Časopis pro pěstování matematiky, roč. 90 (1965), Praha

RECENSE

Béla Sz. Nagy. INTRODUCTION TO REAL FUNCTIONS AND ORTHOGONAL EXPANSIONS. Akadémiai Kiadó, Budapest. 1964.

Kniha je překladem maďarského originálu, který byl napsán jako učebnice kursu reálných funkcí pro studenty maďarských universit. Teorie Lebesgueova integrálu je vyložena v Rieszově pojetí; kapitoly 3—7 rozšiřují, doplňují a též značně podrobněji vykládají to, co je obsaženo v prvních třech kapitolách známé knihy autora a F. Riesze o funkcionální analyse. Kniha je napsána přehledně, srozumitelně a svižně; autor nalezl správnou míru pro to, aby výklad byl jasný, ale netříštil se v detailech.

Kapitola první obsahuje základní poznatky teorie množin, v kapitole druhé je studována spojitost funkcí, stejnoměrná konvergence, aproximace spojitých funkcí polynomy (věta Stone-Weierstrassova). Nejdůležitějšími body třetí kapitoly jsou Lebesgueova věta o derivaci monotonní funkce a věta Young-Saksova o derivovaných číslech libovolné funkce. V kapitole čtvrté je vyložena Riemannova teorie integrálu, v kapitole páté Lebesgueova teorie jak již bylo zmíněno v Rieszově pojetí. Je ukázána rovněž souvislost s původní Lebesgueovou definicí, Lusinova a Jegorovova věta atd, zkrátka vše, co má universitní kurs teorie Lebesgueova integrálu obsahovat, až na to, že poměrně málo místa je věnováno integraci funkcí více proměnných. Kapitola šestá je věnována Stieltjesovu, Lebesgue-Stieltjesovu integrálu a Lebesgueovu integrálu v abstraktním prostoru. V sedmé kapitole je nejdříve vyšetřován prostor L_2, potom Fourierovy řady a integrály (Plancherelova transformace) a ortogonální polynomy. V osmé kapitole se autor zabývá podrobně Fourierovými řadami, otázkami konvergenčními, sumability atd.

Kniha je vhodná jako učebnice především pro studenty matematicko-fysikálních (resp. přírodovědeckých) fakult universit, bude zajisté i dobrou pomůckou učitelům. Pro mistrovský způsob autorova podání je četba této knížky pro matematika potěšením a kniha si jistě brzy získá velkou oblibu.

Rudolf Výborný, Praha

Avner Friedman: PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF PARABOLIC TYPE Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey. USA, 1964. str. 347.

Recensovaná kniha zaplňuje citelnou mezeru v literatuře věnované parciálním diferenciálním rovnicím. Rovnicím eliptického typu je věnována řada monografií, avšak o rovnicích parabolického typu, které zejména v poslední době prošly mocným vývojem, žádná monografie neexistovala. Autor je k napsání takové knihy osobou nejpovolanější, sám podstatně svým výzkumem tuto teorii obohatil a značnou část knihy tvoří autorovy vlastní výsledky.

Velkou předností knihy je to, že nepředpokládá velkých předběžných znalostí, například vše, čeho se používá z teorie Banachových prostorů, je vyloženo v třetí kapitole, vše potřebné z teorie distribucí najde čtenář v desáté kapitole atp. a přitom kniha dovádí čtenáře až k současnému stavu výzkumu.

Teorie parabolických rovnic je v mnoha směrech obdobná teorii eliptických rovnic a toho je v knize velmi vhodně využito. Na konci většiny kapitol je sice bez důkazu avšak uceleně a srozumitelně vyložena obdobná partie z eliptických rovnic. Výjimku tvoří osmá kapitola, která nemá obdoby v teorii eliptických rovnic, a desátá kapitola, kde se eliptické a parabolické rovnice prolínají v celé kapitole. Ve zvláštním dodatku nazvaném bibliografické poznámky najde čtenář odkazy na literaturu pro doplnění důkazů z teorie eliptických rovnic, pro prohloubení znalostí vůbec a seznámí se s historií vývoje vyložené látky.

