Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 100 (1975), No. 2, 198--207

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108766

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

RECENSE

G. Owen: SPIELTHEORIE, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971, brožované 230 stran, cena DM 28,—. Kniha je překladem anglického originálu „Game Theory" vydaného r. 1968 W. B. Saunders Company, Philadelphia—London—Toronto.

V knize lze vydělit dvě tématické části: První z nich, tvořená kapitolami I až V je věnována hrám dvou osob a druhá, tvořená zbývajícími kapitolami VI až X pojednává o teorii her *n* osob. Způsob výkladu je takový, že uvedené dvě části lze čísti prakticky nezávisle na sobě a dokonce i jednotlivé kapitoly v knize je možné studovat poměrně nezávisle.

Kniha vhodně spojuje matematickou rigoróznost výkladu základních teoretických principů teorie her s důkladným heuristickým osvětlením matematické teorie, zvláště ve druhé části knihy.

Dobré čitelnosti knihy i pro méně pokročilého čtenáře napomáhá, že autor se snaží vždy dospět co nejjednodušeji a nejrychleji k hlavnímu cíli a nezatěžuje výklad některými tradičními avšak zbytečnými souvislostmi a komplikacemi. Sem náleží např. to, že teorie užitku se vykládá až ve druhé části knihy, kde je velmi podstatná pro teorii her více osob, avšak nevyskytuje se v první části knihy, kde by výklad teorie her dvou osob s nulovým součtem spíše zatemňovala než usnadňovala.

Stojí za zmínku, že autor vykládá některé pojmy a fakta z teorie her, které se obvykle v běžných učebnicích teorie her nevyskytují, jako jsou diferenciální hry, hry s kontinuem hráčů aj.

V dodatku knihy jsou stručně uvedeny základní teoretické pojmy a fakta z obecnějších partií matematiky, které jsou pro četbu zapotřebí, a jejichž zařazení zvyšuje samostatnost knihy. Jde např. o otázky konvexnosti, Browerovu a Kakutaniovu větu aj.

Velmi užitečné je i množství podnětných úloh pro samostatnou práci čtenáře. Některé z těchto úloh poskytují zajímavé protipříklady na zdánlivě plausibilní leč nepravdivá tvrzení, jiné jsou návody k důkazu některých vět jež nebyly vyloženy v hlavním textu, a zbývající úlohy mají piosloužit prostě k procvičení látky.

Je uvedena též bibliografie, sice zdaleka ne vyčerpávající, avšak velmi užitečná pro rychlou nformaci čtenáře o dalších podrobnostech teorie.

Celkově lze knihu hodnotit jako zdařilou učebnici teorie her, vhodnou pro samostatné studium i pro použití na vysokoškolských přednáškách z operačního výzkumu.

Jaroslav Morávek, Praha

PRAGUE STUDIES IN MATHEMATICAL LINGUISTICS 4, Praha 1972, Academia, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, 254 strany, 65,— Kčs.

Prague Studies in Mathematical Linguistics je sborník, který začal vycházet v roce 1965. V roce 1972 vychází jeho čtvrtý svazek za redakce Jána Horeckého, Petra Sgalla a Marie Těšitelové, recensentem je František Zítek, výkonným redaktorem Jiří Kraus. Již ze složení redakce, která obsahuje význačné představitele naší matematické lingvistiky z řad lingvistů, je znát zaměření sborníku: Shrnuje především výsledky našich lingvistů, kteří ve svých pracích užívají matematických metod, a teprve v druhé řadě práce matematiků rozvíjejících metody, jež mají aplikace v lingvistice.

Rozumíme-li totiž matematickou lingvistikou tu vědní disciplinu, která řeší lingvistické problémy matematickými metodami, lze práce z tohoto oboru rozdělit v podstatě na dvě skupiny: Do první z nich náleží práce, které řeší lingvistické problémy standardními matematickými metodami, tj. metodami, které byly již dříve vypracovány k jiným účelům. Jsou to tedy práce, jež neobsahují nových matematických výsledků; jejich přínos je především lingvistický. Práce tohoto druhu pocházejí převážně od lingvistů. Druhá skupina prací propracovává matematický aparát, jehož se při řešení lingvistických problémů užívá. Práce této skupiny čerpají své pojmy z prací skupiny první, snaží se o jejich systematické matematické zpracování a o vyšetření jejich vztahů k jiným matematickým pojmům. Obsahují tedy hlavně výsledky matematické, jejichž bezprostřední lingvistická interpretace nebývá vždy patrná. Práce toho druhu píší většinou matematikové.

Sborník Prague Studies in Mathematical Linguistics je věnován především pracím první skupiny, tedy pracím užívajícím standardních matematických metod. Pro matematického čtenáře tedy nemá smyslu popisovat tyto metody podrobně. Zaměříme se proto většinou jen na stručnou formulaci řešených problémů.

Matematická lingvistika se většinou dělí podle povahy matematických prostředků, jichž bylo při řešení lingvistických problémů použito, na lingvistiku statistickou neboli kvantitativní, lingvistiku strojovou a lingvistiku algebraickou. Strojová lingvistika, jejíž podstatou je užití počítačů k řešení lingvistických problémů, v tomto sborníku téměř schází, ačkoliv v minulých svazcích byla zastoupena; práce K. Paly, která sem náleží, je zařazena mezi příspěvky z algebraické lingvistiky. Příspěvky sborníku jsou tedy rozděleny na dvě části: kvantitativní lingvistiky se týká 9 příspěvků, algebraické 7 příspěvků.

