Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Miloslav Pelíšek

O středech křivosti kotálnic I.

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 30 (1901), No. 1, 17--28

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108805`

Vyrovnávací čtvrtý vodič ovšem při našem zařízení dynamoelektrického stroje musil docela odpadnouti. Napjetí nití budiž opět stejné.

Pozorovaný zjev souhlasil pak jak při otáčení znenáhlém, tak při otáčení rychlém s tím, což uvedeno bylo v odstavci předcházejícím. Při rychlém otáčení ručním byla však pozorována větší stabilnost ellips, po případě kruhů.

Na těchto několika příkladech výkonnosti našeho přístroje přestaneme, dodávajíce jen ještě, že jím též snadno a rychle možno demonstrovati proudy stejnosměrné, a to i proudy velmi slabé, jaké na př. dává galvanický článek složený z drátku měděného a zinkového v rource naplněné vodou okyselenou kapkou kyseliny sírové.

O středech křivosti kotálnic.

Napsal

Miloslav Pelíšek,

professor c. k. státní průmyslové školy v Praze.

I.

Východištěm následujících úvah jest známá *konstrukce Eulerova*, jež se též připisuje *Savary-ovi*, kterou se vyhledá střed křivosti s křivky (p) opsané libovolným bodem p roviny pevně spojeným s kružnicí k o středu o a poloměru r, jež se valí po kružnici K o středu O a poloměru R; při tom jest, jak známo, vésti normálu pt a přímku po, dále jest vztýčiti v okamžitém středu otáčení t kolmici k normále pt, kteráž kolmice protíná po v bodě π; přímka πO protíná pak normálu pt v hledaném středu křivosti s kotálnice opsané bodem p.

Z konstrukce vysvítá též řešení opačné úlohy, vyhledati totiž onen bod p, který opíše kotálnice (p), jejíž střed křivosti jest daný bod s.

Body p a π jsou involutorně sdružené; sestrojíme-li střed křivosti σ epicykloidy (π) opsané bodem π, jsou patrně též středy křivosti s a σ involutorně sdružené.

Mezi body p a středy křivosti s kotálnic panuje vztah, kterým se zabývali *Transon*, *Bresse*, *Rivals*, *Dewulf*, *Bobek* a *Mannheim* *).

V následujícím vyvinuji svým způsobem vztah stanovený *Eulerovou* konstrukcí mezi body p a π, pak mezi body π a s a konečně mezi body p a s, při čemž mi jest ovšem nutno opakovati některé úvahy v *Mannheimově* díle obsažené; dospívám však též ku vlastním výsledkům a applikuji výsledky na konstrukce kuželoseček, jež mají oskulovati danou kružnici v daném bodě, jakož i na konstrukci křivek třetího a čtvrtého řádu, jež mají oskulovati ve dvojném bodě danou kružnici.

Aby mohla představa čtenáře utkvíti na určitém obrazci, vyvinuji nejdřív veškeré věty pro epicykloidy.

II.

Především si položme otázku, *které jest místo středů křivosti epicykloid opsaných body v nekonečnu?*

Pro nekonečně vzdálený bod p_∞ ve směru tp jest nám vésti bodem o rovnoběžku ku pt, jež protíná kolmici bodem t ku tp_∞ v bodě π_∞; spojnice $\pi_\infty O$ protíná normálu $p_\infty t$ v hledaném středu křivosti s_∞. Body π_∞ naplňují patrně kružnici $\varkappa_\infty$ o průměru ot. Body s_∞ jsou s body π_∞ podobně položené vzhledem ku středu O; naplňují tedy kružnici I, jejíž průměr tx obdržíme, vedeme-li bodem s_∞ rovnoběžku ku $\pi_\infty t$, jež protíná Ot v bodě x.

***Středy křivosti všech epicykloid opsaných body v nekonečnu naplňují v libovolném okamžiku kružnici* I, *jež se dotýká v okamžitém středu otáčení t pevné i hybné kružnice, jakož i jejich společné tečny* T. (*Transon, Bresse.*)**

Z uvedené podobnosti následuje zřejmě pro poloměr ϱ kružnice I:

$$2\varrho : r = \mathrm{R} : (r + \mathrm{R}) \qquad \text{aneb} \qquad 2\varrho = \frac{r \, . \, \mathrm{R}}{r + \mathrm{R}},$$

*) Viz *Mannheim*: Principes et Développements etc p. 30—32, 41—43.

což lze též psáti:

$$\frac{1}{2\varrho} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}, \tag{1}$$

ve které rovnici jsou uvedené hodnoty uvažovány absolutně.