Orientaci čtenáři usnadňuje to, že na začátku kapitoly je načrtnut pracovní plán i logické rozvržení celé kapitoly, zpravidla je tento úvod ke kapitole vhodně ilustrován jednoduchým příkladem.

Obsah knihy je následující. V prvé kapitole je zkonstruováno fundamentální řešení parabolické rovnice druhého řádu s hölderovskými koeficienty, a tohoto řešení užito k důkazu existence a jednoznačnosti (v třídě E_2) Cauchyova problému. Kapitola druhá je věnována principu maxima, jeho zobecnění a užití těchto výsledků k důkazům jednoznačnosti okrajových úloh i Cauchyova problému. Ve třetí kapitole je použito Schauderovy metody prodloužení po parametru k důkazu existence první okrajové úlohy. Tato kapitola pochopitelně obsahuje apriorní odhady řešení, kterých je rovněž užito k důkazu hladkosti řešení při hladkých koeficientech, důkazy apriorních odhadů jsou však odloženy do čtvrté kapitoly. V kapitole páté je metodou integrálních rovnic řešena okrajová úloha (autor ji nazývá druhý počáteční — okrajový problém) najít řešení parabolické rovnice druhého řádu, splňující počáteční podmínku a okrajovou podmínku $\partial u/\partial v + \beta u = g$, kde v značí derivaci podle konormály. V šesté kapitole je studována konvergence řešení k stacionárnímu stavu a rovněž rychlost konvergence a příbuzné otázky. Kapitola sedmá se zabývá první úlohou pro semilineární rovnici a druhým počátečně-okrajovým problémem pro lineární rovnici s nelineární podmínkou. Problémy s volnou hranicí, zejména Stefanův problém jsou studovány v osmé kapitole. Je dokázána existence, jednoznačnost a asymptotické chování řešení. Systémy rovnic jsou vyšetřovány v deváté kapitole. Je zkonstruováno fundamentální řešení a s jeho pomocí řešen Cauchyův problém. Rovnice vyšších řádů jsou předmětem poslední desáté kapitoly. Dodatek o nelineárních rovnicích obsahuje především důležité odhady de Giorgiho a Nashe, týkající se lineárních rovnic a jejich použití v důkazech existence řešení pro nelineární rovnice.

Friedmanova kniha se stane jistě nezbytnou pomůckou každého matematika pracujícího v teorii parciálních diferenciálních rovnic, její četbu lze však doporučit každému, kdo chce získat znalosti o rovnicích parabolického typu, zejména studentům matematiky v posledních ročnících, aspirantům i vědeckým pracovníkům, jejichž obor má styčné body s teorií parabolických rovnic.

Rudolf Výborný, Praha

F. Riesz — B. Sz.-Nagy: LEÇONS D'ANALYSE FONCTIONNELLE (vydalo nakladatelství Gauthier-Villars, Paris a Akadémiai Kiadó, Budapest v r. 1965, str. 488).

Tato kniha je již čtvrtým vydáním monografie, jednajícím především o lineárních operátorech v Hilbertově prostoru, jedné z nejdůležitějších částí funkcionální analysy. Je rozdělena na 11 kapitol (155 paragrafů) a dodatek (10 paragrafů), který byl přidán ke třetímu vydání.

První tři kapitoly tvoří samostatný celek; mají sice vzhledem k celkovému zaměření knihy přípravný charakter, avšak obsahují látku, která je nejen nezbytně nutná k dalšímu výkladu, ale má i velmi značný samostatný význam. Je to látka, která může zajímat i matematiky, kteří se nehodlají zabývat Hilbertovým prostorem, ale jinými partiemi analysy.

V prvé kapitole autoři pojednávají o některých pojmech a méně elementárních větách, dobře známých z teorie funkcí reálné proměnné a hojně užívaných v souvislosti s Lebesgueovým integrálem — např. o existenci derivace monotonní funkce (resp. funkce s konečnou variací), o derivování řad monotonních funkcí, o funkcích skoků a pod. Pak následuje stručný, ale poučný výklad o funkcích intervalu a Riemannově integrálu.

