Časopis pro pěstování matematiky

František Svoboda

Neurčitá dvouhodnotová Booleova funkce

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 78 (1953), No. 4, 373--375

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108696`

NEURČITÁ DVOUHODNOTOVÁ BOOLEOVA FUNKCE

Autorova zpráva o práci, která se týká konstrukce hradlových (relátkových a pod.) obvodů, jež mají realisovat dané booleovské funkce; z laboratoře matematických strojů ČSAV.

(Došlo dne 16. června 1953.)

1. Neurčitá dvouhodnotová Booleova funkce vznikla při výzkumu methody na synthesu jednotaktních hradlových schemat s jedním vstupním a m výstupními póly pro stroj. Pro informaci uveďme, že hradlových obvodů konstruovaných na základě hradlových schemat se používá při konstrukci telefonních nebo signálních zařízení, zařízeních pro automatické ovládání na dálku, v zabezpečování vlakové dopravy, při konstrukci jednotek strojů na zpracování informací a jinde. Nejobyčejnějším typem hradla je elektromagnetické relátko nebo hradlová elektronka a pod. Hradlová funkce je název pro dvouhodnotovou Booleovu funkci ve fysikální interpretaci v theorii hradlových obvodů.

2. Booleovu dvouhodnotovou funkci „určitou" můžeme vyjádřit mimo jiné dvěma možnými symbolickými tvary: jeden je sestaven pomocí proměnných „$\tilde{x}_i$", kde $\tilde{x}_i$*) je buď $\bar{x}_i$ nebo x_i, operací „ . ", „+" a „−" a pomocí závorek „)", „(" [1], druhý je sestaven pomocí „0" a „I"; hodnoty 0 a I jsou uspořádány podle možných vyhodnocení proměnných x_i Booleovy funkce (funkce o n proměnných má 2^n možných vyhodnocení).

Příklad: Mějme dvouhodnotovou Booleovu funkci X definovanou tabulkou na obr. 1. Tuto tabulku čteme takto: je-li $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, je funkce $X = 0$ atp.

Na obr. 1 máme tabulkový tvar funkce X. Její algebraický tvar v úplném normálním tvaru zní takto:

$$X = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 .$$

Z tohoto úplného normálního tvaru můžeme odvodit různým přetvářením různé tvary téže funkce. Na příklad vytknutím společných proměnných

*) Toto označení proměnných použil Jablonskij [3] ve dvouhodnotových Booleových funkcích při důkazu některých vět. Za jistých okolností se můžeme dívat rovněž na algebraické tvary funkcí obsahující některé ze symbolů $\tilde{x}_i$, kde $i = 1, 2, \ldots, n$, jako na neurčité funkce.

z prvého a druhého členu. V závorce dostaneme $x_3 + \bar{x}_3$, což je rovno I. Dostáváme tvar:

$$X = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 \, .$$

x_1	x_2	x_3	X
0	0	0	0
0	0	I	0
0	I	0	I
0	I	I	I
I	0	0	0
I	0	I	I
I	I	0	0
I	I	I	I

Obr. 1.

3. Již od počátku vývoje matematických pomůcek na synthesu hradlových schemat až po současnou dobu se používá výlučně algebraického tvaru Booleovy dvouhodnotové funkce. Tento má pro výstavbu sítí principiální nevýhodu. Zkonstruujeme-li totiž podle tohoto tvaru schema, podle zásad popsaných na příklad v pramenu [I], str. 50—56, je toto schema „serioparalelní“. Za jistých okolností mohou však být vhodnější někdy schemata „neserioparalelní“. Chceme-li tato „neserioparalelní“ schemata získat, musíme zavést buď jiné operace do algebry hradlových schemat vedle operací základních, jako na př. Gavrilov [I], nebo zavést jako Lunc operace na charakteristické funkci matice schematu [2] a pod. Jiná cesta vede přes neurčitou dvouhodnotovou Booleovu funkci v tabulkovém tvaru.

4. Neurčitá dvouhodnotová Booleova funkce má alespoň jednu hodnotu „neurčitě definovánu“, t. j. alespoň jedna hodnota je rovna „$\sim$“. Za tento symbol můžeme dosadit buď 0 nebo I.

Příklad:

x_1	x_2	x_3	χ	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	I	I	I	I	I	I
0	I	0	I	I	I	I	I
0	I	I	$\sim$	0	I	0	I
I	0	0	$\sim$	0	0	I	I
I	0	I	0	0	0	0	0
I	I	0	0	0	0	0	0
I	I	I	I	I	I.	I	I

Obr. 2.

Z příkladu na obr. 2 vidíme, že neurčité funkci χ vyhovují 4 „určité“ funkce $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$.

Na neurčitou dvouhodnotovou Booleovu funkci se můžeme dívat jako na formulář, který můžeme několika různými předepsanými způsoby vyplnit. Uvědomme si, co to znamená, když neurčitá funkce má na r funkčních místech ($r \leqq 2^n$) neurčitou hodnotu $\sim$. Kdyby platilo $r = 1$, potom té funkci vyhovují 2 „určité" funkce: jedna z nich má na místě neurčité hodnoty neurčité funkce hodnotu 0 a druhá má na tomto místě hodnotu I. Na ostatních místech mají obě „určité" funkce stejné funkční hodnoty jako neurčitá funkce. Z příkladu jsme viděli, že je-li $r = 2$, vyhovují neurčité funkci 4 funkce „určité". Obecně potom platí, že jakmile má neurčitá funkce r neurčitých míst, vyhovuje jí 2^r „určitých" funkcí.

Poznámka: Jedním z charakteristických rysů úloh v theorii hradlových obvodů je nesmírný počet jejich možných řešení a postupů, jak dojít k jednomu a témuž tvaru řešení. To se dá právě vyjádřit velmi výstižně a přehledně neurčitými hradlovými funkcemi.

5. Závěrem poznamenejme, že neurčité Booleovy funkce jsem použil v methodě neurčitých hradlových funkcí na synthesu jednotaktních hradlových schemat s jedním vstupním a m výstupními póly pro stroj. Její popis bude uveřejněn v dalším článku. Methoda má název podle toho, že se při ní provádějí operace hlavně pomocí neurčitých funkcí. Methoda je určena stroji, t. j. může být navržen stroj, který touto methodou provádí úplně automaticky návrh hradlových schemat.

LITERATURA

[1] *M. A. Gavrilov:* Theorie reléových kontaktových schemat, Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1953 (překlad z ruského originálu: *М. А. Гаврилов:* Теория релейно-контактных схем, Издательство Академии наук СССР, Москва 1950 Ленинград);

[2] *А. Г. Лунц:* Алгебраические методы анализа и синтеза контактных схем, Известия Академии наук СССР, сер. мат. т. **16**, № 5 (1952), 405—426;

[3] *С. В. Яблонский:* О суперпозициах функций алгебры логики, Математический сборник, новая серия, т. **30** (72):2 (1952). 329—348.

František Svoboda, Praha.

Redakce: Matematický ústav Československé akademie věd Praha II, Žitná 25, tel. 241193. — Administrace: Nakladatelství Československé akademie věd, Praha II, Vodičkova 40, tel. 236375. — Vychází čtvrtletně. — Roční předplatné Kčs 48,—, cena jednotlivého sešitu Kčs 12,—. Novinové výplatné povoleno Okrskovým poštovním úřadem Praha 022: j. zn. 309-38-Ře-52. — Dohlédací poštovní úřad Praha 022.— Tisknou a expedují Pražské tiskárny n. p., provozovna 05 (Prometheus), Praha VIII, Tř. Rudé armády 171.— Náklad 1200 výtisků.