III.

Přistupme nyní k opačné otázce, *které body opisují epicykloidy, jejichž středy křivosti jsou v nekonečnu*, jinými slovy, které jest v libovolném okamžiku místo bodů, které opisují epicykloidy, jež mají právě v těchto bodech inflexní body?

Má-li býti střed křivosti v nekonečnu na normále pt, jest nám vésti bodem t kolmici a bodem O rovnoběžku ku této normále, jež se protínají na kružnici opsané na průměru tO, jakožto místě bodů π. Průsečík přímky $o\pi$ s normálou jest hledaný bod p.

Body p jsou zase k bodům π podobně položené vzhledem ku středu podobnosti o a naplňují tudíž kružnici J, jejíž průměr ty obdržíme, vedeme-li bodem p rovnoběžku $t\pi$.

Body roviny, které opisují epicykloidy, jejichž středy křivosti jsou v nekonečnu, naplňují kružnici J, *jež se dotýká v okamžitém středu otáčení t společné tečny* T *pevné a hybné kružnice.* (*Bresse.*)

Jinými slovy:

Pro každý epicykloidálný pohyb jsou veškeré inflexní body na kružnici J.

Z uvedené podobnosti následuje zřejmě pro poloměr ϱ_1 kružnice J:

$$2\varrho_1 : R = r : (r + R) \quad \text{aneb} \quad 2\varrho_1 = \frac{R \cdot r}{r + R},$$

což lze též psáti:

$$\frac{1}{2\varrho_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}, \tag{2}$$

ve které rovnici jsou vyskytující se veličiny brány absolutně. Srovnáváním rovnic (1) a (2) seznáváme:

Kružnice I *a* J *jsou shodné a vzhledem k okamžitému středu otáčení t souměrně položené.*

V rovnici (1) se vyskytují jen absolutní hodnoty; přihlížíme-li též ku směru a znamení úseček vycházejících z bodu t, přejde rovnice (1) v rovnici

$$(1') \qquad \frac{1}{2\varrho} = \frac{1}{R} - \frac{1}{r}$$

aneb

$$(1'') \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{2\varrho} + \frac{1}{r},$$

při čemž je směr poloměru R vycházejícího z bodu t považován za kladný, a tedy R samo kladné, kdežto r při epicykloidálném pohybu samo o sobě za záporné.

Srovnáme-li rovnici (1″) s rovnicí:

$$(1''') \qquad \frac{2}{2R} = \frac{1}{2\varrho} + \frac{1}{r},$$

jež charakterisuje čtyři harmonické body, máme větu:

Průměr kružnice I *obdržíme, sestrojíme-li ku středu o hybné kružnice k okamžitému středu otáčení t a k jeho diametrálnému bodu pevné kružnice čtvrtý harmonický bod (sdružený s o).*

Též v rovnici (2) se vyskytují jen absolutní hodnoty úseček; přihlédneme-li k jejich znaménku, obdržíme podobně:

$$(2') \qquad \frac{1}{2\varrho'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{R}$$

aneb

$$(2'') \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{2\varrho_1} + \frac{1}{R}.$$

Srovnáme-li ji s rovnicí:

$$(2''') \qquad \frac{2}{2r} = \frac{1}{2\varrho_1} + \frac{1}{R},$$

jež charakterisuje harmoničnost čtyř bodů, obdržíme větu:

Průměr kružnice J *obdržíme, sestrojíme-li ku středu* O *pevné kružnice, k okamžitému středu otáčení t a k jeho diametrálnému bodu hybné kružnice čtvrtý harmonický bod (sdružený s* O*).*

Sečtením rovnic (1′) a (2′) obdržíme:

$$\frac{1}{2\varrho}+\frac{1}{2\varrho_1}=0 \quad \text{aneb} \quad \varrho_1=-\varrho,$$

z čehož vysvítá, že kružnice I a J jsou na opačných stranách přímky T.

IV.

