RECENSE

Philip J. Davis: INTERPOLATION AND APPROXIMATION. Blaisdell Publishing Company, New York, Toronto, London, 1963.

Kniha obsahuje 14 kapitol a dodatok. Prvá kapitola je úvodna. Sú v nej zhrnuté niektoré vety a definície z lineárnej algebry, z teórie funkcií a z funkcionálnej analýzy.

Druhá kapitola pojednáva o interpolácii. Ukazuje sa tu, že pre n-rozmerný lineárny priestor X a lineárne funkcionály $L_1, L_2, \ldots, L_n$ na X interpolačný problém $L_i(x) = w_i$ pre $i = 1, 2, \ldots, n$ má riešenie pre ľubovolné $w_1, w_2, \ldots, w_n$ vtedy a len vtedy, keď $L_1, L_2, \ldots, L_n$ sú lineárne nezávislé. Vtedy je riešenie jediné. Taký systém funkcionál sa nazýva systémom majúcim interpolačnú vlastnosť. Potom sa tu vyšetrujú rôzne systémy majúce interpolačnú vlastnosť (napr. systémy pre Abel-Gončarovovu interpoláciu, pre Hermitovu interpoláciu, pre zovšeobecnenú Taylorovu interpoláciu, pre trigonometrickú interpoláciu). Ďalej sa preberá Lagrangeova interpolačná formula a Newtonova interpolačná formula.

V tretej kapitole sa pojednáva o teórii zvyškov po interpolácii. Najprv je to Cauchyov zvyšok po polynomickej interpolácii. V súvislosti s tým je venovaný jeden článok Čebyševovým polynómom. Ďalej je tu Peanova veta: Ak L je lineárny funkcionál rovnajúci sa 0 na lineárnom priestore všetkých polynómov stupňa najviac n-tého, potom pre všetky $f \in C^{n+1}\langle a, b\rangle$ ($C^{n+1}\langle a, b\rangle$ je priestor všetkých funkcií majúcich na $\langle a, b\rangle$ spojitú deriváciu ($n + 1$)-vého rádu) $L(f) = \int_a^b f^{(n+1)}(t)\, K(t)\, dt$, kde $K(t)$ je Peanove jadro. Táto veta sa potom aplikuje na prípad lineárnej interpolácie, rovnobežníkového pravidla, Euler-MacLaurinovej sumačnej formule a Simpsonovho pravidla.

Štvrtá kapitola pojednáva o konvergencii postupnosti polynómov $\{p_n(f, z)\}$ pri danej funkcii f, kde $p_n(f, z)$ je polynóm najviac stupňa n-tého, pre ktorý $p_n(f, z_{n,i}) = f(z_{n,i})$ pre $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Dokazuje sa tu veta o rovnomernej konvergencii: Nech R, S a T sú ohraničené jednoducho súvislé oblasti $R \subset S \subset T$, ktorých hranice sú C_R, C_S a C_T. Nech C_T je jednoduchá uzavretá rektifikácie schopná krivka a C_S a C_T disjunktné. Nech δ je minimum vzdialeností bodov C_R od bodov C_T a Δ maximum vzdialeností bodov C_S od bodov C_R a nech $\Delta/\delta < 1$. Nech interpolačné body $z_{n,i}$ pre $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ležia v oblasti R a f nech je analytická na $T \cup C_T$. Potom postupnosť $\{p_n(f, z)\}$ konverguje k f rovnomerne v S. V tejto kapitole uvádza sa ešte veta pre prípad, že interpolačné body tvoria takú postupnosť $\{u_k\}$, že $z_{n,i} = u_i$ pre $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Piata kapitola obsahuje Guichardovu vetu o existencii celej funkcie s predpísanými hodnotami: Nech $z_0, z_1, z_2, \ldots$ je taká postupnosť rôznych komplexných čísel, že $\lim z_n = \infty$. Nech $w_0, w_1, w_2, \ldots$ je ľubovolná postupnosť komplexných čísel. Potom existuje celá funkcia $f(z)$ taká, že $f(z_n) = w_n$ pre $n = 0, 1, 2, \ldots$. Sú tu uvedené jej dva dôkazy. Prvý sa opiera o Weierstrassovu súčinovú vetu a druhý o Pólyaovu vetu na riešenie nehomogénneho nekonečného lineárneho systému rovníc. V tejto kapitole dokazuje sa nakoniec ako aplikácia Pólyaovej vety nasledovná veta o existencii analytickej funkcie vyhovujúcej istým interpolačným podmienkam: Nech $z_1, z_2, \ldots$ je postupnosť komplexných čísel, pre ktoré $0 < |z_1| < |z_2| < \ldots$ a $\lim |z_n| = \varrho \leqq \infty$. Ku každému z_j nech sú priradené komplexné čísla $w_j^0, w_j^1, \ldots, w_j^{m_j}$. Potom existuje funkcia $f(z)$, ktorá je analytická v kruhu $|z| < \varrho$ a vyhovuje interpolačným podmienkam: $f^{(i)}(z_j) = w_j^i$ pre $i = 0, 1, 2, \ldots, m_j$ a $j = 1, 2, 3, \ldots$.

Kapitola šiesta s názvom „Rovnomerná aproximácia" zaoberá sa otázkou rovnomernej aproximácie spojitých funkcií polynómami. Sú tu zavedené Bernsteinove polynómy a dokazuje sa, že k danej funkcii rovnomerne konverguje na $\langle 0, 1 \rangle$ jej postupnosť Bernsteinových polynómov. Ďalej je tu veta, že pre každú funkciu, ktorá má na $\langle 0, 1 \rangle$ spojitú p-tú deriváciu, postupnosť p-tých derivácií jej Bernsteinových polynómov konverguje rovnomerne na $\langle 0, 1 \rangle$ k jej p-tej derivácii. V tejto kapitole sú ešte niektoré iné vlastnosti Bernsteinových polynómov. Na konci kapitoly je Stone-Weierstrassova veta pre funkcie n reálnych premenných.

Siedma kapitola pojednáva o najlepšej aproximácii. Na začiatku je definícia normovaných lineárnych priestorov a konvexných množín. Potom je formulovaný základný problém lineárnej najlepšej aproximácie a ukazuje sa existencia riešenia tohto problému. Ďalej sa tam rieši otázka jednoznačnosti. Toto sa aplikuje na priestor spojitých funkcií na $\langle a, b \rangle$ a na podpriestor polynómov stupňa najviac n. V poslednom článku tejto kapitoly zaoberá sa autor najlepšou aproximáciou pomocou racionálnych funkcií.

