František Machovec

O osách hyperbolických paraboloidů

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 19 (1890), No. 2, 65--67

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108826`

O osách hyperbolických paraboloidů,

které mají jednu společnou rovinu řídící a jejichž přímky povrchové, ležící v rovinách rovnoběžných s touto rovinou jsou od sebe o stejné úhly odchýleny.

Podává

František Machovec,

prof. v Karlíně.

Ve článku „O středech křivosti křivky integrální“, který následuje, užiji jisté vlastnosti os hyperbolických paraboloidů v nadpise vytčených a proto ji nejprve co možno jednoduše odvodím. Vlastnosť tato obsažena jest ve větě:

Osy dvou hyperbolických paraboloidů, které mají jednu společnou rovinu řídící a jejichž přímky povrchové ležící v rovinách s touto rovinou rovnoběžných svírají spolu stejné úhly α, jsou od sebe též o úhel α odchýleny.

a) Budiž nejprve $\alpha = 0$. Nazveme R společnou rovinu řídící obou hyperb. paraboloidů P a P′, P a P' jejich povrchové přímky nenáležející k soustavě R.

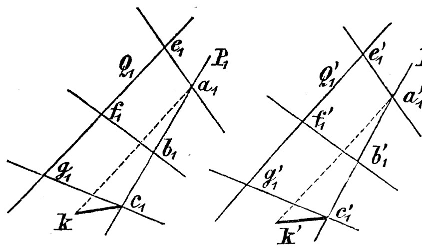
Mysleme si několik rovin osnovy R, na př. pro jednoduchosť rovin stejně od sebe vzdálených. Tyto roviny protínají přímky P a P' v bodech $a, b, c \ldots, a', b', c' \ldots$ a plochy P a P′ v přímkách $A, B, C \ldots, A', B', C', \ldots$ Promítněme tyto útvary rovnoběžně na rovinu R tak, aby průmět $a_1 b_1 \# a'_1 b'_1$. Směr paprsků promítajících vyšetříme, učiníme-li $ax \# a'b'$ a rozpůlíme-li bodem y úsečku bx, načež jest ay žádaný směr. Průměty shora jmenovaných útvarů budou potom shodné a stejně položené. Je-li Q_1 (obr. 1.) průmět nějaké povrchové přímky paraboloidu P a sice soustavy P, obdržíme průmět Q'_1 jisté přímky Q' plochy P′, sestrojíme-li Q'_1 k P'_1 v téže poloze, kterou má Q_1 ku P_1. Poněvadž totiž body e, f, g, v nichž Q protíná přímky A, B a C jsou na přímce, jest

$$e_1 f_1 : f_1 g_1 = (z_f - z_e) : (z_g - z_f)$$

a tudíž i

$$e'_1 f'_1 : f'_1 g'_1 = (z_{f'} - z_{e'}) : (z_{g'} - z_{f'}),$$

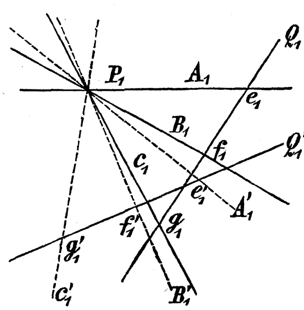
při čemž z_x značí vzdálenosť bodu x od roviny R měřenou na př. ve směru přímek promítajících.



Obr. 1.

Abychom našli směr osy paraboloidu P, učiňme $a_1 k \# e_1 g_1$ a žádaný směr jest kc_1 a podobně, učiníme-li $a'_1 k' \# e'_1 g'_1$, jest $k'c'_1$ směr osy paraboloidu P'. Ale poněvadž obě části obrazu 1. jsou shodné a stejně položené, jest $kc_1 \| k'c'_1$, čímž jest věta naše pro případ *a*) dokázána.

b) Nyní pozorujme dva paraboloidy, které mají společnou rovinu řídící R, dále společnou přímku P nenáležející k soustavě R a jejichž přímky povrchové ležící v rovinách osnovy R odchylují se od sebe o stejné úhly α. Mysleme si na těchto plochách páry přímek AA', BB', CC' . . ., z nichž každý leží v jedné rovině osnovy R (obr. 2.) a promítněme tyto přímky na



Obr. 2.

rovinu R ve směru přímky P. Je-li Q_1 průmět nějaké přímky Q soustavy P paraboloidu P, která přímky A, B, C . . . protíná v bodech e, f, g . . ., obdržíme z podobného důvodu jako v a) průmět přímky Q' paraboloidu P′, sestrojíce $Q'_1 \equiv e'_1 f'_1$, při čemž $P_1 e'_1 = P_1 e_1$, $P_1 f'_1 = P_1 f_1$ a tím i $P_1 g'_1 = P_1 g_1$.

Přímky Q_1 a Q'_1 udávají zároveň směry os obou paraboloidů a poněvadž část $A'_1 B'_1 C'_1 Q'_1$ obrazce 2. lze odvoditi z části $A_1 B_1 C_1 Q_1$ otočením o úhel α kolem bodu P_1, svírají spolu i vytčené směry os Q_1 a Q'_1 tento úhel.

c) Jsou-li konečně P a P' povrchové přímky dvou paraboloidů, o něž jde ve větě shora vyslovené a sice přímky nenáležející k soustavě R, mysleme si dle přímky P' paraboloid P″, který má k paraboloidu P polohu vytčenou v a) a tudíž k P′ polohu vytčenou v b). Osa jeho bude svírati s osou paraboloidu P′ úhel α a s osou paraboloidu P bude rovnoběžna. Z toho jde, že i osy obou daných paraboloidů tvoří spolu úhel α.*)

O středech křivosti křivky integrální.

Podává

F. Machovec,

professor v Karlíně.

Ve drobných zprávách 1. čísla tohoto ročníku „Časopisu“ podává prof. Strnad dle „Nouvelles Annales de mathématiques 1888“ konstrukci středů křivosti křivky integrální, kterou objevil d' Ocagne. O této konstrukci zmínil se již d' Ocagne v dopise ze dne 22. list. 1886 zaslaném Abdank-Abakanowiczi.**)

Zabýval jsem se sestrojováním středů křivosti křivky integrální již v r. 1883 krátce po vydání svého spisu „Zobrazování tečen a středů křivosti křivek“ a zmínil jsem se o tom také v jednom dopise panu prof. Šolínovi, ale poněvadž jsem tomuto vyšetřování nepřikládal důležitosti, neuveřejnil jsem je a činím to až nyní po uveřejnění zprávy páně Strnadovy.

Budiž A_1 křivka differenciální, X_1 přímka základní, B_1 křivka integrální, a_1 a b_1 body křivek A_1 a B_1 náležející k téže

*) Srovnej s tím str. 7. mého spisu „Zobrazování tečen a středů křivosti křivek“.

**) Viz spis „Die Integraphen. Die Integralcurve und ihre Anwendungen“. Von Br. Abdank-Abakanowicz. Deutsch bearbeitet von Emil Bitterli.