Všimneme si nyní problémů kvantitativní lingvistiky, jež jsou ve sborníku řešeny. M. Těšitelová v práci „*On the statistical choice of language material for the purposes of lexical analysis*" (O statistickém výběru jazykového materiálu pro účely lexikální analýzy), str. 9—33, si všímá poměru počtu nových slov k počtu slov, která se v textu vyskytla již dříve. Ukazuje se, že při pozorování textu o celkovém rozsahu 5000 slov je počet nových slov vyšší nežli počet slov opakovaných v krátkých počátečních úsecích textu; vyrovnání nastává v počátečním úseku textu o délce zhruba 1000 slov v textu beletristickém a zhruba 500 slov v textu odborném. Dále vyšetřovala, jaká část textu je pokryta 10 nejčastějšími slovy, 20 nejčastějšími slovy, 30 nejčastějšími slovy a 100 nejčastějších slov. Konečně sledovala počet slov s frekvencí $1, 2, \ldots, 10$ a $\geqq 11$ v různých textech. Výsledky jsou zachyceny tabulkami a grafy. J. Krámský v příspěvku „*A contribution to the investigation of the frquency of occurrence of nominal and verbal elements in English*" (Příspěvek k zkoumání frekvence výskytu nominálních a verbálních prvků v angličtině), str. 35—45, zjišťuje v různých vzorcích textů různého typu procento výskytu pro podstatná jména a pro slovesa. Výsledky shrnuje do tabulek. J. V. Bečka v příspěvku „*The lexical composition of specialized texts and its quantitative aspect*" (Lexikální složení specialisovaných textů a jeho kvantitativní aspekt), str. 47—64, si všímá rozložení pomocných a plnovýznamových slov podle frekvence; mezi plnovýznamovými slovy vyznačuje a zvláště zkoumá odborné termíny. Své zkoumání založil na excerpci 70 textů ze 7 vědních oborů. Ke každému slovu přiřadil uspořádanou trojici čísel skládající se z celkové frekvence, z počtu textů, v nichž se slovo vyskytovalo, a z počtu vědních disciplin, v nichž se slovo vyskytovalo. Práce „*Statistical methods on evaluating words for indexing purposes*" (Statistické metody vyhodnocování slov pro potřeby indexování), str. 65—76, J. Helbicha popisuje způsob, jak lze ke každému slovu určitého vědního oboru přiřadit číslo vyjadřující jeho specifičnost pro tento obor. L. Klimeš napsal pro sborník článek „*An attempt at a quantitative analysis of social dialects*" (Pokus o kvantiativní analysu sociálních dialektů), str. 77—93. Vyšetřuje v něm slang horníků, poštovních zaměstnanců, železničářů, fotbalistů a středoškolských studentů. Zjišťuje v nich podstatné rozdíly zejména v tom ohledu, že poslední dva slangy obsahují veliký počet synonym ve srovnání s ostatními. (Synonyma jsou různá slova téhož významu.) Ukázal dále, že studentský slang podléhá poměrně rychlým časovým změnám, zatím co slang horníků je relativně stálý. J. Kraus v článku „*On the stylistical-semantic* *analysis of adjectives in journalistic style* (*a quantitative approach*)" (O stylisticko-sémantické analyse adjektiv v novinářském stylu (kvantiativní přístup)), str. 95—106, použil známé Waringovy-Herdanovy formule k výpočtu pravděpodobnosti, že adjektivum se v daném textu vyskytne právě n-krát. Srovnával v daném vzorku nalezené hodnoty s hodnotami podle této formule vypočtenými. Srovnával dále výskyt adjektiv v novinářském stylu s jejich výskytem v normálním českém textu. Článek L. UHLÍŘOVÉ má název „*On the quantitative analysis of clause and utterance in Czech*" (O kvantitativní analyse věty a výpovědi v češtině), str. 107—128. Studuje se v něm především poloha jednotlivých větných členů ve větě; ukazuje se např., že v převážné většině českých vět je podmět na prvním místě. M. KÖNIGOVÁ v práci „*Application of dichotomous algebra in syntax*" (Aplikace dichotomické algebry v syntaxi), str. 129—140, dichotomickou algebrou rozumí pravděpodobnostní pole takové, že existuje konečný počet jevů $A_1, A_2, \ldots, A_n$ s touto vlastností: Každý jev pole lze vyjádřit ve tvaru $A_1^{i_1} \cap A_2^{i_2} \cap \ldots \cap A_n^{i_n}$, kde $i_j = 0$ nebo $i_j = 1$ a $A_i^1 = A_i$ a A_i^0 je komplement A_i. Tento model se aplikuje na věty a jejich klasifikaci podle jistých znaků. Konečně poslední práce z kvantitativní lingvistiky je od M. LUDVÍKOVÉ a má název „*Some quantitative aspects of the Czech syllable*" (Některé kvantitativní aspekty české slabiky), str. 141—154. Autorka roztřídila slabiky podle začáteční (koncové) hlásky a pro každou z těchto tříd určila její frekvenci. Dvě slabiky mají týž typ, jestliže jsou stejně dlouhé a jestliže na sobě odpovídajících místech mají obě současně souhlásku nebo obě současně samohlásku. Autorka našla jednotlivé typy českých slabik a určila jejich frekvenci.