Kapitola ôsma začína definíciou lineárnych priestorov so skalárnym súčinom a definíciou ortogonálnych a ortonormálnych systémov. Je tu uvedená Gram-Schmidtova ortonormalizačná metóda. Ďalej je článok o Fourierovom rozvoji a článok o minimálnej vlastnosti Fourierových polynómov. V tejto kapitole pojednáva sa o Gramových maticiach a determinantoch a ich vlastnostiach. Medzi iným je tu dokazovaná Hadamardova nerovnosť pre determinanty. Pomocou Gramových determinantov sú vyjadrené ortonormálne prvky vznikajúce pomocou Gram-Schmidtovho ortonormalizačného procesu. Koniec kapitoly venuje autor otázkam súvisiacim s pojmom uzavretosti systému prvkov v lineárnom priestore so skalárnym súčinom.

Kapitola deviata majúca názov „Hilbertov priestor" začína definíciou Hilbertovho priestoru a príkladmi troch takýchto priestorov. A to: priestoru l^2 všetkých postupností $\{a_n\}$, pre ktoré $\sum |a_n|^2$ konverguje, priestoru $L^2\langle a, b \rangle$ všetkých merateľných funkcií f, pre ktoré existuje $\int_a^b |f(x)|^2 \, dx$ a priestoru $L^2(B)$, kde B je oblasť v komplexnej rovine, všetkých jednoznačných analytických funkcií f v B, pre ktoré existuje $\iint_B |f(z)|^2 \, dx \, dy$. Nasleduje pojem ohraničených lineárnych funkcionál, normy ohraničenej lineárnej funkcionály a konjugovaného priestoru. Poukazuje sa aj na to, že Hilbertov priestor je izometrický a izomorfný so svojím konjugovaným priestorom. Na konci kapitoly je jeden článok o lineárnych varietách a hyperrovinách a o otázkach interpolácie a aproximácie v Hilbertovom priestore.

Prvý článok desiatej kapitoly pojednáva o všeobecných vlastnostiach reálnych ortogonálnych polynómov. Pre polynomické jadro rádu n ortonormálneho systému dokazuje sa Christoffel-Darbouxov vzorec. Druhý článok týka sa komplexných ortogonálnych polynómov. Je tu veta o koreňoch komplexných ortogonálnych polynómov. Posledný článok tejto kapitoly obsahuje definíciu a rôzne vlastnosti Jacobiho polynómov.

Jedenásta kapitola je venovaná otázkam uzavretosti o úplnosti postupnosti prvkov v normovaných lineárnych priestoroch. Prvý článok obsahuje vety o rozširovaní lineárnych funkcionál s predpísanými vlastnosťami a vetu o ekvivalencii uzavretosti a úplnosti v lineárnych normovaných priestoroch. Druhý článok sa týka uzavretosti mocnín $1, x, x^2, \ldots$ a trigonometrického systému v priestore $L^2\langle a, b \rangle$ a ďalší článok má Müntzovu vetu o uzavretosti. Štvrtý článok sa týka uzavretosti pre analytické funkcie a piaty článok uzavretosti pre lineárne normované priestory.

Prvý článok dvanástej kapitoly obsahuje vety o konvergencii a rovnomernej konvergencii Fourierových radov. V druhom článku je uvedená Féjerova teória Fourierových radov. Tretí článok sa týká Fourierových radov periodických analytických funkcií. Štvrtý článok tejto kapitoly obsahuje vetu o konvergencii Legendreových radov. Piaty článok pojednáva o komplexných ortogonálnych rozvojoch. V poslednom článku kapitoly je definícia reprodukujúceho jadra funkcií, ďalej sú tu vety súvisiace s reprodukujúcimi jadrami a rôzne príklady na ne.

Trinásta kapitola je venovaná štúdiu miery najlepšej aproximácie; sú tu odhady pre aproximáciu Fourierovým radom, ak periodická funkcia má p-tú deriváciu a je z Lipschitzovej triedy α ($0 < \alpha \leqq 1$) a Jaksonove odhady najlepšej aproximácie pre spojitú funkciu a pre spojitú periodickú funkciu.

Štrnásta kapitola má názov „Aproximácia lineárnych funkcionál". Po úvodnom prvom článku obsahuje druhý článok Gauss-Jacobiho pravidlo pre približné integrovanie a vetu o odhade chyby pri ňom. V poslednom článku „Slabá* konvergencia" je veta o nutnej a postačujúcej podmienke pre slabú* konvergenciu a jej rôzne aplikácie na metódy približného integrovania.

Z uvedeného je zrejmé, o čom z interpolácií a aproximácií kniha pojednáva. Autor podáva problematiku z hľadiska funkcionálnej analýzy. Často ukazuje ako vety z funkcionálnej analýzy možno použiť pri riešení problematiky z teórie interpolácií a aproximácií. Kniha je písaná jasne a dôkazy sú robené podrobne. V knihe sa nachádza niekoľko tlačových chýb. Kniha obsahuje mnoho neriešených úloh. Mnohé z nich sú náročnejšie na riešenie. Autor pri výklade nejde do podrobnosti, ale uvádza za každou kapitolou poznámky s odkazom na doplňujúcu literatúru.

Ladislav Mišík, Bratislava

Klára Pach-Tamás Frey: VECTOR AND TENSOR ANALYZIS (Vektorová a tenzorová ANALÝZA). Terra Budapest 1964 — Anglický překlad prvního vydání, stran 596, obrázků 166.

Kniha maďarských autorů je monografií o vektorové a tenzorové analýze. Obsahuje, napřed stručně řečeno, podrobný výklad vektorové algebry v souřadnicové soustavě i nezávislé na ní, výklad vektorových funkcí skalárního i vektorového argumentu, skalárních a vektorových polí, tenzorovou analýzu a rozšíření vektorové analýzy na vícerozměrné a zakřivené prostory. Celý výklad je veden snahou názorného podání bez přílišné újmy na ryze matematické přesnosti. V knize jsou uvedeny četné příklady, z části vypočtené a z části obsahující návod řešení s uvedením výsledku. Látka je probírána s velikým zřetelem na aplikace např. v geometrii, elektrotechnice, teoretické mechanice apod. Kniha je určena v první řadě inženýrům, zejména pak vědeckým a výzkumným pracovníkům, lze ji však doporučit jako potřebnou i vysokoškolským studentům, hlavně pak studujícím v nejrůznějších formách vědecké aspirantury nebo vědecké přípravy a jako užitečnou i poučnou všem matematikům z profese.

Uveďme nyní alespoň ve stručnosti charakteristiku a náplň jednotlivých kapitol. Pro rozsáhlost díla není dost dobře možné pouštět se do větších podrobností. Kniha má celkem sedm kapitol, z nichž každá se dělí vždy na několik podkapitol s celou spoustou jednotlivých odstavců.

Látka první kapitoly, tj. *vektorová algebra*, je čtenáři, jemuž je kniha určena, jistě známa. Výklad příslušné látky pojali proto autoři jako stručný, opakovací přehled s uvedením četných, numericky propočítaných příkladů. V první části této kapitoly je udělána vektorová algebra bez vyjádření v souřadnicích, ve druhé její části je provedena vektorová algebra v souřadnicovém vyjádření. Tato část je ukončena aplikací vektorové algebry v analytické geometrii.