Mezi daným bodem p, jeho středem křivosti s, okamžitým středem otáčení t a průsečíkem s_∞ normály pt s kružnicí I stává jednoduchá souvislost. Označíme-li q průsečík přímek $o\pi_\infty$ a $O\pi$, pak jest

$$\frac{ss_\infty}{st}=\frac{q\pi_\infty}{qo}=\frac{st}{sp},$$

z čehož následuje:

$$(3) \qquad ss_\infty \,.\, sp = st^2,$$

dle kterého vzorce lze taktéž sestrojiti střed křivosti s epicykloidy opsané bodem p pomocí průsečíku s_∞ normály pt s kružnicí I.

Táž souvislost stává mezi bodem p, jeho středem křivosti s, bodem t a průsečíkem $\mathfrak{p}$ normály pt s kružnicí J. Budiž u průsečík přímek op a $O\pi$, pak jest:

$$\frac{p\mathfrak{p}}{pt}=\frac{u\pi}{uO}=\frac{pt}{ps},$$

z čehož následuje:

$$(4) \qquad p\mathfrak{p} \,.\, ps = pt^2,$$

dle kterého vzorce lze jednoduše sestrojiti střed křivosti s epicykloidy opsané bodem p pomocí průsečíku $\mathfrak{p}$ normály pt s kružnicí J.

Relaci (3) lze též psáti, vezme-li se ohled na směr a znaménka úseček:

$$(ts-ts_\infty)\,(tp-ts)+ts^2=0,$$

z čehož následuje:

$$(3') \qquad \frac{1}{ts}=\frac{1}{tp}+\frac{1}{ts_\infty},$$

kde jest bráti úsečky algebraicky. Prodloužíme-li tedy úsečku ts o její délku do bodu m, tak že $tm = 2ts$, přejde relace (3′) v následující:

$$\frac{2}{tm} = \frac{1}{tp} + \frac{1}{ts_\infty}, \tag{5}$$

ze které jest patrno, že body p, t, s_∞, m jsou harmonické.

Máme tedy konstrukci:

Sestrojíme-li k danému bodu p, k okamžitému středu otáčení t a k průsečíku s_∞ normály pt s kružnicí I *čtvrtý harmonický bod m (sdružený s t) a rozpůlíme úsečku tm v bodě s, jest tento bod střed křivosti epicykloidy opsané bodem p.*

Je-li však dán bod p a příslušný střed křivosti s, obdržíme bod kružnice I, prodloužíme-li ts o její délku a sestrojíme k obdrženému bodu a bodům p a t čtvrtý harmonický bod.

Podobně lze dáti relaci (4) následující tvar:

$$\frac{1}{tp} = \frac{1}{ts} + \frac{1}{t\mathfrak{p}}. \tag{4′}$$

Prodloužíme-li tedy tp o její délku, obdržíme bod n vázaný na podmínku $tn = 2tp$, čímž přejde relace (4′) v následující:

$$\frac{2}{tn} = \frac{1}{ts} + \frac{1}{t\mathfrak{p}}, \tag{6}$$

ze které jest patrno, že body n, t, s, $\mathfrak{p}$ jsou harmonické.

Máme tedy konstrukci:

Sestrojíme-li k danému středu křivosti s, k okamžitému středu otáčení t a k průsečíku $\mathfrak{p}$ normály st s kružnicí J *čtvrtý harmonický bod n a rozpůlíme úsečku tn, obdržíme bod p, který opisuje epicykloidu, jejíž střed křivosti jest daný bod s.*

V předcházejícím jsme měli na zřeteli zvláštní případy, že jednak p, jednak s jest v nekonečnu, čímž jsme dospěli ke kružnicím I a J. Je-li v π v nekonečnu, naplňuje p patrně kružnici o průměru ot a s kružnici o průměru Ot.

Máme tedy větu:

Body kružnice, jež prochází středem hybné kružnice a dotýká se v okamžitém středu otáčení t pevné kružnice, opisují epicykloidy, jejichž středy křivosti jsou na kružnici, jež prochází *středem pevné kružnice a dotýká se taktéž v bodě t pevné kružnice.*

V.

Na základě předcházejících vět můžeme řešiti otázku, *které jest geometrické místo středů křivosti s všech epicykloid, které opíší body p libovolného průměru po hybné kružnice?*

Z Eulerovy konstrukce následuje, že jest svazek $t\,(p\ldots)$ involutorný se svazkem $t\,(\pi\ldots)$; mimo to jest svazek $O\,(\pi\ldots)$ perspektivný se svazkem $t\,(\pi\ldots)$, z čehož následuje, že jest svazek $t\,(p\ldots)$ projektivný se svazkem $O\,(\pi\ldots)$, aneb svazek $t\,(s\ldots)$ projektivný se svazkem $O\,(s\ldots)$.