Všimneme si nyní obsahu prací z algebraické lingvistiky. M. NOVOTNÝ v článku „*On some relations defined by languages*" (O některých relacích definovaných pomocí jazyků), str. 157—170, chápe jazyk jako uspořádanou dvojici (V, L), kde V je množina a L libovolná podmnožina volného monoidu V^* nad V. Pro $x \in V^*$ klade $x \in \nu(V, L)$, existují-li $u, v \in V^*$ tak, že $uxv \in L$; pro $x, y \in V^*$ klade $(x, y) \in> (V, L)$, jestliže při každém $u, v \in V^*$ z podmínky $uxv \in L$ plyne $uyv \in L$. Konečně definuje relaci $\equiv(V, L) = >(V, L) \cap (>(V, L))^{-1}$. Autor úplně charakterisoval tyto tři relace algebraickými prostředky v rámci teorie pologrup. Tyto relace jsou v algebraické lingvistice důležité, neboť slouží k definici konfigurací jazyků. V práci „*Two functions of context-free grammar*" (Dvě funkce nekontextové gramatiky), str. 171—176, upozorňuje L. NEBESKÝ na nesnáze, které plynou z požadavku Chomského, aby přirozený jazyk byl generován nekontextovou gramatikou a aby zároveň frázové ukazatele (v intuitivním slova smyslu) byly definovány nekontextovou gramatikou. Autor ukazuje na příkladě, že oba požadavky nelze obecně splnit touž nekontextovou gramatikou. V práci „*The generative description of language*" (Generativní popis jazyka), str. 177—190, podává J. HORECKÝ přehled pravidel, která vystupují v generativní gramatice slovenštiny. E. BENEŠOVÁ v článku „*On the semantic description of verbal modality*" (O semantickém popisu slovesné modality), str. 191—214, nachází všechny možné významy modálních sloves v češtině a podává jejich přehled. Další článek zařazený do oddílu „Algebraická lingvistika" napsala S. MACHOVÁ. Článek má název „*The adverbial of cause in a generative description of Czech*" (Příslovce příčiny v generativním popisu češtiny), str. 215—228, a je příspěvkem ke generativnímu popisu češtiny ve smyslu P. Sgalla. K. PALA v práci „*On some conflicts between grammar and poetics*" (O některých konfliktech mezi gramatikou a poetikou), str. 229—240, vyšetřuje situaci, kdy věty generované nekontextovou gramatikou, splňují jisté požadavky kladené na básnický jazyk. Nejsou-li tyto požadavky splněny, dochází ke konfliktu. Autor navrhuje algoritmus vedoucí k odstranění těchto konfliktů. O. SECHSER v článku „*A note on the substitution of one document retrieval language into another document retrieval language*" (Poznámka o substituci selekčního jazyka do jiného selekčního jazyka), str. 241—254, se zabývá dvojicí selekčních jazyků a popisuje operaci substituce pro dvojici takových jazyků. Popis je ilustrován na konkrétním případě.

Obsah sborníku dává dobrý přehled o práci lingvistů v matematické lingvistice u nás.

Miroslav Novotný, Brno

Derek J. S. Robinson: FINITENESS CONDITIONS AND GENERALIZED SOLUBLE GROUPS Part I and II. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Band 62 und 63. Springer Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1972. Part I str. XVI + 210, cena DM 48,—, Part II str. XIV + 254, cena DM 64,—.

Ve sbírce Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, kterou vydává nakladatelství Springerovo od roku 1932, vyšla obsáhlá monografie o podmínkách konečnosti v grupách a o zobecněných řešitelných grupách od Dereka J. S. Robinsona. Vyšetřování tohoto druhu problémů sahají až k samým počátkům abstraktní teorie nekonečných grup, k Otto Juljeviči Šmidtovi a pak ke škole A. G. Kuroše v Moskvě. A. G. Kuroš a jeho skupina shrnula výsledky dosažené v tomto oboru za necelých 15 let od konce války do tří velkých referujících monografií: Úsp. mat. nauk *2*, č. 3, (1947) 18—59, *13*, č. 4, (1958) 89—172, *14*, č. 5, (1959) 45—96. Mimoto vyšly ještě později dvě nebo tři malé sovětské monografie, týkající se však vždy jen speciálních úseků. Po válce se ve světě v této oblasti velmi intenzívně pracovalo. Byly vybudovány celé teorie různých tříd grup do této oblasti patřících. Tyto teorie souvisely jedna s druhou v mnohých bodech, v jiných bodech se opět od sebe lišily. To vše je uloženo v množství vědeckých článků roztroušených po matematických časopisech. Proto je velmi záslužné, že celé toto odvětví bylo systematicky a podrobně vyloženo v monografií Robinsonově.

Sbírka „Ergebnisse" má během několika desetiletí své existence ustálený charakter výkladu. Jednotlivé svazky podávají ucelený přehled nějaké matematické disciplíny s pokud možno nejnovějšími výsledky. Dále obsahují i stručné důkazy všech vět důležitých pro vykládanou teorii a velmi podrobnou bibliografii. Tento ráz zachovává i Robinsonova monografie. Výsledky jsou formulovány ve větách, za nimiž následují sice stručné, ale úplné důkazy. Jen u vedlejších výsledků nebo u výsledků, na něž není v dalším navazováno, jsou místo důkazů odkazy na literaturu, jejíž seznam na konci knihy má 46 stránek. Důkazy nutno ovšem velmi pečlivě čísti, neboť jsou formulovány stručně a pro zkrácení výkladu užívají ve velké míře symboliku, která je vyložena v přehledu na začátku knihy a někdy i v textu, je-li užíváno příslušného značení jen v jednom paragrafu. Seznam symbolů je otištěn na začátku každého dílu. Do přehledu je třeba při četbě stále nahlížet, neboť si nelze všechny symboly pamatovat. To sice při čtení zdržuje, ale jinak nebylo by možno docílit v důkazech dosti velké stručnosti a objem knihy by neúnosně vzrostl. Výsledkům ve větách dá se rozumět při znalosti definicí a symbolů bez znalosti důkazů. Kniha předpokládá znalost základů obecné teorie grup tak, jak ji zná dnes každý algebraik. Nepředpokládá nic z homologické algebry nebo z teorie kategorií. Ostatně těchto dvou disciplín autor téměř neužívá.