Druhá kapitola — *Vektorová funkce skalárního argumentu a derivace vektoru* — jak název sám říká, obsahuje teorii vektorových funkcí skalárního argumentu. První tři odstavce první části této kapitoly jsou věnovány výkladu základních pojmů a jejich znázornění, limitě a spojitosti. První odstavec druhé části v této kapitole je věnován derivaci vektoru, druhý odstavec obsahuje geometrické aplikace derivace vektorové funkce skalárního argumentu, další odstavec je věnován fyzikálním aplikacím derivace takové vektorové funkce a poslední odstavec v uvedené druhé části této kapitoly se zabývá dráhou, vektorem rychlosti a vektorem zrychlení některých jednoduchých pohybů. Téměř každý z odstavců je zakončen příklady a cvičeními.

Třetí kapitola pojednává o *skalární funkci vektorového argumentu*, tj. o skalárním poli. V první části této kapitoly jsou opět vyloženy základní pojmy, jejich grafické znázornění, limita a spojitost. Druhá část kapitoly je cele věnována gradientu a jeho praktickému použití. Příklady a cvičení jsou uvedeny vždy na konci každé z obou částí.

Příklady druhé a třetí kapitoly jsou charakterizovány tím, že v nich postupně ubývá počet úloh, které vyžadují numerické propočty a že naopak se zvyšuje počet těch úloh, které nutí k teoretickému myšlení a uvažování. Vzhledem k obsahu druhé a třetí kapitoly, předpokládají autoři, že čtenář je obeznámen s hlavními pojmy diferenciálního a integrálního počtu funkcí jedné i více nezávisle proměnných. Přesto však byly tyto pojmy ve stručné rekapitulaci shrnuty ve čtvrté kapitole.

Čtvrtá kapitola — *Popis vektorových polí* — má tři části. První se zabývá základními pojmy, druhá zobecněním pojmu určitého integrálu a třetí charakterizací vektorového pole jeho křivkovými a plošnými integrály. Každá z uvedených částí je opět ukončena příklady a cvičením. Čtvrtá kapitola pojednává tedy o vektorových funkcích vektorového argumentu. Autoři tu uvádějí nejdůležitější pojmy vektorové analýzy pomocí popisu integrálu podle Ignatowského. Tak se podaří získat opravdu názornou představu o základních pojmech vektorové analýzy.

Pátá kapitola — *Vektorová pole a tenzorový počet* — je ještě věnována vektorovým funkcím vektorového argumentu. Jakkoliv je zavedení základních pojmů vektorové analýzy, tak jak to bylo ukázáno ve čtvrté kapitole, poměrně velmi intuitivní, byla by nicméně v tomto případě analýza příslušných problémů nepřehledná a tím ve zvládnutí obtížná. Z toho důvodu definují autoři pojmy vektorové analýzy v této kapitole ještě také na základě pojmů diferenciálních. V první části této kapitoly je v jejích třech odstavcích vyložena tenzorová aritmetika a tenzorová algebra, ve druhé části kapitoly v jejích šesti odstavcích derivace vektorových polí s použitím v diferenciální geometrii. Čtvrtý odstavec první části a sedmý odstavec druhé části této kapitoly je věnován příkladům a cvičením, 8. odstavec druhé části pak praktickým aplikacím.

Šestá kapitola — *Tenzorová analýza* — pojednává o tenzorových funkcích a obsahuje nejdůležitější praktické aplikace vektorové analýzy. Tato kapitola má čtyři části (s celou řadou odstavců). První část pojednává o tenzorových polích a jejich struktuře, druhá část obsahuje integrální věty, třetí část se zabývá nestacionárními vektorovými poli a čtvrtá část je věnována základním pojmům teorie potenciálu. Příklady a úlohy v této kapitole byly voleny tak, že je v nich použito příkladů a cvičení z kapitol předcházejících. Ve všech částech jsou uváděny praktické aplikace, v části třetí pak užití v hydrodynamice, v elektrotechnice, v teorii pružnosti a v geometrii.

Sedmá kapitola — *vícerozměrné a zakřivené prostory* — je poslední kapitolou díla. V této kapitole naznačují autoři některé možnosti zobecnění pojmů tenzorové analýzy. Kapitola má čtyři části v první se jedná o transformacích, ve druhé o afinních prostorech, ve třetí o obecných křivočarých soustavách souřadnicových a konečně ve čtvrté části o vícerozměrných prostorech.

Vzhledem k rozsahu díla, byla předchozí charakteristika jednotlivých kapitol podána vskutku v nejstručnější míře ovšem tak, aby nebylo pominuto nic podstatného. Lze říci, že v celkovém rozvržení projednávané problematiky v knize je náplň jednotlivých kapitol co do vzájemného sledu i co do celkové koncepce a celkového cílu, volena z nejvyšší promyšleností. Tím je prokázáno, že autoři díla jsou dobře seznámeni nejen s ožehavou záležitostí tzv. „úzkého profilu" v teoretickém vzdělání inženýrů, zejména inženýrů-výzkumníků pro ně v nejvýše užitečné disciplině, jíž se kniha obírá, ale že i dobře vědí, jak po stránce pedagogické, po stránce výkladu inženýrům přístupném, lze čelit tomuto „úzkému profilu".

Každé lidské dílo má svoje nedostatky. Zejména do obšírné monografie se vloudí přes veškeré úsilí řada chyb. Jsou to většinou drobné chyby rázu formálního (tiskové ve vzorcích apod.), které si velmi snadno každý čtenář při souvislém čtení opraví sám a proto není zdaleka potřeba je uvádět. Jsou tu však sem tam někde „závady" tohoto druhu: z hlediska „ryze" matematického jsou formulace a důkazy matematických vět někde tak říkajíc nepřesné. Není dost dobře možné uvádět konkrétní případy toho z následujícího, velmi podstatného důvodu. Velkou většinou každému inženýru i inženýru-výzkumníkovi, kterému byla publikace vlastně určena tato komplikace v podstatě nevadí (protože mu zatím vlastně uniká). Čtenář matematik na takovou závadu přijde ihned a upraví si ji sám. Z toho důvodu jsem některá slova psal v uvozovkách. Problém tkví totiž v tom, že kupodivu dosud mnoho matematických vět (zejména teoreticky náročnějších) v populárně „nepřesné" formulaci, je téměř každému technikovi jasnější a srozumitelnější než přesná (a stručnější) formulace ryze matematická. V každém případě je však nutné i při pouhém uvádění vzorců, poukázat vždy na *omezení jejich platnosti.* V tom se právě dělá, ze strany techniků, nejvíce hrubých chyb, neboť technici jsou bohužel většinou stále ochotni do vzorců prostě „dosazovat".