Ve druhé kapitole se přechází k integrálu Lebesgueovu; definice je založena na elementárním pojmu integrálu ze „stupňovité" funkce a jeho zobecnění v několika krocích. Uvažují se jen integrály, mající konečnou hodnotu, což je pro účely, které autoři sledují, plně vyhovující. Následují podstatnější vlastnosti Lebesgueova integrálu (Leviho, Lebesgueova, Jegorovova, Luzinova věta, Hölderova a Minkowského nerovnost a pod.) jako příprava ke studiu prostoru L^2. Dále se studuje neurčitý Lebesgueův integrál, absolutně spojité funkce, integrace per partes a věta o substituci.

V paragrafech 28—38 se vyšetřuje látka patřící na hranici mezi teorií Lebesgueova integrálu a funkcionální analysy: prostor L^2, Riesz-Fischerova věta, lineární funkcionály v L^2, ortogonální systémy, prostor L^p a pod. Paragrafy 39—48 obsahují originální metodu zavedení Lebesgueova integrálu ve vícerozměrném prostoru na základě integrálu jednorozměrného (spolu s odvozením jeho základních vlastností), založenou na přenesení množin z vícerozměrného prostoru do jednorozměrného prostoru pomocí „skoro prostého" zobrazení, které zachovává míru.

Kapitola třetí je věnována Stieltjesovu integrálu, který se studuje hned v souvislosti s lineárními funkcionály v prostoru C, některým integrálům „příbuzným", jako je integrál Riemann-Stieltjesův a Lebesgue-Stieltjesův, a je zakončena výkladem o Danielově integrálu, jehož definice je založena na postupném rozšiřování nezáporného lineárního funkcionálu a umožňuje zavést např. Lebesgueův integrál jinou metodou než přes teorii míry.

Shrneme-li výsledky první části knihy, vidíme, že obsahují dlouhou řadu definic a vět, které jsou nejen nezbytné v dalších kapitolách, ale které jsou velmi potřebné pro každého matematika, který se zabývá analysou. Protože způsob výkladu je velmi originální a skýtá často zcela nový pohled na známé věci, může zajímat i odborníky, kteří jsou dobře seznámeni s tradičním výkladem příslušné látky; pro začátečníka je výklad na některých místech ovšem dosti náročný.

Druhá část knihy, začínající čtvrtou kapitolou, je věnována vlastní analyse v Hilbertově prostoru, od něhož se ovšem na mnoha místech přechází k obecným normovaným lineárním prostorům. Vychází se z klasického problému řešení integrální rovnice $(I - \lambda K)f = g$, kde $f, g \in L^2$, I je identické zobrazení, λ komplexní parametr, K integrální operátor vytvořený jádrem z L^2. Studují se běžné pojmy jako je Neumannova řada, resolventa, regularita resp. singularita parametru λ, rovnice s degenerovaným jádrem, aproximace obecného jádra degenerovanými jádry, Fredholmova alternativa; látka související s Fredholmovou alternativou a rozkladem integrálního operátoru na regulární a singulární část se projednává dvojím způsobem: nejdříve klasickým, pak (od paragrafu 76) způsobem čistě „funkcionálně-analytickým", při němž se rovnice $(I - \lambda K)f = g$ považuje za operátorou rovnici, v níž je K kompaktní operátor. Metoda pochází od Riesze, jednoho z autorů knihy; čtenář má možnost obě vyložené metody porovnat.

V kapitole páté se zavádí abstraktní Hilbertův prostor, konvergence podle normy, slabá konvergence, pak Banachův prostor, adjungovaný prostor a adjungovaný operátor.