1. kapitola nazvaná „*Základní pojmy z teorie nekonečných grup*" má úvodní charakter a týká se obecné teorie grup, nikoliv vlastní látky knihy. Kniha vyšetřuje různé třídy grup. Pod třídou rozumí autor každou třídu $\mathfrak{A}$, která obsahuje jednotkovou grupu a s každou grupou i všechny grupy s ní izomorfní. Je definována jednou nebo více grupovými vlastnostmi, které musí splňovat všechny grupy třídy. Je jasné, že můžeme vyšetřovat buď třídy nebo vlastnosti, kterými jsou třídy definovány. To autor též střídavě dělá. Příklady: grupy konečné, grupy konečně generované, grupy periodické (torzní), grupy Abelovy atd. Pro třídy grup se zavádí pojem operace jakožto zobrazení φ, které přiřazuje každé třídě grup $\mathfrak{A}$ jednoznačně určenou třídu grup $\mathfrak{A}\varphi$. Přitom požadujeme, aby toto zobrazení φ bylo pro inkluzi izotonní tj. aby platilo

(1) $$\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B} \Rightarrow \mathfrak{A}\varphi \subseteq \mathfrak{B}\varphi .$$

V moderní algebře hrají velmi důležitou roli uzávěrové operace tj. operace φ, které kromě (1) jsou ještě extenzívní

$$\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}\varphi$$

a idempotentní

$$(\mathfrak{A}\varphi)\, \varphi = \mathfrak{A}\varphi .$$

Je-li φ uzávěrová operace, pak třídy $\mathfrak{A}$, pro něž platí $\mathfrak{A}\varphi = \mathfrak{A}$, se nazývají uzávřené pro operaci φ. Odtud plyne, že $\mathfrak{A}\varphi$ je vždy nejmenší třída, která obsahuje třídu $\mathfrak{A}$ a je pro φ uzavřená. $\mathfrak{A}\varphi$ se pak nazývá uzávěr (φ - uzávěr) třídy $\mathfrak{A}$. Příkladem takových uzávěrových operací je na příklad to, že k dané třídě přidáme pro každou její grupu i všechny podgrupy této grupy. To je uzávěrová operace. Dostaneme tak třídu uzavřenou pro podgrupy. Jiné takové uzávěrové operace jsou: přidání všech epimorfních (homomorfních) obrazů grup ve třídě, přidání všech kartézských součinů grup ze třídy. Třídy grup, které jsou uzavřené pro všechny tři právě uvedené operace se nazývají variety (varieties, mnogoobrazija, Manigfaltigkeiten).

Buď $\mathfrak{A}$ nějaká třída grup. Důležitým pojmem je lokální $\mathfrak{A}$-třída. Robinson ji definuje podle D. H. McLaina jakožto třídu takových grup, v nichž každá konečná množina prvků je obsažena v nějaké podgrupě, která patří do třídy $\mathfrak{A}$. To je definice poněkud obecnější, než je definice. která se obvykle v teorii grup užívá. Podle ní lokální $\mathfrak{A}$-třída je třída grup, v nichž každá konečně generovaná podgrupa patří do třídy $\mathfrak{A}$. Jako příklady uveďme třídy: lokálně konečných grup, lokálně Abelových grup, lokálně nilpotentních grup.

Máme-li dánu grupu G, můžeme v množině všech podgrup z G vytknout různé její části. Nejdůležitější z nich jsou množina všech normálních podgrup a množina všech subnormálních podgrup. Podgrupa H v G je subnormální podgrupa, když existuje konečný řetězec podgrup

(2) $$G = G_0 \rhd G_1 \rhd G_2 \rhd \ldots \rhd G_r = H\,,$$

v němž každá podgrupa je normální podgrupou v předcházející podgrupě.

Kapitola jedná dále o řadách podgrup (subgroup series). Stručně můžeme říci, že řada je množina podgrup, která obsahuje G a podgrupu jednotkovou U a která je lineárně uspořádaná. Přitom požadujeme, aby uspořádání bylo úplné (bez mezer) a aby ve skocích každá dolní podgrupa skoku byla normální podgrupou v horní podgrupě skoku. Speciálnější případ je rostoucí (transfinitní) řada (ascending series). Je to řada, která je inkluzí vzestupně dobře uspořádaná. Duálně se definuje klesající (transfinitní) řada (descending series). Můžeme dále požadovat, aby všechny podgrupy řady měly stanovené vlastnosti, např. byly normální. Často se požaduje, aby faktorové grupy $G_\lambda/G_{\lambda+1}$ skoků $G_\lambda \rhd G_{\lambda+1}$ měly předepsané vlastnosti, byly např. konečné, Abelovy, torzní atd. Omezíme-li se jen na konečné řady, dostáváme řady subnormální, které mají tvar

(3) $$G = G_0 \rhd G_1 \rhd \ldots \rhd G_{r-1} \rhd G_r = U\,.$$

Řadu, která není vlastní částí jiné řady se stejnými vlastnostmi, nazývá autor kompoziční řadou.

Nyní můžeme definovat, co autor rozumí podmínkou konečnosti. Je to každá vlastnost teoretickogrupová, kterou mají všechny konečné grupy. Takovou vlastností je na příklad vlastnost mít konečný počet generátorů, být grupou periodickou (torzní), mít konečnou kompoziční řadu nebo vlastnost, že podgrupy grupy splňují maximální nebo minimální podmínku (Max nebo Min) nebo splňují podmínky obě. Max (Min) znamená, že každá množina podgrup grupy má maximální (minimální) podgrupy. Další konečné vlastnosti dostaneme, když podmínku Max nebo Min vztáhneme jen na podgrupy mající jisté vlastnosti (na příklad na normální podgrupy). Můžeme též říci, že třída podgrup $\mathfrak{A}$ definovaná pomocí podmínek konečnosti je každá třída, která obsahuje třídu konečných grup $\mathfrak{F}$ tj. pro kterou platí

