PRÁCE N. V. SMIRNOVA O STUDIU VLASTNOSTÍ VARIAČNÍ ŘADY A O NEPARAMETRICKÝCH ÚLOHÁCH MATEMATICKÉ STATISTIKY

A. N. KOLMOGOROV a A. JA. CHINČIN.

(Ruský originál vyšel v časopise Uspěchi matem. nauk, sv. VI, seš. 4 (1951), str. 190 až 192.)

Do nedávné doby se badatelé v matematické statistice omezovali skoro výlučně na úlohy odhadu parametrů. Na příklad, dříve se předpokládalo, že distribuční funkce

$$F(x) = P(\xi < x)$$

má normální tvar:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{[x-a]^2}{2\sigma^2}}\, dx \tag{1}$$

a podle napozorovaných hodnot

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \tag{2}$$

odhadovaly se parametry a a σ.

V mnohých úlohách je takový postup umělý. Na příklad, z výsledků pozorování (2) můžeme utvořiti schodovitou funkci

$$F(x) = \frac{1}{n} x \text{ (počet } x_j < x)$$

a pokládati $F_n(x)$ za přibližné vyjádření theoretického rozložení $F(x)$.

Nebo z napozorované řady dvojic hodnot

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$$

můžeme ihned ověřit hypothesu, že tato dvojice vznikla z dvojrozměrného rozložení

$$F(x, y) = P(\xi < x, \eta < y) \tag{3}$$

tvaru

$$F(x, y) = F_1(x)\, F_2(x), \tag{4}$$

t. j. že x_k a y_k jsou nezávislé.

Všecky úlohy tohoto druhu tvoří část „neparametrických method" matematické statistiky, která v poslední době vzbuzuje stále větší pozornost.

V jednodušším případě, kdy řada nezávislých pozorování (2) má týž zákon rozložení $F(x)$, rozbor neparametrických method těsně souvisí se studiem vlastností „variační řady", t. j. řady (2) uspořádané vzestupně podle velikosti:

$$z_1 < z_2 < \ldots < z_n, \tag{5}$$

kde z_i je rovno některému x_j.

Jak v rozboru neparametrických method tak i ve studiu variační řady prvé místo v sovětské i světové vědě náleží bezesporně N. V. Smirnovovi.

Do doby vědeckých bádání N. V. Smirnova byla studována jen jednorozměrná rozložení jednotlivých členů variační řady. Pro střední členy s indexem tvaru $k = \lambda n$ byly nalezeny dosti široké podmínky asymptotické normálnosti jejich rozložení, kdežto pro krajní členy z_1 a z_n byly nalezeny všechny možné limitní (pro $n \to \infty$) tvary jejich rozložení.

N. V. Smirnov našel všechna možná limitní rozložení (pro $n \to \infty$) členů z_k a z_{n-k} při konstantním k i členů s indexy $k = \lambda n$. Vedle toho v základních prakticky důležitých případech určil limitní s-rozměrná rozložení s členů $z_{n_1}, z_{n_2}, \ldots, z_{n_s}$, což ostatně vede ke studiu dvojrozměrných rozložení (z_{n_1}, z_{n_2}).

N. V. Smirnov detailně studoval různé míry odchylek empirických rozložení $F_n(x)$ od theoretického rozložení F a dvou empirických rozložení $F_{n_1}(x)$ a $F_{n_2}(x)$ sestrojených ze dvou výběrů

$$\begin{matrix} x_1, x_2, \ldots, x_{n_1} \\ x_1', x_2', \ldots, x_{n_2}' \end{matrix} \tag{6}$$

nezávislých jeden na druhém. Před N. V. Smirnovem bylo známo jen limitní rozložení

$$\max|F_n(x) - F(x)|. \tag{7}$$

N. V. Smirnov sestavil tabulky tohoto rozložení a ukázal, že při vhodném normování mu také vyhovuje

$$\max|F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|. \tag{8}$$

Dále studoval limitní rozložení střední čtvercové odchylky $F_n(x)$ od $F(x)$ při různých „vahách", studoval jednostranné odchylky, podrobnosti vzájemné polohy křivek $F_n(x)$ a $F(x)$ někdy vůbec neočekávané.

Výsledky N. V. Smirnova, týkající se rozložení veličin (7) a (8) nabyly již praktického významu a používají se v široké míře. Nepochybnou praktickou cenu má jím nalezené rozložení

$$\frac{x_{\max} - \bar{x}}{s}$$

atd. Řada novějších výsledků N. V. Smirnova budí rovněž velký praktický zájem.

Analytické methody, jichž použil N. V. Smirnov, jsou svérázné a jemné. Všechny úlohy, kterými se obíral, vedou ke studiu asymptotického chování (pro $n \to \infty$) n-násobných integrálů na oborech ohraničených při rostoucím n vzrůstajícím počtem povrchů. Můžeme míti za to, že vůbec, pokud se týká účinnosti method, používaných k odhadům tohoto druhu (jež mají také řadu jiných aplikací), N. V. Smirnov zaujímá vedoucí místo v současné matematice.

Udělení Stalinské ceny N. V. Smirnovovi jest z vědecké stránky úplně odůvodněno. Zároveň to svědčí o pozornosti, která se věnuje v naší zemi rozvoji statistických method, používaných ve vědeckých bádáních a technice. O tomto posledním svědčí také udělení Stalinské ceny skupině pracovníků v závodech a ministerstvech (v čele s T. T. Novikovem a Bajburovem) za proniknutí statistických method kontroly a analysy jakosti hromadné průmyslové výroby.

Přeložil *Jos. Novák*, Praha.