Z toho následuje:

Geometrické místo středů křivosti s všech epicykloid opsaných body p libovolného průměru hybné kružnice, jest kuželosečka C, *jež prochází středem pevné kružnice* O *a okamžitým středem otáčení t. (Rivals.)*

Vedeme-li v bodě t tečnu T a označíme τ průsečík průměru op s tečnou T, přísluší společnému paprsku Ot svazků O a t paprsky τt a τO; kuželosečka C se tedy dotýká v bodech t a O tečen τt a τO.

Jest nám především dokázati, že kuželosečky C, jež odpovídají všem průměrům hybné kružnice, tvoří svazek.

Vedeme-li bodem t libovolnou příčku P, jež protíná určitý průměr hybné kružnice v bodě p a kružnici I v bodě s_∞, a sestrojíme-li k těmto třem bodům čtvrtý harmonický m, jest patrně dle (5) geometrické místo bodu m, otáčí-li se příčka P okolo t, kuželosečka C′ homothetická s C pro t jakožto střed podobnosti, při čemž jest 1:2 poměr úseček na každé příčce P. Z harmonických vlastností jest patrno, že řada bodů p, kterou určuje na P svazek průměrů hybné kružnice, jest projektivná s řadou bodů m, ve které protínají kuželosečky C′ touže přímku P. Otáčí-li se však P okolo t, jsou bodové řady p perspektivné, z čehož soudíme, že jsou bodové řady, ve kterých protínají příčky P kuželosečky C′, mezi sebou projektivné, což jest důkazem, že tvoří C′ svazek o základním bodě t; pak ale tvoří též homothetické kuželosečky C svazek o základním bodě t.

Poněvadž má svazek kuželoseček C již tři základní body reálné, totiž střed pevné kružnice O, okamžitý střed otáčení t a jeho soumezný na tečně T, je též čtvrtý základní bod reálným. Týž nemůže splynouti s O, poněvadž by pak měly všechny kuželosečky svazku v bodě O dva splývající body společné a musely by se zde dotýkati, což jest nemožné, poněvadž různým průměrům $o\tau$ přísluší různé tečny $O\tau$.

Tento čtvrtý reálný bod, jenž jest společný všem kuželosečkám, nemůže však též býti nějaký od t různý bod, poněvadž by se pak všechny průměry hybné kružnice musely ještě protínati v jednom bodě mimo o, což jest nemožné; splývá tedy čtvrtý základní bod svazku s bodem t, tak že můžeme vysloviti větu:

Geometrické místo středů křivosti s všech epicykloid opsaných body p všech průměrů hybné kružnice, jest svazek kuželoseček, jež procházejí středem O pevné kružnice a jež se oskulují v okamžitém středu otáčení t.

Společná oskulační kružnice v bodě t jest pro všechny kuželosečky C kružnice I (Dewulf).

Poslední část věty jest patrna z následující úvahy:

Vedeme-li bodem o průměr rovnoběžný k T, přísluší jeho bodu v nekonečnu bod t jakožto střed křivosti; oběma nekonečně blízkým polohám tohoto průměru a jejich bodům v nekonečnu přísluší nekonečně blízké body bodu t. Tyto tři soumezné body jsou na kružnici I, poněvadž odpovídají třem bodům přímky v nekonečnu; jsou to však současně ony tři soumezné body, jež jsou všem C společné.

Podobnou cestu volil *Mannheim,* aby dokázal, že všechny kuželosečky oskulují kružnici I v bodě t.

Toto oskulování jest však též patrno z následující jednoduché úvahy, jež má tu výhodu, že jest v platnosti pro libovolné křivky, jež se v tomto vyšetřovaném vztahu vyskytují.

VI.

Budiž p daný bod, i průsečík normály pt s kružnicí I a s střed křivosti na normále pt; pak jest:

$$\frac{1}{ts} = \frac{1}{tp} + \frac{1}{ti}.$$

Označíme-li α úhel, který svírá normála s tečnou T, ϱ poloměr kružnice I, x vzdálenost středu křivosti od kružnice I, a d vzdálenost bodu p od okamžitého středu otáčení t, pak jest:

$$\frac{1}{2\varrho \sin\alpha + x} = -\frac{1}{d} + \frac{1}{2\varrho \sin\alpha}$$

aneb

$$x = \frac{4\varrho^2 \sin^2\alpha}{d - 2\varrho \sin\alpha}. \tag{7}$$

Svírá-li normála pt konečný úhel s tečnou T, a je-li vzdálenost bodu p od t též konečná, jest též vzdálenost středu křivosti s od kružnice I konečná, vyjma že se p nalézá na kružnici J, ve kterém případě jest $d = 2\varrho \sin\alpha$ a $x = \infty$.