(4) $$\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{A}\,.$$

2. kapitola nazvaná „*Řešitelné a nilpotentní grupy*“ patří vlastně ještě do obecné teorie grup. Jedná nejdříve velmi přehledným způsobem o komutátorech a o počítání s nimi. Komutátor grupy G je prvek

(5) $$[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy\,, \quad x, y \in G\,.$$

Podgrupa generovaná v G všemi komutátory, se nazývá komutant G' (commutator subgroup), lépe řečeno první komutant, značení $[G, G]$. Utvoříme-li komutant $G'' = [G', G']$ grupy G', dostaneme druhý komutant. Tento postup můžeme transfinitně pokračovat, dokud $G^{(\alpha+1)} \neq G^{\alpha}$. Dostaneme tak transfinitní klesající posloupnost komutantů

$$(6) \qquad G = G^{(0)} \supseteqq G^{(1)} \supseteqq G^{(2)} \supseteqq \ldots \supseteqq G^{(\alpha)} \supseteqq \ldots$$

Zde platí $G^{(\lambda)} = \bigcap_{\alpha < \lambda} G^{(\alpha)}$ pro limitní λ. Všechny tyto podgrupy jsou úplně charakteristické. Jsou-li H a K dvě podgrupy grupy G, pak jejich vzájemný komutant $[H, K]$ je podgrupa generovaná všemi komutátory (5), kdež $x \in H$, $y \in K$.

Grupa G se nazývá řešitelná, má-li aspoň jednu subnomrální řadu (3), v níž všechny grupy faktorové G_{i-1}/G_i jsou Abelovy. To nastává právě tehdy, je-li klesající řada komutantů konečná a končí jednotkovou podgrupou U. Grupa G se nazývá nilpotentní, když klesající transfinitní řada vzájemných komutantů (dolní centrální řada)

$$(7) \qquad G = \gamma_0(G) \supset \gamma_1(G) = [G', G] \supset \ldots \supset \gamma_{\alpha+1}(G) = [\gamma_\alpha(G), G] \supset \ldots$$

je konečná a končí U. To nastává právě tehdy, když stoupající transfinitní řada (horní centrální řada)

$$(8) \qquad \zeta_0(G) = U \subset \zeta_1(G) \subset \zeta_2(G) \subset \ldots$$

je konečná a končí celou grupou G. Zde značí $\zeta_1(G) = \zeta(G)$ centrum grupy G a $\zeta_{\alpha+1}(G)/\zeta_\alpha(G)$ je centrum grupy $G/\zeta_\alpha(G)$. V tomto případě mají řady (7) a (8) stejnou délku. Třída nilpotentních grup je vlastní podtřída třídy grup řešitelných. Připomeňme, že obě třídy nejsou třídy s podmínkami konečnosti.

Vlastní vyšetřování grup s podmínkami konečnosti počíná 3. kapitolou, která jedná o grupách, které splňují maximální podmínku (Max) nebo minimální podmínku (Min) pro podgrupy. O těchto dvou třídách je celkově ještě málo známo, ačkoliv různí autoři je velmi intenzívně vyšetřovali. To platí i o podmínce Min, která daleko silněji omezuje grupy než podmínka Max. V kapitole jsou vyšetřovány i třídy grup, které splňují Max nebo Min pro speciální třídy podgrup, jako jsou podgrupy subnormální, normální nebo Abelovy. 4. kapitola jedná o grupách, které jsou definovány tím, že požadujeme jisté podmínky konečnosti pro třídy konjugovaných prvků. Uvedu zde jen tak zvané grupy FC, tj. grupy, v nichž každá třída konjugovaných prvků je konečná. Takové podmínky jsou dále kombinovány ještě s jinými podmínkami konečnosti.

Poslední 5. kapitola první části jedná o podmínkách konečnosti týkajících se normálních a subnormálních podgrup, tj. o podmínkách Max a Min pro normální nebo subnormální podgrupy, po případě Max a Min pro různé podtřídy těchto tříd podgrup. V kapitole je přitom věnována značná pozornost nekonečným jednoduchým grupám.

Druhá část knihy začíná touto definicí: Buď $\mathfrak{A}$ nějaká třída grup, třída $\mathfrak{B}$ zobecněných $\mathfrak{A}$-grup je třída taková, že každá konečná $\mathfrak{B}$-grupa je $\mathfrak{A}$-grupou, tj., je to třída $\mathfrak{B}$, pro niž platí

$$(9) \qquad \mathfrak{F} \cap \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B}\,.$$

Třída zobecněných konečných grup je třída, která splňuje nějakou podmínku konečnosti. Rovněž každá třída, která splňuje lokálně nějakou podmínku konečnosti $\mathfrak{A}$, je zobecněná $\mathfrak{A}$-třída.

Kapitola 6. pojednává o zobecněných nilpotentních grupách. Požadujeme-li na příklad, aby grupa měla transfinitní klesající řadu (7), která končí U, nebo aby měla stoupající transifinitní řadu (8), která končí G, dostaneme dvě od sebe různé velmi významné zobecněné nilpotentní třídy. O tom, kdy z platnosti jedné z těchto dvou podmínek plyne druhá, je velmi málo známo.

Kapitola 8. je věnována třídám zobecněných řešitelných grup a pak tak zvaným lokálním teorémům. Třída $\mathfrak{A}$, která je totožná s lokální $\mathfrak{A}$-třídou, nazývá se lokálně uzavřená. Teorém o tom, že daná třída je lokálně uzavřená, nazývá se lokální teorém. Malcev vymyslil první důmyslnou metodu pro důkazy, že daná třída je lokálně uzavřená. Jiné metody sestrojili Kuroš, McLain, Cleave.