V každém matematickém dílu, zejména v dílu s přečetnými aplikacemi na geometrii by se mělo dbát na správnost názorných obrázků, ujasňujících teoretický výklad. Obrázky v předložené publikaci jsou sice názorné, ale v mnoha případech chybné v tom smyslu, že se v nich nerespektují elementární pravidla zobrazovacích metod. Tato výtka není přehnaná. I ten čtenář, který nemá ani ponětí o existenci nějakých základních zákonů promítání, bude mít při studiu knihy visuálně nepříznivý dojem při patření na takový příslušný obrázek. Jedná se vesměs o obrázky, kde jsou zobrazeny elipsy jako průměty kružnic, nebo o obrázky, znázorňující křivky na ploše. Lze ovšem říci, že tímto nedostatkem trpí vůbec řada matematických a zejména fyzikálních publikací. K publikaci samotné je nutno říci, že většina obrázků je v knize posazena vzhledem k popisu v obrázcích nerovně a obr. 7 je dokonce „vzhůru nohama". Nakonec v této kritice je nutno konstatovat, že v knize chybí seznam literatury a dále přehled nejdůležitějších použitých značek a označení, což je na závadu.

V celkovém zhodnocení knihy lze říci asi toto. Ve všech oborech přináší rozvoj techniky inženýrům stále větší nutnost seznamovat se s moderními matematickými metodami v řešení technických problémů. V tomto smyslu je potom hlavním úkolem inženýra umět matematicky zformulovat příslušný technický problém. Teprve potom přichází obyčejně matematik aby pomohl při řešení. Z tohoto požadavku současné doby vychází cíl recenzované publikace. Protože kniha je v první řadě určena inženýrům, nepovažovali autoři za hlavní účel uvádění numerických výpočtů jednotlivých problémů, nýbrž se spíše snažili o jasné a přitom současně přesné osvětlení pojmů. Dále se snažili autoři pokud to jde s největší přesností o vymezení hranic a okruhů možných praktických použití zavedených teoretických pojmů. Rovněž bohatý a velmi pěkný příkladový materiál byl sestaven v souhlasu s právě vylíčenými zásadami. Čtenář — technik jistě velmi uvítá, že matematické věty jsou formulovány ve snaze, aby odpovídaly problémům skutečně se vyskytujícím v praxi inženýra. Důkazy vět a tvrzení byly autory vedeny převážně v tom duchu, aby čtenář — inženýr pochopil zejména smysl a význam příslušné úvahy spjaté s důkazem, neboť pouze za takových podmínek si může vskutku dostatečně dobře ujasnit obsah matematické věty a hranice omezení její platnosti. Tato skutečnost je nepostradatelná, zejména při práci inženýra-výzkumníka. Kniha je do jisté míry unikátem ve světové literatuře, zejména rozsahem a množstvím uvedených skutečně technických aplikací této, poměrně náročné matematické disciplíny. Při této příležitosti nesmíme však zapomenout citovat naše dvě knížky, které se zabývají touž problematikou, ovšem v míře velmi stručnější. Jsou to krásné knížky od J. Garaje (Základy vektorového počtu, Bratislava, SVTL 1957) a D. Ilkoviče (Vektorový počet, Praha, Přírodovědecké vyd. 1950). Obě knížky tu cituji proto, protože čtenář, který je obeznámen s jejich obsahem, bude číst dílo Pachová-Frey s porozumněním docela pohodlně. Docela na závěr je dobré říci ještě následující. Jako metodiku výkladu tenzorů volili autoři tzv. přímou metodu, která není sice tak obecná a po stránce formální tak dokonalá jako metoda založená na vyšší algebře, umožňuje však čtenáři, zejména technikovi, vniknout lépe do povahy tenzorů a do různých souvislostí mezi tenzory, vektory a skaláry, případně i jinými matematickými veličinami. Kniha je užitečná dále v tom smyslu, že ukazuje technikům, jak se matematici dívají na jejich problémy, jak si je přizpůsobují, jak abstrahují od daného technického problému a zevšeobecní jej a jak potom tyto problémy řeší. Z takového pojetí vykládané látky rovněž vyplývá, jak mohou technici využít získaných teoretických vědomostí ve svém vlastním oboru. Kniha ukazuje možnosti a způsoby plodné a nanejvýše žádoucí spolupráce technika s matematikem. Myslím, že v této skutečnosti tkví největší užitečnost předložené knihy.

Bořivoj Kepr, Praha

Rudolf Zurmühl: MATRIZEN (und ihre technischen Anwendungen). Springer-Verlag, Berlin/Götingen/Heidelberg 1964. Čtvrté, přepracované vydání. Stran 452 + XII, obrázků 68.

Zurmühlovy „Matice" vyšly poprvé v r. 1950, počtvrté v r. 1964. V rozmezí 14 let tedy přišla na trh čtyřikrát kniha, která se stala v německé literatuře základním pramenem pro (zejména technické) uživatele maticového počtu, ve světové literatuře pak titulem zcela samozřejmě citovaným v souvislostech s aplikacemi maticového počtu.

První vydání (1950) obsahovalo kapitoly: základy maticového počtu, hodnost matice, formy a jejich lineární transformace, některé numerické metody, aplikace (elektrotechnika, kmitání, soustavy lineárních diferenciálních rovnic, elementy diferenciálního počtu, tenzory, vyrovnávací počet).

Po roce 1955 bylo první vydání zcela rozebráno. Ve druhém (1959) autor přihlédl k intenzivnímu pronikání maticového počtu do nejrůznějších oborů a knihu podstatně přepracoval, a to i v teoretických partiích. Přitom použil např. Gaussovy eliminační metody i v souvislosti s důkazy (pro větší jednotu teoretického základu a praktických algoritmů). Podle novějších prací Bodewigových, Gröbnerových a Schmeidlerových zařadil další numerické metody. Zpestřil i výběr aplikací.

Třetí vydání (1961) se liší od druhého drobnými úpravami a doplňky. K větším změnám došlo v numerických metodách: zařazen Hotellingův a Wielandtův algoritmus k určování charakteristických čísel, Jacobiův algoritmus zobecněný podle Falka, Householderovy modifikace algoritmu Gaussova a Danilevského. Autor zde přihlíží k požadavkům práce na samočinných počítačích a k otázkám stability numerických postupů. Nově byly zařazeny aplikace ze statiky. Třetí vydání má kapitoly: maticový počet, lineární rovnice, kvadratické formy a jejich aplikace, problém charakteristických čísel, struktura matice, numerické metody, aplikace.