Svírá-li normála pt konečný úhel s tečnou T a je-li vzdálenost bodu p od t nekonečně malá, jest též střed křivosti s nekonečně blízký bodu t; jest pak totiž

$$x \doteq 2\varrho \sin\alpha.$$

Protíná-li čára, jež jest místem bodů p, tečnu T v bodě t, a vedeme-li k této čáře tečnu τ v bodě t, jež přísluší jakožto přímka procházející bodem t sama sobě, jest patrno, že jest τ též tečnou v bodě t příslušné čáry, jež jest místem středů křivosti (s).

Křivky (p), jež procházejí okamžitým středem otáčení t, dotýkají se v tomto bodě s příslušnými křivkami (s).

Svírá-li normála pt nekonečně malý úhel s tečnou T, jest pak tetiva kružnice I úsečka $ti = 2\varrho \sin\alpha$, tedy nekonečně malá úsečka prvního stupně. Vzdálenost x středu křivosti s od kružnice I jest však pro všechny body p, jež mají od t konečnou vzdálenost d, nekonečně malá veličina druhého stupně, tak že tyto středy s splynou s kružnicí I; jest tedy patrno:

Všechny body p soumezné s tečnou T mají příslušné středy křivosti na kružnici I. Z toho soudíme dále:

Každé čáře (p) jakožto místu bodů p, jež protíná T *v re-*

álném od t různém bodě, odpovídá čára (*s*), *jakožto místo středů křivosti s, jež oskuluje kružnici* I *v bodě t.*

Protíná-li (*p*) tečnu T v μ reálných od *t* různých bodech, oskuluje (*s*) kružnici I v bodě *t* μ-krát.

Duálná věta zní:

Každé čáře (*s*), *jež protíná tečnu* T *v* μ *reálných od t různých bodech, přísluší čára* (*p*), *jež oskuluje kružnici* J *v bodě t* μ*-krát.*

Je-li úhel α, jakož i vzdálenost *d* nekonečně malá, jest též vzdálenost středu křivosti *s* od kružnice I nekonečně malá prvního stupně; z toho soudíme:

Dotýká-li se čára (*p*) *tečny* T *v bodě t, činí tak též čára* (*s*).

Příbuznost mezi body *p* a *s* jest jednoznačná; výjimku tvoří jen body tečny T.

Jako důsledek Eulerovy konstrukce musíme totiž považovati, že veškerým bodům přímky T jakožto místu bodů *p* přísluší *t* jakožto střed křivosti *s* a naopak, veškerým bodům přímky T jakožto místu bodů *s* přísluší bod *t* jakožto opisující bod *p*.

Z toho jest patrno:

Kolikrát prochází křivka (*p*) bodem *t*, tolikrát se rozpadá křivka (*s*) v tečnu T a zbývající křivku, jejíž řád se snižuje o týž počet jedniček; a naopak, kolikrát prochází křivka (*s*) bodem *t*, tolikrát se rozpadá křivka (*p*) v tečnu T a zbývající křivku, jejíž řád se snižuje o týž počet jedniček.

Dále jsou patrny věty:

Dotýká-li se křivka (*p*) tečny T v libovolném od *t* různém bodě, dotýká se křivka (*s*) kružnice I v bodě *t* ve čtyřech soumezných bodech, a sice tak, že povstane větev křivky (*s*), jež má v bodě *t* bod zvratu, při čemž se dotýkají obě větve v bodě *t* tečny T na téže straně.

Má-li křivka *p* tečnu T za inflexní tečnu pro libovolný od *t* různý bod dotyku, nadoskuluje křivka (*s*) kružnici I v pěti s bodem *t* soumezných bodech.

VII.

Po této odchylce se vraťme ku svazku kuželoseček, jež přísluší průměrům hybné kružnice.

Z jakých kuželoseček sestává tento svazek, jest patrno ze vzájemné polohy kružnice J a vrcholu o svazku průměrů.