Kapitola 9. jedná o třídě residuálně konečných grup, tj. o třídě $R\mathfrak{F}$, pro niž platí: Je-li $G \in R\mathfrak{F}$ a $N_\lambda \lhd G$, $\lambda \in \Lambda$, $G/N_\lambda \in \mathfrak{F}$, pak i $G/\bigcap_{\lambda \in \Lambda} N_\lambda \in \mathfrak{F}$. ($\mathfrak{F}$ třída konečných grup). Konečně poslední 10. kapitola vyšetřuje podrobně nekonečné řešitelné grupy.

Je velmi záslužné, že byl shrnut v jedné velké monografii obor, který nebyl monograficky zpracován déle než 15 let. Velkou předností knihy je rozvržení látky, které je velmi soustavné a logické. Kniha vyniká tím, že zavádí přesné definice tam, kde dosud se jen neurčitě naznačovalo. Je to zvláště definice podmínek konečnosti (4) a definice zevšeobecněné třídy grup (9). Dříve se na příklad říkalo, že třída definovaná podmínkami konečnosti je třída, která je nějakým způsobem blízká konečným grupám, což ovšem není žádný matematický výrok. Kniha v každém paragrafu uvádí hned to, co ještě není o věci známo a často odhaduje i obtížnost řešení příslušných problémů. V knize je konstruována řada zajímavých příkladů. Jak jsem již řekl v úvodě, četba knihy není lehká. Bude však nezbytná pro ty, kteří budou chtít pracovat v oblasti teorie grup, o níž kniha pojednává. Ale i pro pracovníky v jiných oblastech teorie grup lze najít v knize mnoho příkladů, které pro jejich vyšetřování mohou sloužit jako příklady pro opak. Další takové příklady dají se metodami v knize vyloženými sestrojovat. Domnívám se proto, že kniha má velkou důležitost i obecně pro abstraktní teorii grup. V teorii grup se v přítomné době provádí značná přestavba terminologie. Některé názvy zděděné z minulosti se nahrazují v mnohých moderních knihách názvy novými tak, aby názvosloví bylo systematické a název více vystihoval jím definovaný pojem. Zde autor zůstal jen na polovině cesty. Z prací, které vznikly na území naší republiky, jsou v knize citovány práce Dlabovy a Kořínkovy.

Vladimír Kořínek, Praha

Carl Faith: ALGEBRA: RINGS, MODULES AND CATEGORIES I (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 190), Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1973, XVIII + 565 strán, 54,— DM.

Táto kniha je prvým sväzkom dvojdielnej učebnice venovanej teórii okruhov, modulov a kategórií. Z výberu látky a z metódy výkladu je vidieť, že autor kladie približne rovnaký dôraz na klasické vety o štruktúre okruhov (porov. napr. knihu Jacobsonovu „*Structure of rings*“) a na metódy homologickej algebry a teórie kategórií; svojím zameraním leží teda Faithova kniha asi uprostred medzi citovanou knihou Jacobsonovou a knihou „*Homological algebra*“ Cartana a Eilenberga.

Obsah knihy je nasledujúci. Úvodná časť (42 strán) pojednáva o axiomatike Zermelo-Fraenkelovej teórie množín, o binárnych reláciách, čistatočne usporiadaných množinách a sväzoch, a o kardinálnych a ordinálnych číslach. Ďalší text knihy je rozdelený na štyri časti.

Časť I (283 strán) má názov „*Úvod do operácií: monoid, pologrupa, grupa, kategória, okruh a modul*“. Má 6 kapitol. Prvá kapitola obsahuje základné definicie a vlastnosti pologrúp, grúp a kategórií. Z názvov ďalších kapitol uveďme: súčiny a kosúčiny, okruh a modul, projektívne moduly a štruktúra jednoduchých Noetherovských okruhov, algebry, abelovské kategórie.

Názov časti II je „*Štruktúra Noetherovských poloprostých okruhov*“ (85 strán); táto časť sa skladá z kapitol: Obecné Wedderburnove vety, Polojednoduché moduly a homologická dimenzia, Noetherovské polojednoduché okruhy, Rády v semilokálnych okruhoch matíc.

Časť III s názvom „*Tenzorová algebra*“ (68 strán) má tri kapitoly, pojednávajúce o tenzorových súčinoch, Moritovej vete a o algebrách nad telesom.

Časť IV má názov „*Štruktúra abelovských kategórií*“ (51 strán). Skladá sa z troch kapitol, v ktorých sa preberajú Grothendieckove kategórie, podielové kategórie a torzné teórie.

Každá z týchto štyroch častí obsahuje úvodný paragraf, v ktorom sa podáva prehľad hlavných výsledkov a motivácia postupu; zároveň sa popisuje náväznosť na predošlé ako aj na nasledujúce časti knihy. V záverečných paragrafoch jednotlivých častí (prípadne aj jednotlivých kapitol) sa nachádza krátky prehľad o ďalších výsledkoch, otvorených problémoch a základných tendenciách vývinu v príslušnej oblasti. Zoznam literatúry, uvedený na konci knihy, má 13 strán. Okrem toho sa nachádzajú zoznamy literatúry aj za jednotlivými kapitolami.

Spôsob výkladu v prvej časti knihy je veľmi podrobný a dokonale metodicky premyslený (pripomínal mi — hoci ide o inú oblasť — metódu výkladu akad. Jarníka v jeho knihách Diferenciálny počet a Integrálny počet). V ďalších častiach, v ktorých sa autor snaží priviesť čitateľa až k „prvým frontovým líniám" súčasného výskumu teórie okruhov, je výklad stručnejší.

Celkove možno knihu charakterizovať ako veľmi zdarilú a doporučiť ju ako učebnicu pre študentov a ašpirantov aj ako užitočnú príručku pre špecialistov v oblasti teórie okruhov a kategórií.