Čtvrté vydání z r. 1964 autor, tč. řádný profesor na vysoké škole technické v Berlíně, opět značně přepracoval. Po formální stránce osvěžil text zavedením půltučné sazby místo dřívějšího švabachu pro označování matic a vektorů. Po věcné stránce podrobil důkladné revisi a doplnění hlavně kapitolu o numerických metodách a kapitolu o aplikacích. Přitom rozsah knihy zůstává prakticky nezměněn, neboť novou látku autor kompenzuje zhuštěním a škrty starého textu.

První kapitola (*Maticový počet*) je opět věnována standardním základům elementární algebry matic. Definice matice jde ruku v ruce s definicí lineární transformace a s ukázkami vhodných technických interpretací. U obdélníkových matic se opět užívá termínů „řádkově" resp. „sloupcově regulární" pro případy, kdy hodnost matice $h = \min(m, n)$, $m \neq n$, kde m značí počet řádků a n počet sloupců dané matice. Násobení matic je doplněno Falkovým schematem, které (zejména metodicky) je vhodné při nácviku násobení matic. U násobení vektorů je sice pamatováno na skalární součin (číslo) i na součin dyadický (matice), nikoli však na na součin řádkového a sloupcového vektoru v tomto pořadí (matice o jediném prvku), pokud je tento součin definován. V souvislosti s vlastnostmi ortogonálních matic a transformací dospívá autor k nutnosti alespoň konstatovat jejich grupový charakter. Škoda, že v knize není pamatováno na stručnou soustavnou ilustraci těchto a podobných jiných souvislostí. Kromě výkladu o inverzní matici obsahuje kapitola ještě základní definice a pravidla o komplexních maticích. V závěru je stručně popsáno lineární zobrazení s letmou zmínkou o číselném tělese a poněkud podrobnějším výkladem o vektorovém prostoru.

Druhá kapitola (*Lineární rovnice*) uvádí aplikaci Gaussova eliminačního algoritmu (s dělením) na regulární soustavu lineárních algebraických rovnic. Zmiňuje se o souvislostech s jinými obdobnými algoritmy (Doolittle, Cholesky, Banachiewicz) a pokračuje modifikací s rozkladem matice dané soustavy v součin dvou trojúhelníkových matic, podrobným výkladem Choleského algoritmu pro soustavu se souměrnou maticí a konečně modifikací bez dělení. Inverze regulární matice je pojata stručněji jako důsledek předchozí partie. Kapitola obsahuje dále podrobnější rozbor lineární závislosti vektorů a hodnosti matice včetně vět o hodnosti součinu dvou matic (např. Sylvestrův vzorec) a stručných zmínek o ekvivalenci, podobnosti a kongruenci dvou matic. Následuje rozbor řešení obecné soustavy lineárních algebraických rovnic. Aplikací ortogonálních resp. biortogonálních soustav vektorů je vyšetření matic jednostranně inverzních k vhodné obdélníkové matici, třebaže jen v omezeném pojetí (jde však o téma zřídka zahrnované do monografií o maticovém počtu, takže Zurmühlova kniha je jednou z mála výjimek). Jako předzvěst pozdějšího problému charakteristických čísel atd. jsou v této kapitole zařazeny základy lambda-matic, maticových polynomů a elementárních dělitelů.

Třetí kapitola (*Kvadratické formy a jejich použití*) obsahuje základní fakta o kvadratických a bilineárních formách, jejich transformaci a souvislosti s kvadrikami v E_n. Aplikace se týkají vyrovnávacího počtu a teorie pružnosti a pevnosti.

Čtvrtá kapitola (*Charakteristické hodnoty*) je svými skoro 90 stránkami jednou z nejrozsáhlejších. V elementárních základech rozlišuje levé a pravé charakteristické vektory. Kromě zvláštního je tu formulován i obecný problém charakteristických hodnot ($Ax = \lambda Bx$) a speciálně je přihlédnuto k případu, kdy základní matice je komplexní. Poměrně podrobně jsou zpracovány matice podobné s diagonální maticí, zvlášť podrobně pak matice symetrické a hermitovské, normální a normalizace schopné. Jako prostředky k pozdějším numerickým metodám uvádí autor i řadu norem matice a vektoru včetně z angličtiny přejatého označení lub (A) pro nejmenší normu matice souhlasnou s danou normou vektoru (lub = least upper bound). Podobně jsou motivovány odhady charakteristických čísel a čísla podmíněnosti jako kriteria pro numerické zpracování špatně podmíněné soustavy s málo stabilním řešením. Závěr kapitoly je věnován vyšetřování charakteristických čísel některých speciálních matic, jejichž význam je dán mj. novějšími aplikacemi [matice s nezápornými prvky, matice s konstantním součtem prvků v rovnoběžných řadách (speciálně stochastické matice), šachovnicové matice (nenulové a nulové prvky se střídají), speciální pásové matice souvisící s diferenčním počtem, cyklické matice]. Kapitola se omezuje na vyšetřování matic řádu n, jimž přísluší právě n lineárně nezávislých charakteristických vektorů.

Pátá kapitola (*Struktura matice*) je logickým pokračováním a zobecněním tématiky z kapitoly čtvrté. Přes minimální polynom matice uvádí do základů teorie elementárních dělitelů, ukazuje význam Segreovy charakteristiky matice a přechází k Jordanovu normálnímu tvaru. Stručně pojednává o vyjádření některých funkcí matice (polynom, řada, analytická funkce) a uvádí některé konkrétní příklady (exp A, sin A, cos A apod.). V závěru naznačuje problematiku kolem řešení obecné lineární maticové rovnice, obecné algebraické maticové rovnice a podrobně vyšetřuje některé zvláštní případy.

Šestá kapitola (*Numerické metody*) je druhou ze dvou nejrozsáhlejších a rozpadá se ve tři velké části: iterační metody pro výpočet charakteristických čísel, finitní metody pro výpočet charakteristických čísel, iterační metody pro řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Také zde musí autor zůstat u stručných charakteristik a schemat a může zařadit jen některé metody. Přihlíží, aby podle možnosti byly aplikabilní i pro samočinné počítače. Někdy uvádí zároveň záznam příslušného pracovního postupu v jazyku Algol.

V první části je např. v. Misesova vektorová iterační metoda (Algol), Kochova metoda, postup odpovídající určování charakteristického čísla inverzní matice a jeho úpravy podle Wielandta, Jacobiova metoda, *LR*-algoritmus.

V druhé části nalezneme Hessenbergovu metodu a její modifikaci pro samočinný počítač (Algol), Givensovu metodu (Algol) a její modifikaci podle Householdera.

Třetí část obsahuje Gaussovu-Seidelovu iterační metodu s vyšetřením konvergence a odhadem nepřesnosti, Southwellovu relaxační metodu a algoritmus pro dodatečné zpřesnění přibližného řešení s příslušnými odhady nepřesností.

Do sedmé kapitoly shrnul autor ukázky různých aplikací maticového počtu. Jde v podstatě o stručné ilustrace problematiky vyšetřované ve stávající odborné literatuře a omezuje se pouze na základní postřehy.