Je-li o uvnitř J, sestává svazek ze samých hyperbol. Je-li o na J, odpovídá průměru rovnoběžnému ku T parabola, a všem ostatním průměrům přísluší hyperboly. Je-li o vně kružnice J, přísluší průměrům, jež neprotínají J, ellipsy; průměrům, jež protínají J, hyperboly; průměrům, jež se dotýkají J, paraboly.

Jak známo, naplňují středy všech kuželoseček svazku zase kuželosečku, jež prochází diagonálními rohy základního čtyřrohu, a jejíž body jsou projektivné s kuželosečkami svazku; jsou-li však tři ze základních bodů soumezné, jsou též všechny tři rohy diagonálního třírohu soumezné, tak že máme větu:

Geometrické místo středů kuželoseček C *jest zase kuželosečka* $\mathfrak{K}$, *jež oskuluje kružnici* I *v bodě* t.

Uvažujeme-li zvláště kuželosečku C, jež přísluší průměru rovnoběžnému ku T, jest její tečna v bodě O též rovnoběžná ku T; jest tedy Ot osa této kuželosečky C, a půlící bod a úsečky Ot náleží tedy kuželosečce $\mathfrak{K}$. Z ohledu na souměrnost jest patrno, že jest ta osou kuželosečky $\mathfrak{K}$, která jest oskulační kružnicí I ve vrcholu t a vrcholem a dokonale určena.

Mannheim ukázal též, že osy kuželoseček C jsou rovnoběžné ku přímkám, jež půlí úhly tečny T a příslušných průměrů hybné kružnice.

VIII.

Přistupme nyní k opačné otázce, které jest geometrické místo bodů p, naplňují-li body s svazek průměrů pevné kružnice?

Zase jest řada s . . . involutorná s řadou π . . . , svazek $t(\pi\ .\ .\ .)$ jest perspektivný svazku $o(\pi\ .\ .\ .)$ a tedy svazek $o(p\ .\ .\ .)$ jest projektivný svazku $t(p\ .\ .\ .)$; místo bodů p jest tedy kuželosečka, jež prochází body o a t.

Pomocí bodů kružnice J lze zase tímtéž pochodem jako v předcházejícím dokázati na základě harmonických vlastností daných rovnicí (6) následující větu:

Body p svazku kuželoseček D, *jež procházejí středem hybné kružnice o a oskulují v okamžitém středu otáčení t kružnici* J, *opisují v každém okamžiku epicykloidy, jejichž středy křivosti naplňují svazek průměrů* Os *pevné kružnice.*

Osy kuželoseček D rozpulují úhly tečny T a příslušných průměrů O*s*, a středy těchto kuželoseček naplňují novou kuželosečku L, jež oskuluje J v bodě *t* jakožto vrcholu, a jejíž druhý vrchol jest půlící bod *b* úsečky *ot.* Z jakých kuželoseček sestává svazek D, jest zase patrno ze vzájemné polohy kružnice I a středu O pevné kružnice. (Dokonč.)

Věstník literární.

Leçons sur les Fonctions entières, par *Emile Borel*, Maître de Conférences à l'Ecole Normale supérieure. (Paris, Gauthier-Villars, 1900, VI a 124 stran.)

Tato kniha jest druhým*) v řadě spisů, které auktor hodlá věnovati theorii funkční, a z nichž každý má býti uzavřeným celkem, neodvislým od ostatních.

Spisovatel, jehož kompetence v oboru funkční theorie jest obecně uznána, pojednává v neobjemné této knize způsobem jasným a i začátečníkům přístupným o transcendentních funkcích celistvých, t. j. o funkcích vyjádřených mocninovými řadami jedné proměnné, konvergujícími pro každou její hodnotu, a dospívá až k nejnovějším úvahám příslušným, z nichž některé jemu přináležejí.

Východištěm jest tu Weierstrassův rozklad funkce celistvé do t. zv. *primárních* faktorů; jemu následuje Laguerre-ův pojem *rodu* těchto funkcí, a některé vlastnosti funkcí rodu 0. a 1., ukazující k jich analogii s racionálnými funkcemi celistvými (polynomy), a příslušící výlučně těmto funkcím, nikoli však funkcím rodu vyššího, jakož i některé vlastnosti celistvých funkcí libovolného však konečného rodu, týkající se hlavně jich kořenů a jich derivací.

---

*) Prvním byly jeho „Eléments de la Théorie des ensembles et applications. (Paris, Gauthier-Villars et fils, 1898.)