Ján Jakubík, Košice

Ivan Singer: BASES IN BANACH SPACES I, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 154). Stran VIII + 668. Cena DM 112,—; US $ 30.80.

Toto objemné dílo podává velmi podrobně výsledky, metody a problémy inspirované přes čtyřicet let odolávajícím problémem Schauderových basí. Je v něm shrnuto mnoho materiálů obsažených dosud jenom v časopisech.

První díl, který vyšel v r. 1970, sestává ze dvou obšírných kapitol. Prvá pojednává o vlastnostech basí v obecných i konkrétních prostorech. Autor správně tušil (str. 109), že bude existovat separabilní Banachův prostor bez Schauderovy base, a tak v jednom paragrafu též formuluje postačující podmínky pro takový prostor. O některých důležitých prostorech však stále není rozhodnuto, zda mají basi. Jiný paragraf se zabývá nejlepšími aproximacemi v prostorech s basí. V druhé kapitole jsou diskutovány speciální třídy basí. Věty jsou uvedeny samozřejmě i s důkazy a geometrická povaha věcí je často zřetelná.

Obsah monografie tohoto druhu lze stěží plně vyjádřit byť jenom názvy jednotlivých paragrafů (v nynějším prvém díle je jich celkem pětačtyřicet). Obě kapitoly jsou však komentovány historickými a dalšími poznámkami s příslušnými odkazy, které umožní čtenáři lépe do knihy proniknout a najít v ní řadu zajímavých výsledků i dosud neřešených problémů. Kniha končí bibliografií (276 titulů), přehledem označení a rejstříkem autorským i věcným. Bylo by dobře, kdyby druhý díl obsahoval kromě slíbených kapitol (týkajících se zobecnění pojmu base, aplikací ve studiu struktury Banachových prostorů a některých vlastností basí v konkrétních prostorech) též nejnovější výsledky a problémy, které vznikly od r. 1972 v souvislosti s rozřešením aproximačního problému.

Závěrem budiž poznamenáno, že r. 1969 vydal J. T. Marti knihu *Introduction to the Theory of Bases* (rovněž Springer-Verlag), která vzhledem k střízlivějšímu výběru látky může býti vhodným úvodem do této oblasti funkcionální analysy. Předběžná znalost problematiky usnadní pak orientaci v Singerově monografii.

Jaroslav Zemánek, Praha

Karel Rektorys a spolupracovníci: PŘEHLED UŽITÉ MATEMATIKY. Třetí, nezměněné vydání. SNTL, Praha 1973. 1140 stran, 404 obrázky. Cena Kčs 99,—.

Kdyby se vedla dlouhodobá tabulka matematických bestsellerů, zaujímala by v ní jistě přední místo posuzovaná publikace. Vždyť tímto třetím vydáním dosáhl její celkový náklad na naše poměry úctyhodného čísla — 35 600 výtisků (1. vydání — 1963 — 10 200 výtisků; 2. vydání — 1968 — 15 200 výtisků; 3. vydání — 1973 — 10 200 výtisků), nemluvě o vydání anglickém, které vyšlo v roce 1969 v koedici s nakladatelstvím Iliffe Books Ltd, London.

Zdá se, že žádné z předchozích vydání nebylo v tomto časopise recenzováno; připadalo by mi však značně formální psát recenzi nyní, tak říkajíc k 10. výročí jejího prvního vydání (či spíše — vzhledem k známým lhůtám našich matematických časopisů — k výročí dvanáctému). O užitečnosti této knihy svědčí její náklad a lze bez újmy na obecnosti předpokládat, že většina čtenářů tohoto časopisu ji už měla v rukou, ví, co v ní je obsaženo, atd. Nezbývá tedy než složit poklonu K. Rektorysovi, který se nejen podstatnou měrou podílí na knize autorsky (napsal $15\frac{1}{2}$ kapitoly z celkového počtu 35 kapitol), ale dokázal také zorganizovat a koordinovat činnost osmnáctičlenného autorského kolektivu. Která z těchto dvou činností asi byla těžší?

Nyní už můžeme jen čekat, v jakém nákladu vyjde v roce 1978 vydání čtvrté a jaká bude jeho cena; 1. vydání stálo 82,— Kčs, druhé 92,—Kčs a třetí 99,— Kčs.

Alois Kufner, Praha

Allan M. Krall: LINEAR METHODS OF APPLIED ANALYSIS. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Reading, Massachusetts 1973, XLV + 706 stran.

Základní představu o obsahu této knihy poskytne soupis názvů jednotlivých kapitol: 1. Některé nerovnosti, 2. Lineární prostory a lineární operátory, 3. Věty o existenci a jednoznačnosti, 4. Lineární obyčejné diferenciální rovnice, 5. Obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu, 6. Stoneova-Weierstrassova věta, 7. Hilbertovy prostory, 8. Lineární operátory v Hilbertově prostoru, 9. Kompaktní operátory v Hilbertově prostoru, 10. Speciální funkce, 11. Fourierův integrál, 12. Singulární Sturmova-Liouvilleova úloha, 13. Úvod do parciálních diferenciálních rovnic, 14. Distribuce, 15. Laplaceova rovnice, 16. Rovnice pro vedení tepla, 17. Vlnová rovnice. Připojeny jsou dva dodatky: 1. Spektrální reprezentace neohraničeného samoadjungovaného operátoru a 2. Odvození rovnice pro vedení tepla, vlnové rovnice a Laplaceovy rovnice.