V elektrotechnické části uvádí řešení lineární sítě. Nejprve stručné základy topologie neorientované sítě, dále její orientaci a pro vlastní řešení metodu smyčkových proudů a metodu uzlových napětí, včetně stručného zhodnocení jejich výhod i nedostatků.

V oboru statiky autor správně ukazuje na nepřeberné množství příležitostí pro maticový počet a zároveň na vlivy, kterými v tomto oboru působily metody vyvinuté dříve v elektrotechnice. Dospívá až k problému nelineární elasticity. V podstatě se v tomto úseku opírá o známé práce Argyrisovy a Langeforsovy.

Další skupinu tvoří řešení některých úloh z elastomechaniky. V této souvislosti ukazuje i význam asociovaných matic (Gantmacher).

Ukázky aplikací z teorie kmitání mechanické soustavy umožňují předvést další použití kvadratických forem.

Kapitolu uzavírá ukázka řešení soustav lineárních diferenciálních rovnic metodou charakteristických čísel. Naznačuje se tu dále užití maticové exponenciální funkce pro vyjádření hledaného řešení homogenní soustavy, i aproximační postup (vhodný pro samočinné počítače) vycházející z rozvoje oné exponenciální funkce v nekonečnou řadu. Kapitola se dotýká i případu nelineárních elementárních dělitelů matice (dané soustavy) a homogenních soustav vyšších řádů. Nehomogenní soustavu řeší (maticově) variací konstant. U soustav s nekonstantními koeficienty jednak předpokládá řešení ve tvaru nekonečné mocninné řady, jednak užívá principu Picardovy iterace a soustavu řeší pomocí maticiálů (Matrizant).

Nutno zdůraznit, že v této kapitole autor nezpracovává podrobně otázky existence, podmínky platnosti vyslovených závěrů apod. Příležitostně odkazuje na vhodnou literaturu.

Přesto je tato kapitola vhodným doplňkem knihy. Ukazuje přesvědčivě bohaté spektrum použitelnosti maticového počtu.

Vcelku lze knihu charakterizovat jako literaturu o matematické disciplině psanou především pro uživatele matematiky, i když některá místa mohou být zajímavá i pro matematika. Z tohoto poslání vyplývá např. nejednotná koncepce důkazů matematických tvrzení (což za dané situace nemůže být pokládáno za závadu). Pro čtenáře (zejména nematematika) je jistě velkou výhodou řada podrobně propočítaných ilustračních příkladů. Další výhodou je metodicky rozumné stupnění výkladu (jedno téma je zpracováno postupně na několika místech, postupně stále podrobněji).

Grafická úprava i kvalita papíru jsou vzorné, což je u nakladatele Springer-Verlag samozřejmé.

Kniha je určena především technickým (ale i ostatním) pracovníkům, kteří mohou ve své práci potřebovat metody lineární algebry. Je vhodná i pro studenty vysokých škol technických i pro studenty univerzitních fakult matematicko-fyzikálních, jimž může ukázat především rozsah použitelnosti maticové algebry.

J. Schmidtmayer, Praha

P. I. Romanovskij: FOURIEROVY ŘADY. TEORIE POLE. ANALYTICKÉ A SPECIÁLNÍ FUNKCE. LAPLACEOVA TRANSFORMACE. Z ruštiny přeložili K. Hašek a F. Martan, vydalo Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1964. Stran 304, obrázků 69, cena vázaného výtisku Kčs 19,—.

Kniha je určena především technikům, a to jak inženýrům, tak i posluchačům vysokých škol technických, především směru elektrotechnického, a klade si za úkol doplnit základní kurs matematiky o některé další partie. Látka je rozdělena do pěti kapitol, jejichž obsah je zhruba patrný již z názvu knihy, a čtenář může číst kteroukoliv kapitolu nezávislé na ostatních.

První kapitola je věnována Fourierovým řadám a Fourierově integrálu; je zde též zmínka o ortogonálních funkcích a jsou uvedeny některé vlastnosti ortogonálních polynomů.

V druhé kapitole, nazvané *Základy teorie pole*, jsou vyloženy některé partie vektorového počtu, křivkové a plošné integrály, Ostrogradského a Stokesova formule atd. Výklad končí vektorovými operacemi v křivočarých souřadnicích.

Třetí kapitola se zabývá základy teorie analytických funkcí. Je z celé knihy nejrozsáhlejší a výsledky zde vyložené jsou dovedeny až po rezidua, Rouchéovu větu a základy konformního zobrazení.

Čtvrtá kapitola, nazvaná *O některých speciálních funkcích*, pojednává především o funkcích Besselových, a to včetně jejich integrálního vyjádření a asymptotických vlastností. Dále jsou zde odvozeny některé vlastnosti funkce gama, funkce beta, integrálního logaritmu a integrálního sinu a kosinu.

Poslední pátá kapitole je po matematické stránce nejnáročnější. Je věnována Laplaceově transformaci a jejím aplikacím a stručně je zde též definována Fourierova a Mellinova transformace (spolu s transformacemi inverzními).

Jak je vidět, je kniha dosti obsáhlá a obsah dosti různorodý. S tím také souvisí to, že kniha je psána značně zhuštěnou formou a že jednotlivé kapitoly nejsou vzájemně vyvážené. Jde o jakousi kombinaci mezi učebnicí a příručkou, přičemž tato kombinace je v různých kapitolách různá. Zhuštěnost výkladu nejvíce komplikuje četbu poslední kapitoly, kde snaha o úspornost vede místy až k tomu, že čtenář je spíše maten než veden; vadilo mi zde například to, že v důkazech se takřka nikde neodkazuje na výsledky dosažené v téže kapitole předtím, ačkoliv se těchto výsledků podstatně využívá.

