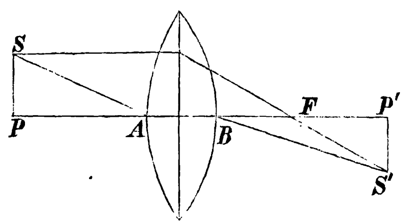
budou všeobecně obrazy geometrické a zmenšené, leč by a bylo záporné a menší než f, neboť v tom případu bude

$$\frac{y'}{Y} = \frac{k}{a} = \frac{f}{f-a};$$

to jest, když paprsky na čočku rozptylnou tak sbíhavě dopadají, že by se protaly na ose v bodu, jehož vzdálenost od čočky menší jest než vzdálenost ohniska f, budou obrazy skutečné a $y' > Y$.

K sestrojení obrazu k danému předmětu podává nám snadný prostředek úměra $y' : k = Y : a$, z které vysvítá, že obraz a předmět jsou si podobny. (Obr. 9.)

Obr. 9.



Počítáme-li vzdálenosti a, k s opomenutím tlouštky čočky d od středu optického, o němž víme, že paprslek, který jím prochází, jde po svém průchodu z čočky rovnoběžně s paprskem dopadlým, můžeme tento bod bráti za střed podobnosti trojúhelníků SPA, $S'P'B$ a bod S' bude ležeti ve přímce spojovací bod S se středem optickým. Místo čočky budeme pak moci bráti rovinu kolmou na ose ve středu optickém.

Druhý paprslek, který se hodí k sestrojení obrazu bodu S, jest ten, který jde rovnoběžně s osou. O tom jest známo, že prochází ohniskem čočky, ať již skutečně anebo jen virtuelně. Známá-li tedy tato vzdálenost, bude snadno vésti paprslek druhý ohniskem F, který se s předešlým v bodě S' setkává. V tomto bodu ale setkávají se všecky paprsky z bodu S blíže osy na čočku dopadající, a máme-li S co obraz bodu S, bude kolmice z S' na osu vedená $S' P'$ obraz přímky SP.

(Pokračování.)

O vědeckých základech umění kreslitelského

od jeho počátku až do poloviny 15. století.

Podává

M. Kuchynka.

(Dokončení.)

Ukázavše v těchto úvahách, při nichž jsme se pozdrželi déle, nežli z počátku bylo v úmyslu našem, rozdíl mezi kreslením dle názoru a kreslením dle zákonů perspektivných, přistupme již nyní k podrobnému důkazu našeho, hořeji učiněného výroku, že starověcí, zejména řečtí a římští kreslitelé neznali perspektivy nynější. Důkaz tento povedeme na základě dotyčných spisů a obrazů ze starověku, jež ovšem, v počtu přeskrovném, nás došly.

Vyšetřujme nejdříve, zdali ve *spisech* řeckých a římských nalezneme stopu takovéto známosti.

Ve spisech latinských setkáváme se dosti hojně s názvy „perspektiva, perspektivné zákony“ atd., z čehož by se mohlo souditi, že každé další vyšetřování, zdali alespoň Římané perspektivu znali, při nejmenším je zbytečné, a náš výrok, že při kreslení jedině zjevem se řídili, neodůvodněný, ba snad nepravý. Slovo „perspektiva“ mělo však u nich jiný význam. Slovo toto je odvozeno z latinského slovesa „perspicere“, což znamená: *viděti jasně, viděti správně.* Byla také perspektiva skutečně