Jak je vidět z výčtu kapitol, jde o knihu s velmi širokým záběrem. Nejde však o vědeckou monografii. Dalo by se (podle našich zvyklostí) říci, že kniha je konglomerátem několika vysokoškolských skript, přičemž je k jednotnému výkladu podstatně využito to, co je jednotlivým tématům společné. Ten, kdo by v knize hledal aplikace (v tom smyslu jak se o nich obvykle mluví) bude zklamán. Autor sám v předmluvě píše, že knihu psal z hlediska matematika a ne z hlediska fyzika nebo inženýra. K tomu, aby bylo možné výsledky použít při aplikacích, je třeba studovat zvlášť ještě fyziku nebo techniku. Název je pro celou knihu příznačný, jde o metody aplikované matematiky a ne o aplikovanou matematiku.

Pokud jde o samotné obory z jednotlivých kapitol, jsou o každém z nich uvedena základní fakta. Výklad nejde do přílišných detailů a hloubek, využívá moderních postupů, jednotících hledisek funkcionální analýzy a je v tomto smyslu progresivní.

Kniha je vydána fotografickým reprodukováním autorovy — s velkou péčí provedené — rukopisné předlohy.

Učitelům matematiky (např. na technikách) by kniha mohla dobře posloužit k základní informaci o moderním pojetí výkladu aplikovatelné lineární matematiky. V každém případě je v ní vymezeno, podle mého názoru, minimum znalostí z lineární matematiky, které by každý učitel matematiky na technice měl bezpodmínečně ovládat a které by každý absolvent fyziky nebo techniky mohl při své práci používat.

Štefan Schwabik, Praha

F. a *R. Nevanlinna:* ABSOLUTE ANALYSIS. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973, 270 str., cena 88,— DM.

Kniha je zaměřena jako systematický výklad základů pro obecný infinitezimální počet, který je fundován „absolutně" — bez souřadnic, nezávisle na dimensi vektorových prostorů.

Tento přístup k analýze má svůj původ v moderní funkcionální analýze a jeho využití v klasické analýze vede k jisté jednotě pohledu a jednoduchosti výkladu, odhaluje algebraickou strukturu analýzy. Výklad v knize je sice redukován na teorii v konečně mnoha proměnných, „absolutnost" výkladu však vede k tomu, že výsledky lze přímo, nebo po nepatrných modifikacích, přenést také na případ nekonečně dimenzionálních prostorů (Hilbertův, resp. Banachův prostor).

Výklad v knize je rozvržen do šesti kapitol. První kapitola má úvodní charakter a je věnována lineární algebře. Je zpracována z hlediska potřeb analýzy, která je předmětem dalších kapitol. Mluví se zde o simplexech, multilineárních funkcích a metrizaci afinních prostorů.

Vlastní analýza začíná druhou kapitolou, která nese název Diferenciální počet. Je zaveden pojem derivace a diferenciálu funkce způsobem známým z funkcionální analýzy (Gâteaux, Fréchet). Je pojednáno o Taylorově formuli, větě o střední hodnotě. Velká pozornost je věnována implicitním funkcím. Třetí kapitola se zabývá integrálním počtem. Ústředním bodem této kapitoly je afinní integrál z alternujícího diferenciálu přes omezený simplex; integrál je definován podobně jako Riemannův integrál (v podstatě jde o integrál Grassmanova typu z vnější diferenciální formy). Je uvedena Stokesova věta.

Čtvrtá kapitola je nazvána Diferenciální rovnice. Zde jsou vyšetřovány normální systémy (rovnice s jednou nezávisle proměnnou, tj. obyčejné diferenciální rovnice), obecné rovnice 1. řádu (nezávisle proměnných je více, tj. jde o parciální diferenciální rovnice 1. řádu) a lineární rovnice 1. řádu. Zde obzvláště vynikne jednotící schopnost absolutního přístupu k analýze.

Teorie křivek a m dimenzionálních ploch v n dimenzionálním, resp. $m + 1$ dimenzionálním prostoru je uvedena v páté kapitole. Zde je také „nesouřadnicové" podání tenzorového počtu, který je nutný pro teorii křivek a ploch.

Závěr knihy tvoří informativní a přehledná kapitola o afinní diferenciální geometrii a riemannovské geometrii.

Štefan Schwabik, Praha

Horst Schubert: CATEGORIES. Vydalo nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Cena 93 DM, stran XI + 386, cena 93,— DM.

Tato kniha, která vyšla mimo obvyklé Springerovy matematické řady, je rozšířeným překladem (pořízeným Evou Grayovou) dvoudílných *Kategorien* z Heidelberger Taschenbücher 65, 66. Rozšíření se týká hlavně toho, že pro anglické vydání byl připsán nový jedenadvacátý odstavec.

Obsah knihy lze nejlépe stručně charakterizovat názvy a rozsahem jednotlivých odstavců: 1. Categories (1—5). 2. Functors (15). 3. Categories of categories and categories of functors (24). 4. Representable functors (32). 5. Some special objects and morphisms (36). 6. Diagrams (44). 7. Limits (61). 8. Colimits (68). 9. Filtered colimits (79). 10. Setvalued functors (95). 11. Objects with an algebraic structure (108). 12. Abelian categories (122). 13. Exact sequences (138). 14. Colimits of monomorphisms (151). 15. Injective envelopes (165). 16. Adjoint functors (186). 17. Pairs of adjoint functors between functor categories (218). 18. Principles of universal algebra (255). 19. Calculus of fractions (289). 20. Grothendieck topologies (318). 21. Triples (372).

Z autorovy předmluvy se dovídáme, že kniha je zamýšlena jako učebnice. Skutečně je také výklad velmi podrobný; i když motivace je zde diskutována méně podrobně než v jiných podobných knihách, najde se tu poměrně mnoho objasňujících poznámek a hlavně hodně cvičení.

Ilustrující příklady jsou vzaty hlavně z algebry; analytici se budou nadále těšit na knihu o kategoriích, kde se bude hovořit také např. o dynamických systémech, ergodické teorii nebo harmonické analýze.

Karel Karták, Praha