Kapitola šestá je věnována obecné teorii symetrických kompaktních operátorů v Hilbertově prostoru, jejich vlastním hodnotám a rozvoji hodnot těchto operátorů pomocí vlastních hodnot, tedy speciálnímu případu spektrálního rozkladu operátoru, o němž se podrobněji mluví v následující kapitole. Jsou zde uvedeny také známé věty Hilberta-Schmidta. Šestou kapitolu uzavírá několik závažných příkladů z různých částí matematiky, na nichž se ověřuje aplikovatelnost vyložené teorie.

V sedmé kapitole se studují podrobněji symetrické operátory a později operátory unitární a normální. Vyšetřuje se záměnnost symetrických operátorů, zavádí se částečné uspořádání do množiny všech symetrických operátorů a dokazuje se věta o existenci druhé mocniny ke každému positivnímu symetrickému operátoru. Následují operátory projekce, jejichž vlastnosti je třeba znát, chceme-li provést spektrální rozklad operátoru, pak funkce operátoru a spektrální rozklad (omezeného) symetrického operátoru, unitárního a normálního operátoru (normálním operátorem se nazývá lineární operátor, záměnný se svým adjungovaným operátorem).

V osmé kapitole se zobecňuje pojem (omezeného) lineárního operátoru a přechází se k operátorům neomezeným, které jsou velice důležité v aplikacích. Vyšetřují se analogické pojmy jako dříve u operátorů omezených a konstatují se rozdíly. V paragrafu 120 se odvozuje spektrální rozklad samoadjungovaného operátoru. Kapitola končí studiem některých otázek, souvisejících s rozšířením symetrických operátorů.

Kapitola devátá začíná vyšetřováním funkcí (obecně neomezeného) samoadjungovaného operátoru a jejich vyjádření Lebesgue-Stieltjesovým integrálem, kde ovšem integrující funkcí E_λ je funkce, jejíž hodnoty jsou operátory projekce. Pak se pojednává o spojitém a bodovém spektru a zkoumají se „poruchy" spektra — nejdříve poruchy, vznikající přidáním symetrického kompaktního operátoru (k operátoru původnímu), pak poruchy „spojité" resp. „analytické".

Kapitoly desátá a jedenáctá jsou věnovány již speciálnějším (a také složitějším) otázkám systémům operátorů, závislým na (spojitém) parametru a tvořícím grupu, jejich spektrálnímu rozkladu se společnou spektrální funkcí E_λ; nejdříve se studují grupy unitárních operátorů, pak i systémy obecnějších operátorů samoadjungovaných. Pak autoři přecházejí k problému rozkladu obecného lineárního (omezeného) operátoru v Banachově prostoru a k funkcím takového operátoru. Dodatek, jehož autorem je B. Sz.-Nagy, souvisí úzce s látkou posledních dvou kapitol.

Shrneme-li, můžeme říci, že druhá část knihy poskytuje nejen velmi dobré základy teorie Hilbertova prostoru a operátorů v něm, ale na mnohých místech přechází kromě toho naprosto nenásilným způsobem ke studiu obecnějších normovaných lineárních prostorů (především Banachových); příklady připojené k jednotlivým kapitolám čtenáři ukazují nejdůležitější směry, v nichž je možné vyloženou teorii aplikovat. V posledních kapitolách jsou obsaženy i některé novější výsledky, které ukazují, jak se — nyní již klasická — teorie vyvíjela.

Látka je vyložena jasným, stručným a přesným způsobem. Jedná se ovšem o monografii, nikoliv o učebnici — u čtenáře se předpokládá, že bude s autory při studiu knihy spolupracovat a že si sám doplní některá trochu stručně zpracovaná místa. Originalitu výkladu ocení patrně jen čtenář, který již zná vykládanou látku; tato originalita ovšem nečiní výklad nesrozumitelným ani pro méně informovaného čtenáře.

Jde o dílo tak vysoké kvality, že by bylo na místě jeho větší rozšíření u nás a využití např. při výuce na některých matematických specialisacích na československých universitách, při školení aspirantů apod.; jedním z důvodů proto je také okolnost, že zatím nemáme žádné vlastní dílo z tohoto oboru.

Ilja Černý, Praha