Je pochopitelné, že u čtenáře se předpokládají jisté základní znalosti. Přesto však se domnívám, že pojmy jako *radiusvektor*, *orientace úhlu*, *smysl oběhu po křivce*, *úplná derivace*, *asymptotické chování* stojí alespoň za několik vysvětlujících slov, která jsme zde postrádal. Příklad na straně 50 není volen příliš vhodně: Jde zde o vyjádření jisté nespojité funkce Fourierovým integrálem, a ačkoliv se všude předtím ve snaze o přesnost výkladu zdůrazňovalo, že jisté vzorce platí za předpokladu, že funkce je v daném bodě diferencovatelná, zde se těchto vzorců používá i v bodě, v němž má funkce skok. Výsledek je samozřejmě správný, neboť jednak není požadavek diferencovatelnosti nutný a jednak je funkce v bodě skoku vhodně definována, ale o těchto skutečnostech zde není žádná zmínka. Považuji též na nevhodné ztotožňovat bod v komplexní rovině a jeho vzdálenost od počátku, jak se to děje na straně 164. Nepochopil jsem, proč v celé knize je termín *směr* uváděn v uvozovkách. Za kuriozitu považuji větu na straně 260: Vyslovuje se zde tvrzení („*Při výpočtu konvoluce předmětů* [tj. vzorů, originálů] *se obrazy násobí*"), které je dále vysvětlováno („*tj. jestliže* $f(t) \doteqdot F(p)$ a $\varphi(t) \doteqdot \Phi(p)$, *potom* $f * \varphi \doteqdot F(p)\,\Phi(p)$"). Tvrzení je tedy nesprávné, vysvětlení správné; je třeba podotknout, že v ruském origjinálu není tento protiklad tak patrný jako v českém překladu, i v originálu je však celé tvrzení vysloveno značně nepřesně, spíše jako pomůcka pro snadné zapamatování než jako přesně formulovaná matematická věta. Čtenář, který ví oč jde, samozřejmě ihned pochopí, jak je tvrzení míněno (mám na mysli ruský originál, u českého překladu je zdůrazněním slova *výpočet* chybnost tvrzení ještě podtržena), ale věcí neznalý čtenář by mohl být snadno desorientován. Takové nepřesné formulace by se v knize v žádném případě vyskytovat neměly.

Zmíněné nedostatky jsou však jen ojedinělé. Stručně shrnuto: nejde rozhodně o knihu ideální, přesto však se domnívám, že její vydání je celkem vhodné. Látka v ní obsažená je sice vyložena v různých učebnicích (V. I. Smirnov: Učebnice vyšší matematiky II; B. A. Fuks a B. V. Šabat: Funkce komplexní proměnné; N. N. Lebeděv: Speciální funkce), zde však je shrnuta stručně a celkem přehledně látka z různých oborů současně, což bude pro čtenáře, zabývající se aplikacemi matematiky, i pro studenty jiště výhodné.

Chtěl bych ještě zvláštní odstavec věnovat vlastnímu překladu; mám totiž po přečtení knihy dojem, že některé kapitoly mohly být přeloženy pečlivěji (konkrétně mám na mysli kapitoly 1, 2 a 4). Někdy se například překladateli podařilo změnit smysl originálu. Tak na straně 43 se říká: „*Dokážeme, že tento předpoklad je správný.*" To vyvolává u čtenáře dojem, že se bude dokazovat jistý předpoklad, vyslovený o šest řádek výše („*Je přirozené předpokládat, že* ..."), zatím však jde — jak je patrno z originálu nebo z další souvislosti — o důkaz jisté rovnosti, která bezprostředně předchází citovanou větu. Nebo na straně 105 se čtenář může domnívat, že funkce spojitá a nenulová na oblasti může měnit znaménko, jen proto, že slůvko тогда je přeloženo jako pokud. Na straně 244 se z příčiny stal důsledek, neboť ибо je přeloženo jako neboli. Můj dojem podporuje i občasný překlad slova равенство jako rovnice (str. 88, 216, 220) nebo různé doslovné překlady a rusismy (*pravá část* místo *pravá strana* — str. 33; *nejvyšší koeficient* místo *koeficient u nejvyšší mocniny* — str. 55; ***a** — vektor* místo ***a** je vektor* — str. 63; *složíme-li* místo *sečteme-li* — str. 91 aj.). Nepochybuji o tom, že čtenář vždy správně pochopí, oč jde, ale domnívám se, že by se takové nedostatky neměly v takovém množství v překladu vyskytovat.

Pokud jde o terminologii, myslím, že termíny *zpětná transformace* (místo *inverzní*) a *předmět* (místo *originál, vzor*) jsou neobvyklé a neužívají se. Podobně je tomu u pojmu *složený křivkový integrál* (str. 73) — běžně se snad říká *křivkový integrál druhého druhu*. Jisté výhrady mám též k tomu, jak se v překladu vyjadřuje provedení substituce v integrálu: říká se zde *nahradíme* (str. 19, 43), *zaměníme* (str. 44), *dosadíme, zavedeme* (str. 237); často to může vzbudit dojem, že stačí formálně za původní proměnnou dosadit proměnnou novou. Nelíbí se mi také slovo *jacobián* — píše se přece *integrální kosinus* a ne *cosinus*.

Uvedu ještě některé tiskové a jiné chyby: na str. 54^9 a 54_7 má být λ_{n2} místo λ_{r2} a λ_{21} místo λ_2; na str. 152^{14} je přehozen symbol pro integrál a absolutní hodnotu; na str. 164 mají osy souřadné na obr. 36 procházet středem kružnice; na str. 176^{10} se hovoří o singulárních bodech analytické funkce; na str. 201_5 má být místo rovnosti $f(z_0) \neq 0$; na str. 234^4 má být $0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; na str. 236 nemá ve vzorci (4.34′) být $n\varphi$; na str. 238^7 má být $(0,1\rangle$ místo $\langle 0,1 \rangle$; na str. 247^1 má být si x místo sin x; na str. 268^2 má být místo posledního součtu rozdíl; na str. 276 má být $h_n = 1$ pro $n = m$.

Jde tedy o knihu, jejíž vydání je možno vcelku uvítat a která svůj účel splní; je jen škoda, že je v ní několik zcela zbytečných opomenutí.

Alois Kufner, Praha

G. T. Kneebone: MATHEMATICAL LOGIC AND THE FOUNDATIONS OF MATHEMATICS. AN INTRODUCTORY SURVEY. D. Van Nostrand, London, 1963, XIV + 435 str.

Kniha je autorem zamýšlena jako úvod do matematické logiky, jako počáteční průvodce, po jehož prostudování má být čtenář připraven pro samostatnou práci v kterékoliv oblasti matematické logiky, která je dnes pěstována. Charakteristické rysy knihy jsou: a) silný důraz, kladený na historickou stránku vývoje matematické logiky; b) soustředění pozornosti na vývoj do r. 1939 (pozdějším výsledkům je na konci knihy věnován zvláštní, dvacetistránkový dodatek); c) respektování filosofických otázek základů matematiky.

Kniha má tři části. První z nich, nazvaná „*Matematická logika*", podává nejdřív přehled tradiční logiky. Pak je vyložen výrokový počet a predikátový počet 1. stupně (i s větou o úplnosti). Autor se přitom těsně drží klasických pramenů, a to knihy Hilbert, Ackermann: Grundzüge der mathematischen Logik, a především knihy Hilbert, Bernays: Grundlagen der Mathematik I, II. Závěrem je podán přehled nejdůležitějších doplňků k této části matematické logiky: teorie deskripce (ι-symbol), Hilbertův ε-symbol, Gentzenův systém přirozeného usuzování, predikátový počet vyššího stupně. Zvláštní pozornost je věnována i formulaci matematické logiky v Bourbakiho „Éléments de Mathématiques".

Druhá část s názvem „*Základy matematiky*", si nejdříve všímá vývoje názorů na přesnost matematiky, jak probíhal v 19. století, zvláště pak přínosu velkých kritiků, pionýrů dnešní koncepce základů matematiky, jakými byli Dedekind, Cantor, Peano a Frege. Čtenář zde nalezne mnoho zajímavého, jinak těžko dostupného materiálu, např. o mnohostranné činnosti Peanově. Cenné je i kritické zhodnocení díla logiků, kteří počínaje Boolem a De Morganem podstatně přispěli k akumulaci poznatků, jež na přelomu 19. a 20. století shrnulo syntetizující dílo Schröderovo „Vorlesungen über die Algebra der Logik". Autor se pak věnuje podrobnému popisu díla Fregeho a Russellova. Tím je dán přechod k výkladu formalistické koncepce Hilbertovy, která ze všech pojetí nejvíce ovlivnila vývoj matematické logiky ve 20. století. Podrobně je probrána struktura různých formalismů aritmetiky a důkazů jejich bezespornosti a argumentace, vedoucí ke Gödelovým větám. Poslední tři kapitoly této části knihy se zabývají tématy: intuicionismus, rekursivní aritmetika, axiomatická teorie množin.

Třetí část knihy má název „*Filosofie matematiky*". Nejprve jsou zrekapitulována základní stanoviska Russellovo, Hilbertovo a Brouwerovo (též Bourbakiho) k otázkám povahy matematiky a jejího vztahu k logice a ke skutečnosti. Tyto otázky jsou spojeny s řadou filosofických problémů, které se týkají aplikací matematiky vůbec. Za jeden z vážných příspěvků k jejich řešení pokládá autor filosofickou koncepci poznání vnějšího světa, kterou ve svých pracích ve dvacátých letech rozvinul A. N. Whitehead (spoluautor „Principia Mathematica"). Podrobně tuto koncepci vykládá a pak přechází k vlastnímu zhodnocení výsledků, ke kterým zatím podle jeho názoru filosofie matematiky dospěla. Autorovy vývody lze zhruba shrnout takto: Kritický proud v matematice 19. století, který byl zprvu inspirován potřebami čistě matematickými, vyústil v logickém směru filosofie matematiky (Russell). Na druhé straně formalistický směr (Hilbert), který ve svém počátku byl převážně filosofickým pokusem zaručit bezpečnost matematiky zkoumáním její formální struktury, přešel nakonec do matematiky jako velmi rozšířená metoda, která cestou studia strukturálních rysů axiomatických systémů přispěla k vybudování nových oblastí matematiky samotné. Moderní koncepce matematiky jako studia abstraktních struktur vyrostla současně z matematiky i metamatematiky. Původní záměr zrevidovat celou matematiku a postavit ji na neotřesitelný základ není sice v původním smyslu proveditelný, ale přinesl řadu plodných výsledků. Správná koncepce „fundování" matematiky dnes nespočívá ve ztrnulé dokonalosti završeného systému, ale ve stálé a důsledné revisi pojmů, se kterými matematika pracuje. Matematika poskytuje druh poznání, který není radikálně odlišný od většiny jiných druhů poznání. Matematická metoda, která se může zdát velmi specialisovaným (a možná dokonce jediným) druhem exaktní racionální činnosti, obsahuje ve své filosofické stránce ve skutečnosti mikrokosmos problémů téměř celé filosofie. Kritická revise matematických pojmů bude pokračovat nepřetržitě a jejím charakteristickým rysem je to, že původně formulované problémy nezůstávají týmiž jako na začátku a otázky musí být kladeny stále znovu a jiným způsobem.

Recenzovaná kniha poskytuje bohatý materiál k seznámení se s genezí moderní matematické logiky. I když lze pochybovat, zda pro svou objemnost splní svůj účel jako „úvod" do literatury z matematické logiky, přesto může být doporučena pozornosti čtenářů pro šíři autorova pohledu a nedogmatičnost, se kterou staví matematickou logiku do kontextu celého lidského poznání.

Jiří Bečvář, Liberec

M. Ghermănescu: ECUATII FUNCTIONALE (Funkcionální rovnice). Vydalo Nakladatelství Akademie RLR, Bukurešť 1960; 519 stran, cena 25,60 lei.

Autor se v této knize pokusil podat přehled obsáhlé partie matematické analysy — teorie funkcionálních rovnic. Funkcionální rovnicí v užším smyslu přitom rozumí rovnici, ve které vedle neznámé funkce f a jejího argumentu x vystupují také složené funkce tvaru $f[\Theta(x)]$, $f\{\Theta[\Theta(x)]\}$, ..., kde Θ je tzv. funkcionální argument, tj. dané zobrazení definiční oblasti hledané funkce f (v obecnějším případě může být v rovnici i více takových zobrazení), a ovšem také „koeficienty" rovnice, tj. známé funkce argumentu x. V širším smyslu pak připouští v rovnici i výskyt derivací, integrálů, či jiných transformací hledané funkce f (rovnice diferenciálně-funkcionální, integrálně-funkcionální, atd.). Takto chápaná teorie by ovšem byla příliš obecná, a proto se autor v knize omezuje jen na určité zvláštní případy s menším stupněm obecnosti.

O obsahu knihy si lze učinit představu z názvů jednotlivých kapitol, jichž je v knize celkem devět. Jsou to: I. Lineární funkcionální rovnice (88 stran). II. Diferenční rovnice s pevným funkcionálním argumentem v jedné proměnné (105 stran). III. Diferenční rovnice s pevným funkcionálním argumentem ve více proměnných (30 stran). IV. Diferenční rovnice s proměnlivým funkcionálním argumentem (65 stran). V. Funkcionální charakterisace polynomů (37 stran). VI. Funkcionální geometrie (22 stran). VII. Lineární funkcionální rovnice s n-periodickým funkcionálním argumentem (52 stran). VIII. Nelineární funkcionální rovnice (23 stran). IX. Soustavy funkcionálních rovnic (58 stran).

Kniha obsahuje rozsáhlý materiál; jeho zpracování však poněkud trpí roztříštěností a hlavně nepřehledností. Autoru se nepodařilo uspořádat celou teorii v jednolitou soustavu a tak četba knihy není nijak snadná. Rozhodně nelze knihu považovat za dobře přístupný kurs teorie funkcionálních rovnic; jde spíše o shrnutí dosud známých výsledků v jednu monografickou publikaci. Autor zřejmě prostudoval bohatou literaturu: v seznamu na konci knihy je uvedeno 410 prací (z toho 44% pochází od rumunských autorů), v tom je jeho hlavní zásluha.

Vzhledem k menšímu nákladu (900 exemplářů) a relativní jazykové nepřístupnosti nedojde patrně kniha u nás většího rozšíření. Může ovšem být velmi užitečná pro potřeby jednorázové informace a konsultace.

František Zítek, Praha